

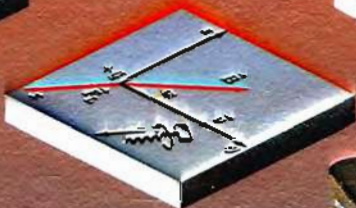
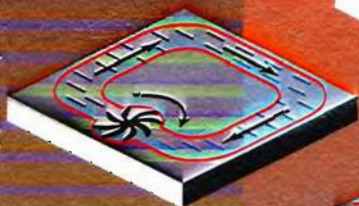
Г. Я. Мякишев

# ФИЗИКА

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

# 10-11

К Л А С С Ы



Д р о ф а

Г. Я. Мякишев, А. З. Сияков,  
Б. А. Слободсков

# ФИЗИКА

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

# 10-11

к л а с с ы

**ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ**

Учебник для общеобразовательных  
учреждений

*Рекомендовано  
Министерством образования и науки  
Российской Федерации*

10-е издание, стереотипное

Москва



Д р о ф а

2010

УДК 373.167.1:53  
ББК 22.3я72  
М99

**М99** Мякишев, Г. Я.  
Физика. Электродинамика. 10—11 кл. Профильный уровень :  
учеб. для общеобразоват. учреждений / Г. Я. Мякишев,  
А. З. Синяков, Б. А. Слободсков. — 10-е изд., стереотип. —  
М. : Дрофа, 2010. — 476, [4] с. : ил.

ISBN 978-5-358-08550-3

В учебнике на современном уровне изложены фундаментальные вопросы школьной программы, представлены основные применения законов физики, рассмотрены методы решения задач.

Книга адресована учащимся физико-математических классов и школ, слушателям и преподавателям подготовительных отделений вузов, а также читателям, занимающимся самообразованием и готовящимся к поступлению в вуз.

УДК 373.167.1:53  
ББК 22.3я72

ISBN 978-5-358-08550-3

© ООО «Дрофа», 1996

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **РОЛЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ В ПРИРОДЕ И ТЕХНИКЕ**

#### **Место электродинамики в современной физике**

В механике изучают различные виды движения макроскопических тел под действием определенных сил, в молекулярной физике — хаотическое движение атомов и молекул, составляющее основу тепловых процессов. Природу же сил, их происхождение не исследуют ни в рамках механики, ни в молекулярной физике.

Для расчета движения тел в механике достаточно знать, чему равна сила количественно. А знать значения сил, определить, когда и как они действуют, можно и не вникая в природу сил, а лишь располагая способами их измерения. Гравитационные силы, силы упругости и силы трения, с которыми преимущественно имеют дело в классической механике, определяются экспериментально. Из этих трех типов сил только гравитационные силы являются фундаментальными, т. е. не сводимыми ни к каким более общим и глубоким взаимодействиям. Силы упругости и трения не фундаментальны: они представляют собой сложное проявление электромагнитных сил. В электродинамике рассматриваются как раз фундаментальные силы, имеющие электромагнитную природу и действующие между электрически заряженными частицами. Изучение этих взаимодействий приводит нас к одному из самых глубоких понятий физики — понятию электромагнитного поля.

Электродинамика — это наука о свойствах и закономерностях поведения особого вида материи — электромагнитного поля, осуществляющего взаимодействие между электрически заряженными телами или частицами.

### Четыре типа фундаментальных взаимодействий

Несмотря на видимое разнообразие действий тел друг на друга, все взаимодействия, все силы сводятся к четырем типам: гравитационные, электромагнитные, сильные (ядерные) и слабые взаимодействия. Чтобы наглядно представить себе роль электромагнитных сил в природе, остановимся бегло на главных особенностях всех четырех фундаментальных взаимодействий и укажем сферу их действия (см. табл. 1).

Таблица 1

Тип взаимодействия	Сравнительная интенсивность	Радиус действия, см	Сфера действия
Гравитационные	$10^{-39}$	$\infty$	Космос
Сильные	100	$10^{-13}$	Ядра и элементарные частицы
Слабые	$10^{-14}$	$10^{-16}$	Преобразования элементарных частиц
Электромагнитные	1	$\infty$	От атомного ядра и элементарных частиц до космоса

Из всех фундаментальных сил в первую очередь были открыты *гравитационные*. Эти силы абсолютно универсальны: они действуют между всеми объектами, обладающими массой, а массой обладают все тела и частицы. Исключение не составляют даже свет и само гравитационное поле. Гравитационные

силы медленно (пропорционально  $\frac{1}{R^2}$ ) убывают с расстоянием.

Но они чрезвычайно слабы: самые слабые силы в природе. Именно поэтому их роль существенна лишь при взаимодействии космических тел. Эти силы определяют строение Вселенной в целом, строение галактик, звезд и планетных систем.

*Сильные взаимодействия* (ядерные силы) не универсальны. В сильных взаимодействиях участвует большинство элементарных частиц. Исключение составляет группа элементарных частиц — лептоны, фотоны и переносчики слабых взаимодействий (векторные бозоны). К лептонам относится электрон. Короткодействующий характер ядерных сил определяет сферу их действия — атомные ядра. Эти самые мощные силы природы обеспечивают устойчивость атомных ядер.

*Слабые взаимодействия* так же универсальны, как и гравитационные. Все частицы участвуют в слабых взаимодействиях. Эти взаимодействия являются еще более короткодействующими, чем ядерные силы. Распад большинства элементарных частиц обусловлен этими силами. Связанных систем частиц слабые взаимодействия не образуют.

### **Электромагнитные взаимодействия**

Все остальные силы, проявляющиеся в природе и используемые в технике, имеют электромагнитную природу. В повседневной жизни, за исключением притяжения к Земле и приливов, мы встречаемся в основном только с различными проявлениями электромагнитных сил. В частности, упругая сила пара имеет электромагнитную природу. Поэтому смена «века пара» «веком электричества» означала лишь смену эпохи, когда мы не умели управлять электромагнитными силами, эпохой, когда мы научились распоряжаться ими по своему усмотрению.

Трудно даже перечислить все проявления электромагнитных сил. Они определяют устойчивость атомов, объединяют атомы в молекулы, обуславливают взаимодействие между атомами и молекулами, приводящее к образованию конденсированных (жидких и твердых) сред. Все виды сил упругости и трения имеют электромагнитную природу; силы мышц и вся жизнедеятельность нашего организма и организмов животных основаны на электромагнитных взаимодействиях. То же самое относится и ко всем растениям.

Велика роль электрических сил в ядре атома. В атомном реакторе и при взрыве атомной бомбы именно эти силы разгоняют осколки ядер и приводят к выделению огромной энергии. Наконец, взаимодействие между телами осуществляется посредством электромагнитных волн: свет, радиоволны, тепловое излучение и др.

Электромагнитные силы не универсальны. Они действуют лишь между электрически заряженными частицами. В чем же тогда состоит причина такой необычайно широкой сферы действия электромагнитных сил? Почему именно они определяют структуру материи и физические процессы в огромной области пространственных масштабов — от  $10^{-13}$  до  $10^7$  см (на меньших расстояниях определяющими становятся ядерные взаимодействия, а на больших нужно учитывать и гравитационные силы)?

Главная причина состоит в том, что вещество построено из электрически заряженных частиц — электронов и атомных ядер. Причем имеются заряды двух знаков: положительные и отрицательные, что обеспечивает существование как сил притяжения, так и сил отталкивания. И эти силы очень велики по сравнению с гравитационными.

Электромагнитные силы медленно, как  $\frac{1}{R^2}$ , убывают с расстоянием, подобно гравитационным силам. Но заряженные частицы образуют нейтральные системы — атомы и молекулы, силы взаимодействия между которыми проявляются лишь на очень малых расстояниях. Существен еще сложный характер электромагнитных взаимодействий: они зависят не только от расстояний между заряженными частицами, но и от их скоростей и даже ускорений.

### **Роль электродинамики в технике**

К созданию электродинамики привела длинная цепь планомерных исследований и случайных открытий, начиная с обнаружения способности янтаря, потертого о шерсть, притягивать легкие предметы и кончая гипотезой Максвелла о порождении магнитного поля переменным электрическим полем.

Лишь во второй половине XIX в., после создания Максвеллом классической электродинамики, началось широкое практическое использование электромагнитных явлений. Изобретение радио А. С. Поповым и Г. Маркони — одно из важнейших применений принципов новой теории.

При развитии электродинамики впервые в истории человечества научные исследования предшествовали техническим применениям. Если паровая машина была построена задолго до создания термодинамики, то сконструировать электродвигатель или осуществить радиосвязь оказалось возможным только после открытия и изучения законов электродинамики.

Бесчисленные практические применения электромагнитных явлений преобразовали жизнь людей на земном шаре. Человечество создало вокруг себя некую новую «электрическую среду» со штепсельной розеткой на каждой стенке.

Широкое применение электродинамики связано с тем, что электрическую энергию легко передавать по проводам на большие расстояния и, главное, с помощью сравнительно несложных устройств преобразовывать в другие энергии: механическую, внутреннюю, энергию излучения и т. д.

Законы электродинамики лежат в основе всей электротехники и радиотехники, включая телевидение, видеозапись и почти все средства связи. Электродинамика составляет фундамент таких актуальных направлений современной физики, как физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, нелинейная оптика, магнитная гидродинамика, астрофизика, конструирование вычислительных машин, ускорителей элементарных частиц и т. д.

### **Границы применимости классической электродинамики**

Как и любая другая физическая теория, классическая электродинамика Максвелла не является абсолютно точной. Она имеет определенные границы применимости.



Максвелл Джеймс Клерк (1831—1879) — великий английский физик, создатель теории электромагнитного поля. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля лежат в основе всей электродинамики, подобно тому как законы Ньютона составляют основу классической механики. Максвелл является также одним из основателей молекулярно-кинетической теории строения вещества. Он впервые ввел в физику представления о статистических законах, использующих математическое понятие вероятности.



Создание теории относительности не внесло каких-либо принципиальных изменений в электродинамику Максвелла. Напротив, именно развитие электродинамики привело в начале XX в. к созданию теории относительности. Дело в том, что электромагнитные процессы связаны с большими скоростями распространения взаимодействий. Теория Максвелла, описывающая эти взаимодействия, применима для процессов, протекающих с любыми скоростями, меньшими скорости света.

Границы применимости классической электродинамики устанавливаются квантовой теорией. Классическая электродинамика успешно описывает поведение электромагнитного поля при достаточно малых частотах колебаний этого поля. Чем больше частота колебаний, тем отчетливее обнаруживаются квантовые (корпускулярные) свойства электромагнитного поля. Подробнее этот вопрос мы обсудим в дальнейшем.

Область применимости классической электродинамики очень велика. И в рамках этой области человечество всегда будет пользоваться теорией Максвелла. По мнению американского физика Р. Фейнмана, «в истории человечества (если посмотреть на нее, скажем, через десять тысяч лет) самым значительным событием XIX столетия, несомненно, будет открытие Максвеллом законов электродинамики. На фоне этого великого открытия гражданская война в Америке в том же десятилетии будет выглядеть мелким провинциальным происшествием».

Наша задача в дальнейшем будет состоять в изучении основных законов электромагнитных взаимодействий, а также в знакомстве со способами получения электрической энергии и использованием ее на практике.

## **ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД И ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ**

### **Трудности определений**

Со словами «электричество», «электрический заряд», «электрический ток» вы встречались много раз и успели к ним привыкнуть. Но попробуйте ответить на вопрос: «Что такое электрический заряд?» — и вы убедитесь, что это не так-то просто.

Дело в том, что дать краткое, удовлетворительное во всех отношениях определение заряда вообще невозможно. Важно

уяснить себе именно это. Мы привыкли находить понятные нам объяснения весьма сложных образований и процессов вроде атома, жидких кристаллов, распределения молекул по скоростям и т. д. Действительно, такое сложное образование, как атом, не так уж трудно пояснить, хотя его нельзя видеть не только простым глазом, но и в микроскоп. В центре атома находится ядро, а вокруг него движутся электроны. А вот самые основные, фундаментальные понятия, нерасчленимые на более простые, лишённые, по данным науки на сегодняшний день, какого-либо внутреннего механизма, кратко удовлетворительным образом уже не пояснить. Особенно если объекты непосредственно не воспринимаются нашими органами чувств. Именно к таким фундаментальным понятиям относится электрический заряд.

### Электрический заряд

Попробуем вначале выяснить не что такое *электрический заряд*, а что скрывается за утверждением *данное тело или частица имеют электрический заряд*. Это почти одно и то же, но не совсем, и второе проще для понимания.

Вы знаете, что все тела построены из мельчайших, неделимых на более простые (насколько сейчас науке известно) частиц, которые поэтому называют элементарными. Все элементарные частицы имеют массу и благодаря этому притягиваются друг к другу. Согласно закону всемирного тяготения сила притяжения сравнительно медленно убывает по мере увеличения расстояния между ними: обратно пропорционально квадрату расстояния. Кроме того, большинство элементарных частиц, хотя и не все, обладают способностью взаимодействовать друг с другом с силой, которая также убывает обратно пропорционально квадрату расстояния, но эта сила в огромное число раз превосходит силу тяготения. Так, в атоме водорода, схематически изображенном на рисунке 1, электрон притягивается к ядру (протону) с силой, в  $10^{39}$  раз превышающей силу гравитационного притяжения.

Если частицы взаимодействуют друг с другом с силами, которые медленно уменьшаются с увеличением расстояния и во много раз превышают силы всемирного тяготения, то говорят, что эти частицы

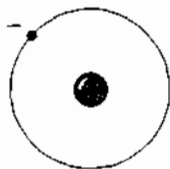


Рис. 1

имеют электрический заряд. Сами частицы называются заряженными. Бывают частицы без электрического заряда, но *не существует электрического заряда без частицы*.

Взаимодействия между заряженными частицами носят название **электромагнитных**. Когда мы говорим, что электроны и протоны электрически заряжены, то это означает, что они способны к взаимодействиям определенного типа (электромагнитным), и ничего более. Отсутствие заряда у частиц означает, что подобных взаимодействий она не обнаруживает. Электрический заряд определяет интенсивность электромагнитных взаимодействий, подобно тому как масса определяет интенсивность гравитационных взаимодействий. Электрический заряд — вторая (после массы) важнейшая характеристика элементарных частиц, определяющая их поведение в окружающем мире.

Электрический заряд элементарной частицы — это не особый «механизм» в частице, который можно было бы снять с нее, разложить на составные части и снова собрать. Наличие электрического заряда у электрона и других частиц означает лишь существование определенных взаимодействий между ними. Но мы, в сущности, ничего не знаем о заряде, если не знаем законов этих взаимодействий. Знание законов взаимодействий должно входить в наши представления о заряде. Законы эти непросты, изложить их в нескольких словах невозможно. Вот почему нельзя дать достаточно убедительное краткое определение понятия «электрический заряд».

### **Два знака электрических зарядов**

В природе имеются частицы с зарядами противоположных знаков. Заряд протона называется положительным, а электрона — отрицательным. Положительный знак заряда у частицы не означает, конечно, наличия у нее особых достоинств. Введение зарядов двух знаков просто выражает тот факт, что заряженные частицы могут как притягиваться, так и отталкиваться. При одинаковых знаках заряда частицы отталкиваются, а при разных — притягиваются.

Никакого объяснения причин существования двух видов электрических зарядов сейчас нет. Во всяком случае, никаких принципиальных различий между положительными и отрицательными зарядами не обнаруживается. Если бы знаки

электрических зарядов частиц изменились на противоположные, то характер электромагнитных взаимодействий в природе не изменился бы.

Положительные и отрицательные заряды очень хорошо скомпенсированы во Вселенной. И если Вселенная конечна, то ее полный электрический заряд, по всей вероятности, равен нулю.

### **Элементарный заряд**

Кроме электронов и протонов, есть еще несколько типов элементарных частиц. Но только электроны и протоны могут неограниченно долго существовать в свободном состоянии.

Остальные же заряженные частицы живут менее миллионных долей секунды. Они рождаются при столкновениях быстрых элементарных частиц и, просуществовав ничтожно мало, распадаются, превращаясь в другие частицы. С этими частицами вы познакомитесь в дальнейшем.

К частицам, не имеющим электрического заряда, относится нейтрон. Его масса лишь незначительно превышает массу протона. Нейтроны вместе с протонами входят в состав атомных ядер.

Наиболее замечательным является то, что электрический заряд всех элементарных частиц строго одинаков по модулю. Существует минимальный заряд, называемый элементарным, которым обладают все заряженные элементарные частицы. Заряд может быть положительным, как у протона, или отрицательным, как у электрона, но модуль заряда во всех случаях один и тот же.

Равенство зарядов элементарных частиц проверено сейчас экспериментально с фантастической точностью. Так, заряд протона равен заряду электрона с погрешностью не более  $10^{-20}$ . А ведь электрон и протон во всех прочих отношениях радикально отличаются друг от друга. Они имеют различные размеры и массы; электрон в отличие от протона не участвует в сильных взаимодействиях.

Отделить часть заряда, например, у электрона невозможно. Это, пожалуй, самое удивительное. Никакая современная теория не может объяснить, почему заряды всех частиц одинаковы, и не в состоянии вычислить значение минимального электрического заряда. Оно определяется экспериментально с помощью различных опытов. О них мы расскажем в дальнейшем.

## Кварки

В 60-е гг., после того как число вновь открытых элементарных частиц стало угрожающе расти, была выдвинута гипотеза о том, что все сильно взаимодействующие частицы являются составными. Более фундаментальные частицы были названы **кварками**.

Поразительным оказалось то, что кварки должны иметь дробный электрический заряд:  $1/3$  и  $2/3$  элементарного заряда. Для построения протонов и нейтронов достаточно двух сортов кварков. А максимальное их число, по-видимому, не превышает шести.

Кварки в свободном состоянии искали повсюду: в материковых породах, отложениях на дне океанов, в лунном грунте, но не нашли. Тем не менее экспериментальные доказательства кварковой структуры протонов и нейтронов были получены. В настоящее время считается, что межкварковые силы не убывают с расстоянием. Поэтому вылет кварков из протонов и других частиц невозможен ни при каких условиях.

## Закон сохранения электрического заряда

Электрический заряд сохраняется для замкнутой системы, т. е. для системы, в которую не входят извне и не выходят наружу заряженные частицы.

Электрический заряд имеют элементарные частицы. Если бы число элементарных частиц сохранялось, то закон сохранения заряда был бы тривиальным следствием неизменности элементарных частиц. Однако в действительности закон сохранения заряда имеет гораздо более глубокий смысл из-за того, что элементарные частицы способны превращаться друг в друга и число их не остается неизменным. В дальнейшем об этих превращениях будет подробно рассказано.

Вряд ли можно даже приблизительно назвать число превращений элементарных частиц, которые наблюдались в лабораториях всех стран мира. Наверняка это число превышает многие миллиарды. И всегда при рождении заряженных частиц наблюдается появление пары частиц с зарядами противоположного знака. На рисунке 2 показана фотография рождения пары элементарных частиц: положительно заряженной (позитрона  $e^+$ ) и отрицательной (электрона  $e^-$ ).



Рис. 2

Может наблюдаться и одновременное рождение нескольких таких пар. При распаде электрически заряженной частицы в продуктах ее распада обязательно обнаруживается новая элементарная частица с зарядом того же знака. Исчезают заряженные частицы, превращаясь в нейтральные, тоже только парами.

Все эти факты не оставляют сомнений в строгом выполнении закона сохранения электрического заряда. В замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц остается неизменной.

Причина сохранения электрического заряда до сих пор пока неизвестна.

## Глава 1

### ЭЛЕКТРОСТАТИКА

*Мы вначале рассмотрим наиболее простой случай, когда электрически заряженные тела неподвижны. Раздел электродинамики, посвященный изучению покоящихся электрически заряженных тел, называют электростатикой.*

#### § 1.1. ЗАРЯЖЕННЫЕ ТЕЛА. ЭЛЕКТРИЗАЦИЯ ТЕЛ

*Каким образом макроскопические тела приобретают электрический заряд? Об этом сейчас будет рассказано.*

#### **Заряд макроскопического тела**

В электродинамике, созданной Максвеллом, рассматриваются электромагнитные взаимодействия не отдельных заряженных элементарных частиц, а макроскопических тел.

Макроскопические тела, как правило, электрически нейтральны. Нейтрален атом любого вещества, так как число электронов в нем равно числу протонов в ядре. Положительно и отрицательно заряженные частицы связаны друг с другом электрическими силами и образуют нейтральные системы.

Тело больших размеров заряжено в том случае, когда оно содержит избыточное количество элементарных частиц с одним знаком заряда. Отрицательный заряд тела обусловлен избытком электронов по сравнению с протонами, а положительный заряд — их недостатком.

## Электризация тел

Для того чтобы получить электрически заряженное макроскопическое тело или, как говорят, наэлектризовать его, нужно отделить часть отрицательного заряда от связанного с ним положительного<sup>1</sup>.

Проще всего это сделать с помощью трения. Если провести расческой по волосам, то небольшая часть наиболее подвижных заряженных частиц — электронов — перейдет с волос на расческу и зарядит ее отрицательно, а волосы зарядятся положительно.

С помощью несложного опыта можно доказать, что при электризации трением оба тела приобретают противоположные по знаку, но одинаковые по модулю заряды.

Возьмем электрометр (электроскоп в металлическом корпусе) с укрепленной на его стержне металлической сферой с отверстием и две пластины на длинных рукоятках: одну из эбонита, а другую — из плексигласа. При трении друг о друга пластины электризуются. Внесем одну из пластин внутрь сферы, не касаясь ее стенок. Если пластина заряжена положительно, то часть электронов со стрелки и стержня электрометра притянется к пластине и соберется на внутренней поверхности сферы. Стрелка при этом зарядится положительно и оттолкнется от стержня (рис. 1.1).

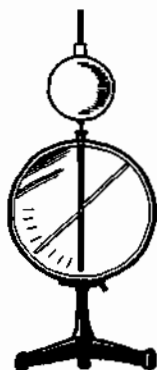


Рис. 1.1

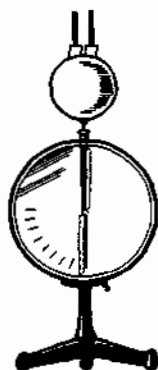


Рис. 1.2

<sup>1</sup> Здесь и в дальнейшем для краткости мы часто будем говорить о *зарядах*, *перемещении зарядов* и т. д. В действительности же при этом имеются в виду *заряженные тела* (или частицы), *перемещение заряженных частиц* и т. д., так как заряда без частицы не существует.



Если поместить внутрь сферы другую пластину, вынув предварительно первую, то электроны сферы и стержня будут отталкиваться от пластины и соберутся в избытке на стрелке. Это вызовет отклонение стрелки, причем на тот же угол, что и в первом опыте. Опустив обе пластины внутрь сферы, мы не обнаружим отклонения стрелки (рис. 1.2). Это доказывает, что заряды пластин равны по модулю и противоположны по знаку. Этот вывод непосредственно вытекает из закона сохранения заряда.

### Как происходит электризация тел?

Наэлектризовать тела с помощью трения очень просто. А вот объяснить, как это происходит, оказалось очень непростой задачей. На протяжении многих десятков лет давалось, да и сейчас дается следующее объяснение. При электризации тел важен тесный контакт между ними. Электрические силы удерживают электроны внутри тела. Но для разных веществ эти силы различны. При тесном контакте небольшая часть электронов того вещества, у которого связь электронов с телом относительно слаба, переходит на другое тело. Перемещения электронов при этом не превышают размеров межатомных расстояний ( $10^{-8}$  см). Но если тела разъединить, то оба они окажутся заряженными.

Так как поверхности тел никогда не бывают идеально гладкими, то необходимый для перехода тесный контакт между телами устанавливается только на небольших участках поверхностей. При трении тел друг о друга число участков с тесным контактом увеличивается, и тем самым увеличивается общее число заряженных частиц, переходящих от одного тела к другому.

Однако в последнее время это объяснение электризации трением стало вызывать возражения. Не ясно, как в таких не проводящих ток веществах (изоляторах), как эбонит, плексиглас и другие, могут перемещаться электроны. Они ведь связаны в нейтральных молекулах. Сотрудниками физико-технического института в Санкт-Петербурге было предложено другое объяснение.

Для ионного кристалла LiF (изолятора) это объяснение выглядит так. При образовании кристалла возникают различного рода дефекты, в частности вакансии — незаполненные места в

узлах кристаллической решетки. Если число вакансий для положительных ионов лития и отрицательных — фтора неодинаково, то кристалл окажется при образовании заряженным по объему. Но заряд в целом не может сохраняться у кристалла долго. В воздухе всегда имеется некоторое количество ионов, и кристалл будет их вытягивать из воздуха до тех пор, пока заряд кристалла не нейтрализуется слоем ионов на его поверхности. У разных изоляторов объемные заряды различны, и поэтому различны заряды поверхностных слоев ионов. При трении поверхностные слои ионов перемешиваются, и при разъединении изоляторов каждый из них оказывается заряженным.

А могут ли электризоваться при трении два одинаковых изолятора, например те же кристаллы LiF? Если они имеют одинаковые собственные объемные заряды, то нет. Но они могут иметь и различные собственные заряды, если условия кристаллизации были разными и появилось разное число вакансий.

Как показал опыт, электризация при трении одинаковых кристаллов рубина, янтаря и др. действительно может происходить.

Однако приведенное объяснение вряд ли правильно во всех случаях. Если тела состоят, к примеру, из молекулярных кристаллов, то появление вакансий у них не должно приводить к зарядению тела.

Таким образом, мы видим, что такое простое, казалось бы, явление, как электризация трением, содержит немало загадочного.

## **Электризация тел и ее применение в технике**

Значительная электризация происходит при трении синтетических тканей. Снимая нейлоновую рубашку в сухом воздухе, можно слышать характерное потрескивание. Между заряженными участками трущихся поверхностей проскакивают маленькие искорки. С подобным явлением приходится считаться на производстве. Так, нити пряжи на текстильных фабриках электризуются за счет трения, притягиваются к веретенам и рвутся. Пряжа притягивает пыль и загрязняется. Поэтому необходимо принимать различные меры против электризации нитей.

Разматывая в типографии большие рулоны бумаги, рабочие надевают резиновые перчатки, чтобы предохранить себя от электрических разрядов, возникающих между наэлектризованной бумагой и руками.

Большие электрические заряды накапливаются при трении шин об асфальт при сухой погоде. Возникает опасность проскакивания искры. Поэтому сзади машин — цистерн для горючего — прикрепляют металлические цепи, волочащиеся по дороге. Иногда даже легковые машины снабжены эластичной лентой из проводящей резины.

За счет электризации трением работает обычная электростатическая машина.

Явление электризации тел при тесном контакте используется в современных электрокопировальных установках (типа «Эра», «Ксерокс» и др.).

Так, в одной из этих установок черный смоляной порошок перемешивается с мельчайшими стеклянными шариками. При этом шарики заряжаются положительно, а частицы порошка — отрицательно. Вследствие притяжения они покрывают поверхность шариков тонким слоем.

Копируемый текст или чертеж проецируется на тонкую селеновую пластину, поверхность которой заряжена положительно. Пластина покоится на отрицательно заряженной металлической поверхности. Под действием света пластина разряжается, и положительный заряд остается лишь на участках, соответствующих темным местам изображения. Затем пластина покрывается тонким слоем шариков. Благодаря притяжению разноименных зарядов смоляной порошок притягивается к положительно заряженным участкам пластины. После этого шарики стряхивают и, плотно прижав к пластине лист бумаги, получают на ней отпечаток. Отпечаток закрепляют с помощью нагревания.

*Макроскопическое тело электрически заряжено в том случае, если оно содержит избыточное количество элементарных частиц с одним знаком заряда. Отрицательный заряд тела обусловлен избытком электронов по сравнению с протонами, а положительный — недостатком электронов.*

- ? 1. Эбонитовая палочка при электризации зарядилась отрицательно. Осталась ли неизменной масса палочки?
2. Известно, что стеклянная палочка, потертая о шелк, заряжается положительно. Определите экспериментально знак заряда пластмассовой ручки, потертой о шерсть.

## § 1.2. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ЭЛЕКТРОСТАТИКИ — ЗАКОН КУЛОНА

*Начало количественного изучения электромагнитных взаимодействий относится к концу XVIII в. В 1785 г. французский физик Шарль Кулон экспериментально установил основной закон электростатики — закон взаимодействия двух неподвижных точечных заряженных тел или частиц. Только для точечных зарядов понятие расстояния между зарядами имеет определенный смысл.*

Точечных заряженных тел в природе нет. Но если расстояние между телами во много раз больше их размеров, то ни форма, ни размеры заряженных тел существенно, как показывает опыт, не влияют на взаимодействие между ними. В этом случае тела можно рассматривать как точечные. Закон всемирного тяготения тоже сформулирован для точечных тел.

Сила взаимодействия заряженных тел зависит от свойств среды между заряженными телами. Пока будем считать, что взаимодействие происходит в вакууме. Впрочем, опыт показывает, что воздух очень мало влияет на силу взаимодействия, она оказывается почти такой же, как в вакууме.

### Открытие закона Кулона

Закон взаимодействия неподвижных электрических зарядов — закон Кулона — основной (фундаментальный) физический закон и может быть установлен только опытным путем. Ни из каких других законов природы он не вытекает.

Открытие закона взаимодействия электрических зарядов было облегчено тем, что эти силы оказались велики. Здесь не



Кулон Шарль Огюстен (1736—1806) — французский ученый, известный своими работами по электричеству и магнетизму и исследованием сил трения. Наряду с изучением взаимодействия заряженных тел Кулон исследовал также взаимодействие полюсов длинных магнитов.

нужно было применять особо чувствительной аппаратуры, как при измерении гравитационной постоянной Кавендишем. С помощью довольно простого прибора — крутильных весов удалось установить, как взаимодействуют друг с другом маленькие заряженные шарики.

Крутильные весы Кулона (рис. 1.3) состоят из стеклянной палочки, подвешенной на тонкой упругой проволочке 1.

На одном конце палочки (коромысло весов) закреплен бузиновый позолоченный шарик 2, а на другом конце — противовес 3. Еще один шарик 4 закреплен на крышке весов неподвижно.

Вращением стерженька 5, на котором закреплена проволочка 1 с коромыслом, приводят шарики 2 и 4 в соприкосновение. Затем вынимают шарик 4, заряжают его и снова опускают до соприкосновения с шариком 2. Часть заряда переходит с шарика 4 на шарик 2, и они отталкиваются. При этом проволочка 1 закручивается на некоторый угол  $\varphi_1$  (рис. 1.4), который отсчитывается по нижней шкале 6 (рис. 1.3).

В одном из опытов Кулона этот угол был равен  $\varphi_1 = 36^\circ$ . Затем Кулон сближал шарики до угла  $\varphi_2 = 18^\circ$ , вращая стерженек 5 по часовой стрелке. Для этого стерженек пришлось повернуть на угол  $\alpha = 126^\circ$ , отсчитываемый по верхней шкале 7. Угол  $\beta$ , на который оказалась в результате закручена нить, стал равен:  $\beta = \alpha + \varphi_2 = 144^\circ$ . Значение этого угла в 4 раза больше первоначального значения угла закручивания  $\varphi_1 = 36^\circ$ . При этом расстояние между шариками изменилось от значения  $r_1$  при угле  $\varphi_1$  до значения  $r_2$  при угле  $\varphi_2$ .

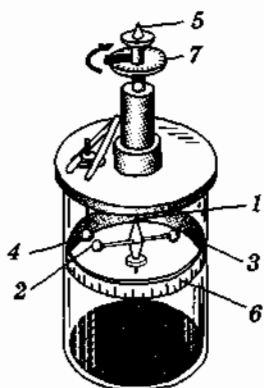


Рис. 1.3

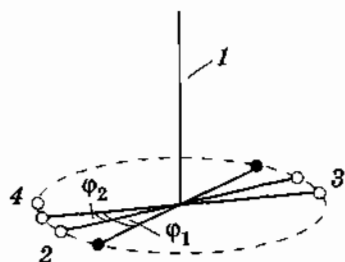


Рис. 1.4

Если длина коромысла от шарика 2 до точки подвеса равна  $d$ , то  $r_1 = 2d \sin \frac{\varphi_1}{2}$  и  $r_2 = 2d \sin \frac{\varphi_2}{2}$ .

$$\text{Отсюда } \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sin 18^\circ}{\sin 9^\circ} \approx 2.$$

Следовательно, при уменьшении расстояния в 2 раза угол кручения проволоочки был увеличен в 4 раза. Во столько же раз увеличился момент силы, так как при деформации кручения момент силы прямо пропорционален углу закручивания, а значит, и сила (плечо силы оставалось неизменным). Отсюда вытекает главный вывод: *сила взаимодействия двух заряженных шариков обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:*

$$F \sim \frac{1}{r^2}. \quad (1.2.1)$$

Для определения зависимости силы от заряда шариков Кулон нашел простой и остроумный способ изменения заряда одного из шариков<sup>1</sup>.

Для этого он соединял заряженный шарик с таким же незаряженным. Заряд при этом распределялся поровну между шариками, что и уменьшало исследуемый заряд в 2, 4 и т. д. раз. Новое значение силы при новом значении заряда опять определялось экспериментально. При этом выяснилось, что сила прямо пропорциональна произведению зарядов шариков:

$$F \sim q_1 q_2. \quad (1.2.2)$$

### Закон Кулона

Опыты Кулона привели к установлению закона, поразительно напоминающего закон всемирного тяготения. Из соотношений (1.2.1) и (1.2.2) следует, что сила взаимодействия двух точечных неподвижных заряженных тел в вакууме прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними<sup>2</sup>.

Эту силу называют *кулоновской*.

<sup>1</sup> Отметим, что измерять заряд Кулон непосредственно не мог. В то время еще не были установлены единицы заряда.

<sup>2</sup> Здесь и в дальнейшем для краткости мы часто вместо «модуль силы» будем употреблять термин «сила».

Если обозначить модули зарядов через  $|q_1|$  и  $|q_2|$ , то закон Кулона можно записать в следующей форме:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}. \quad (1.2.3)$$

Здесь  $k$  — коэффициент пропорциональности, значение которого зависит от выбора единиц электрического заряда.

Такую же форму имеет закон всемирного тяготения, только вместо зарядов в закон тяготения входят массы, а роль коэффициента  $k$  играет гравитационная постоянная. В отличие от зарядов масса всегда положительна. Из-за этого под действием гравитационных сил тела только притягиваются друг к другу. Кулоновские же силы могут быть как силами притяжения, так и силами отталкивания.

### Закон Кулона в векторной форме

Пока еще ничего не было сказано о направлении сил взаимодействия между зарядами. Легко обнаружить, что два заряженных шарика, подвешенные на нитях, либо притягиваются друг к другу, либо отталкиваются. Отсюда следует, что силы взаимодействия двух неподвижных точечных заряженных тел направлены вдоль прямой, соединяющей эти тела. Подобные силы называют **центральными**. Центральными являются также силы всемирного тяготения. Если через  $\vec{F}_{1,2}$  обозначить силу, действующую на первый заряд со стороны второго, а через  $\vec{F}_{2,1}$  — силу, действующую на второй заряд со стороны первого (рис. 1.5), то, согласно третьему закону Ньютона,  $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$ . Обозначим через  $\vec{r}_{1,2}$  радиус-вектор, проведенный от второго заряда к первому (рис. 1.6), тогда

$$\vec{F}_{1,2} = k \frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^3} \vec{r}_{1,2}. \quad (1.2.4)$$

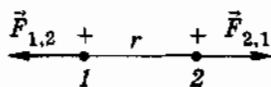


Рис. 1.5

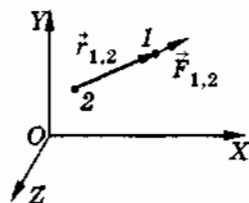


Рис. 1.6

Если знаки зарядов  $q_1$  и  $q_2$  одинаковы, то направление силы  $\vec{F}_{1,2}$  совпадает с направлением вектора  $\vec{r}_{1,2}$ ; в противном случае векторы  $\vec{F}_{1,2}$  и  $\vec{r}_{1,2}$  направлены в противоположные стороны.

Зная закон взаимодействия точечных заряженных тел, можно вычислить силу взаимодействия любых заряженных тел. Для этого тела нужно мысленно разбить на такие малые элементы, чтобы каждый из них можно было считать точечным. Складывая геометрически силы взаимодействия всех этих элементов друг с другом, можно вычислить результирующую силу взаимодействия.

*Открытие закона Кулона — первый конкретный шаг в изучении свойств электрического заряда. Наличие электрического заряда у тел или элементарных частиц означает, что они взаимодействуют друг с другом по закону Кулона. Никаких отклонений от строгого выполнения закона Кулона в настоящее время не обнаружено.*

### **§ 1.3. ЕДИНИЦЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА**

*Выбрать единицу электрического заряда, как и единицы других физических величин, можно произвольно. Дело здесь только в целесообразности того или другого выбора.*

Создать макроскопический эталон единицы электрического заряда, подобный эталону длины — метру, невозможно из-за неизбежной утечки заряда. Естественно было бы за единицу принять заряд электрона (это сейчас и сделано в атомной физике). Но во времена Кулона еще не было известно о существовании в природе электрона. Кроме того, заряд электрона слишком мал, и поэтому его трудно использовать в качестве эталона.

#### **Единица заряда в абсолютной системе**

Можно установить единицу заряда, используя закон Кулона. Эта единица будет производной, и эталон для нее не нужен. Выбирают единицу заряда так, чтобы коэффициент  $k$  в формуле (1.2.3) был равен единице.

Так устанавливается единица заряда в абсолютной системе единиц, широко используемой в теоретической



физике, несмотря на приоритет международной системы (СИ). Эту систему единиц называют также гауссовой системой единиц в честь великого немецкого ученого К. Ф. Гаусса, построившего эту систему. В основе абсолютной системы единиц Гаусса лежит система СГС.

За единицу заряда в абсолютной системе принимается точечный заряд, который действует в вакууме на равный ему заряд, находящийся от него на расстоянии 1 см, с силой в 1 дин ( $10^{-5}$  Н).

Установленная таким образом единица заряда специального названия не имеет. Сокращенно она обозначается как ед. заряда СГСЭ или СГСЭ<sub>q</sub>. Буква «Э» означает, что единица заряда установлена с помощью основного закона электростатики — закона Кулона.

Элементарный заряд (модуль заряда электрона и других элементарных частиц) в системе Гаусса равен:

$$e = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед. заряда СГСЭ.} \quad (1.3.1)$$

### Единица заряда в СИ

В Международной системе единиц (СИ) единица заряда тоже производная. Однако устанавливают ее по-другому. В СИ наряду с метром, секундой и килограммом введена еще одна основная единица — единица силы тока — ампер. Эталонное значение ампера устанавливается на основе магнитных взаимодействий токов. (Об этом будет рассказано в § 4.7.)

Единицу заряда в СИ — кулон устанавливают с помощью единицы силы тока. Кулон (Кл) — это заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока в 1 А. Выбранная таким образом единица заряда содержит  $3 \cdot 10^9$  ед. заряда СГСЭ<sup>1</sup>:

$$1 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q. \quad (1.3.2)$$

Заряд в 1 Кл очень велик. Два таких заряда на расстоянии 1 км отталкивались бы друг от друга с силой, чуть меньшей силы, с которой земной шар притягивает груз массой в 1 т.

---

<sup>1</sup> Фактически единицу силы тока — ампер в Международной системе единиц устанавливают так, чтобы определенная на ее основе единица заряда — кулон содержала  $3 \cdot 10^9$  ед. заряда СГСЭ.

Поэтому сообщить небольшому телу (размером порядка нескольких метров) заряд в 1 Кл невозможно. Отталкиваясь друг от друга, заряженные частицы не смогли бы удерживаться на таком теле. Никаких других сил, которые были бы способны в данных условиях компенсировать кулоновское отталкивание, в природе не существует. Но в проводнике, который в целом нейтрален, привести в движение заряд в 1 Кл не составляет большого труда. Ведь в обычной электрической лампочке мощностью 100 Вт при напряжении 127 В устанавливается ток, немного меньший 1 А. При этом за 1 с через поперечное сечение проводника проходит заряд, почти равный 1 Кл.

При записи закона Кулона в единицах СИ коэффициент  $k$  не только не равен единице, но и имеет наименование (является размерной величиной).

Так как, согласно закону Кулона (1.2.3),

$$k = \frac{Fr^2}{|q_1||q_2|},$$

то единица коэффициента  $k$  равна:  $[k] = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2$ .

Для определения значения этого коэффициента вычислим сначала силу взаимодействия двух точечных зарядов по 1 Кл каждый, находящихся в вакууме на расстоянии 1 м, в системе СГСЭ:

$$F = \frac{3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{10^4} \text{ дин.}$$

Учитывая, что 1 дин =  $10^{-5}$  Н, получим  $F = 9 \cdot 10^9$  Н.

Для того чтобы закон Кулона (1.2.3) при записи его в СИ приводил к тому же значению силы, необходимо взять  $k$  равным  $9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2$ .

Тогда

$$F = k \frac{1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ Кл}}{1 \text{ м}^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н.}$$

Итак,

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2. \quad (1.3.3)$$

Элементарный заряд в единицах СИ равен:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.} \quad (1.3.4)$$

В электродинамике, как видим, абсолютная система единиц существенно отличается от СИ, чем в механике. В механике различались только масштабы единиц. Здесь же разными оказываются размерности.

### Электрическая постоянная

Коэффициент  $k$  в СИ принято записывать в форме:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}. \quad (1.3.5)$$

Введение множителя  $4\pi$  упрощает запись основных уравнений электродинамики (уравнений Максвелла). В этих уравнениях, записанных в единицах СИ, нет коэффициента  $4\pi$ .

Величину  $\epsilon_0$  называют электрической постоянной. Она равна:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2). \quad (1.3.6)$$

В дальнейшем для простоты записи закона Кулона и других формул в СИ мы будем почти всегда в них оставлять коэффициент  $k$ , не прибегая к его выражению (1.3.5).

Заметим, что использование в электростатике единиц СИ вместо единиц абсолютной системы приводит к ненужным дополнительным трудностям. Бедь во всех вычислениях нужно использовать коэффициент  $k$  или  $\epsilon_0$ . Все это напоминает написание твердого знака во всех словах, оканчивающихся на согласную, которое было принято в старой (дореволюционной) грамматике русского языка.

*В СИ единица заряда — кулон устанавливается с помощью единицы силы тока — ампер. Элементарный электрический заряд  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.*

## **§ 1.4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕПОДВИЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ ВНУТРИ ОДНОРОДНОГО ДИЭЛЕКТРИКА**

*Силы взаимодействия заряженных тел в отличие от сил всемирного тяготения зависят от свойств среды, в которой находятся эти заряженные тела.*

Пусть заряженные шарики помещены в однородный изолятор, или диэлектрик<sup>1</sup>.

При этом лучше использовать жидкий диэлектрик (керосин, масло и т. д.), так как измерить силу взаимодействия заряженных тел внутри твердого диэлектрика трудно из-за возникающих в нем упругих напряжений.

Сила взаимодействия между зарядами в однородном диэлектрике, как показывает опыт, всегда меньше, чем в вакууме. Причем отношение силы  $F_0$  взаимодействия зарядов в вакууме к силе взаимодействия  $F$  этих же зарядов на том же расстоянии в среде не зависит ни от самих зарядов, ни от расстояния между ними. Оно определяется только свойствами среды. Если обозначить это отношение через  $\epsilon$ , то

$$\frac{F_0}{F} = \epsilon. \quad (1.4.1)$$

Отсюда следует, что закон Кулона для взаимодействия зарядов в среде в Международной системе имеет вид:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1||q_2|}{\epsilon r^2}. \quad (1.4.2)$$

А в системе Гаусса —

$$F = \frac{|q_1||q_2|}{\epsilon r^2}. \quad (1.4.3)$$

Величину  $\epsilon$  называют диэлектрической проницаемостью среды.

Диэлектрическая проницаемость среды — это физическая величина, характеризующая электрические свойства вещества и показывающая, во сколько раз сила взаимодействия зарядов в данной среде меньше силы их взаимодействия в вакууме. Она является безразмерной величиной. Для вакуума  $\epsilon = 1$ . Впоследствии мы выясним причину, по которой сила взаимодействия зарядов в диэлектрике меньше, чем в вакууме.

---

<sup>1</sup> Изоляторы в физике обычно называют диэлектриками (от греч. dia — взрост и англ. electric — электрический); термином «диэлектрик» обозначают вещества, через которые передаются электромагнитные взаимодействия.

Значения диэлектрической проницаемости некоторых веществ приведены в таблице 2.

Таблица 2

Вещество	Диэлектрическая проницаемость
Воздух (при 0 °С и 760 мм рт. ст.)	1,000594
Керосин	2,1
Эбонит	2,7—2,9
Кварц	4,5
Стекло	5—10
Спирт этиловый	27
Вода (чистая)	81
Сегнетова соль	10 000

*В однородной среде сила взаимодействия заряженных тел уменьшается в  $\epsilon$  раз ( $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды).*

### **§ 1.5. ОЦЕНКА ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ И МОДУЛЯ ЮНГА ИОННЫХ КРИСТАЛЛОВ**

*Закон Кулона справедлив не только для заряженных макроскопических тел, но и для отдельных микрочастиц: ионов и элементарных частиц.*

С помощью закона Кулона можно количественно оценить механические свойства ионных кристаллов: определить предел прочности кристаллов и вычислить (приблизительно) модуль Юнга. В механике эти величины определяются экспериментально.

## Сила взаимодействия двух ионов

Рассмотрим ионный кристалл поваренной соли NaCl. Равновесное расстояние между соседними ионами в кристалле  $r_0 \approx 3 \cdot 10^{-10}$  м (рис. 1.7).

Эксперименты с наиболее прочными кристаллами показывают, что их максимальная относительная деформация растяжения перед разрушением не превышает 10—20%. Будем

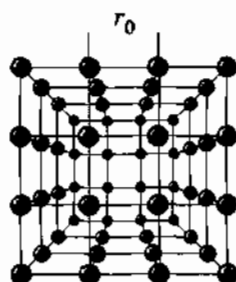


Рис. 1.7

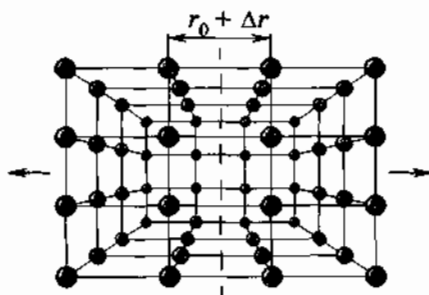


Рис. 1.8

считать максимальную относительную деформацию  $\frac{\Delta r}{r_0} = \epsilon_{\max} \approx 17\% \approx \frac{1}{6}$ . При этой деформации смещение ионов от положения равновесия  $\Delta r = \epsilon_{\max} r_0$ . Расстояние между ионами в момент достижения максимальной деформации равно:  $r = r_0 + \Delta r = r_0(1 + \epsilon_{\max})$  (рис. 1.8).

Заряд каждого иона по модулю равен элементарному заряду  $e$ . Согласно закону Кулона сила взаимодействия двух ионов на расстоянии  $r$  равна:

$$F_{\max} = k \frac{e^2}{r_0^2(1 + \epsilon_{\max})^2} = \frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{9 \cdot 10^{-20} (7/6)^2} \text{ Н} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Н.} \quad (1.5.1)$$

Таково по порядку величины максимальное значение силы межионной связи.

## Прочность кристалла при растяжении

При растяжении образца предел прочности определяется максимальным значением результирующей силы межионного

притяжения, приходящейся на элемент сечения единичной площади, перпендикулярный направлению растяжения.

Если на поверхности площадью  $S$  имеется  $N$  связей (т. е. ионов), то полная сила, действующая между всеми ионами в сечении, перед разрушением образца равна  $F = NF_{\max}$ . Отсюда максимальное напряжение

$$\sigma_{\text{пч}} = \frac{F}{S} = \frac{F_{\max} N}{S}, \quad (1.5.2)$$

где  $F_{\max}$  определяется формулой (1.5.1). Оценим эту величину. Диаметр иона приблизительно равен расстоянию между ионами в равновесии, т. е.  $r_0$ . Тогда число ионов (а значит, и связей) в сечении единичной площади приблизительно равно:

$$\frac{N}{S} \approx \frac{1}{r_0^2} \approx 10^{19} \text{ м}^{-2}. \quad (1.5.3)$$

Следовательно, теоретическое значение предела прочности кристалла NaCl равно:

$$\sigma_{\text{пч}} = \frac{F_{\max} N}{S} \approx 2 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{19} \text{ Па} = 2 \cdot 10^{10} \text{ Па}. \quad (1.5.4)$$

Конечно, нельзя считать, что эта оценка получена чисто теоретически, исходя из определенных представлений о строении вещества. Мы ведь заимствовали из эксперимента значение  $\epsilon_{\max}$  перед разрушением (см. рис. 1.8, на котором схематически изображен разрыв кристалла).

### Оценка модуля Юнга

Чтобы оценить модуль Юнга, нужно сделать еще одно довольно грубое допущение. Будем считать, что закон Гука выполняется при любых деформациях, вплоть до разрыва. Тогда  $\sigma_{\text{пч}} = E\epsilon_{\max}$ , где  $E$  — модуль Юнга. Отсюда

$$E = \frac{\sigma_{\text{пч}}}{\epsilon_{\max}} \approx \frac{2 \cdot 10^{10} \text{ Па}}{1/6} \approx 10^{11} \text{ Па}.$$

*Результат расчета неплохо согласуется с экспериментальным значением модуля Юнга для поваренной соли*  
 $E \approx 4 \cdot 10^{10} \text{ Па}.$

## § 1.6. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на применение закона Кулона используются законы статики, изученные в механике (вспомните их). Методы решения задач остаются теми же, что и в механике, но добавляется еще одна сила — кулоновская. При этом надо иметь в виду, что направление кулоновской силы зависит от знаков зарядов взаимодействующих тел.

Кроме того, в ряде задач используется закон сохранения заряда и тот факт, что минимальная порция электрического заряда равна по модулю элементарному заряду  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

### Задача 1

Сколько электронов содержится в капле воды массой  $m = 5 \cdot 10^{-5}$  кг?

**Решение.** Число молекул, содержащихся в капле воды, равно:

$$N = \frac{m}{M} N_A,$$

где  $M$  — молярная масса воды, равная  $1,8 \cdot 10^{-2}$  кг/моль, а  $N_A$  — постоянная Авогадро, равная  $6,02 \cdot 10^{23}$  моль $^{-1}$ . Одна молекула воды содержит  $n = 10$  электронов. Следовательно, число электронов в капле воды равно:

$$nN = n \cdot \frac{m}{M} N_A \approx 1,7 \cdot 10^{22}.$$

### Задача 2

В воздухе на нити висит шарик объемом  $V = 2 \cdot 10^{-6}$  м $^3$  и плотностью  $\rho = 9 \cdot 10^3$  кг/м $^3$ . Заряд шарика  $q = 2 \cdot 10^{-7}$  Кл. На какое расстояние снизу надо поднести к нему маленький шарик с таким же по модулю, но противоположным по знаку зарядом, чтобы сила натяжения нити возросла вдвое? Рассмотрите два случая: а) шарики взаимодействуют в воздухе; б) вся система погружена в керосин (плотность керосина  $\rho_k = 800$  кг/м $^3$ , диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 2,1$ ).

**Решение.** а) В воздухе на первый шарик до поднесения второго действует сила натяжения нити  $\vec{T}_1$  и сила тяжести  $m\vec{g}$  (рис. 1.9).

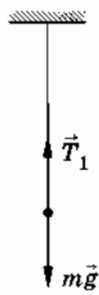


Рис. 1.9



Так как шарик находится в равновесии, то  $T_1 = mg$ . После того как к первому шарiku поднесли снизу второй заряженный шарик (рис. 1.10), на первый шарик стали действовать три силы: сила натяжения нити  $\vec{T}_2$ , сила тяжести  $m\vec{g}$  и кулоновская сила  $\vec{F}_1$ .

Так как и теперь шарик находится в равновесии, то

$$\vec{T}_2 + m\vec{g} + \vec{F}_1 = 0.$$

В проекциях на вертикально направленную ось  $Y$  это равенство запишется так:

$$T_2 - mg - F_1 = 0.$$

Согласно условию  $T_2 = 2T_1 = 2mg$ . Следовательно,

$$2mg - mg - F_1 = 0.$$

Отсюда

$$F_1 = mg.$$

По закону Кулона  $F_1 = k \frac{q^2}{r_1^2}$ , поэтому  $k \frac{q^2}{r_1^2} = mg$ , или  $k \frac{q^2}{r_1^2} = \rho V g$ .

Отсюда

$$r_1 = |q| \sqrt{\frac{k}{\rho V g}} \approx 4,4 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 4,4 \text{ см.}$$

б) Когда вся система погружена в керосин, на первый шарик действуют четыре силы: сила натяжения нити  $\vec{T}_2$ , сила

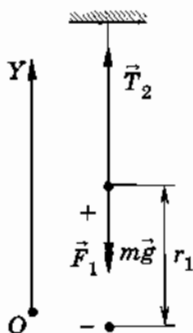


Рис. 1.10

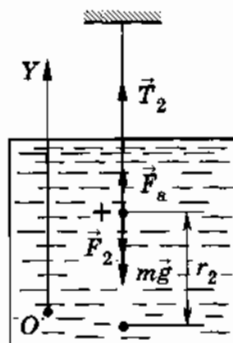


Рис. 1.11

тяжести  $m\vec{g}$ , кулоновская сила  $\vec{F}_2$  и архимедова сила  $\vec{F}_a$  (рис. 1.11).

Из условия равновесия имеем:

$$\vec{T}_2 + m\vec{g} + \vec{F}_2 + \vec{F}_a = 0,$$

или в проекциях на ось  $Y$ :

$$T_2 - mg - F_2 + F_a = 0. \quad (1.6.1)$$

Здесь  $T_2 = 2mg = 2\rho Vg$ ;  $F_2 = k\frac{q^2}{\epsilon r_2^2}$ ;  $F_a = \rho_k Vg$ . Подставляя эти выражения в равенство (1.6.1), получим:

$$r_2 = |q| \sqrt{\frac{k}{\epsilon Vg(\rho - \rho_k)}} \approx 0,03 \text{ м} = 3 \text{ см}.$$

### Задача 3

Два одинаковых шарика, несущих равные заряды, подвешены на нитях равной длины к одной точке. Шарик опускают в керосин. Чему равна плотность  $\rho$  материала шариков, если угол расхождения нитей в воздухе и в керосине одинаков? Плотность керосина  $\rho_k = 0,8 \text{ г/см}^3$ , его диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 2$ .

**Решение.** Когда система находится в воздухе, то на каждый шарик действуют три силы (рис. 1.12, а): сила тяжести  $m\vec{g}$ , сила натяжения нити  $\vec{T}_1$  и кулоновская сила  $\vec{F}_1$  (на рисунке изображены силы, действующие на один из шариков).

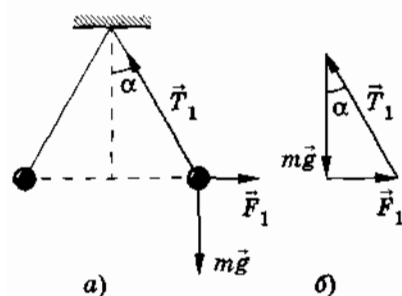


Рис. 1.12

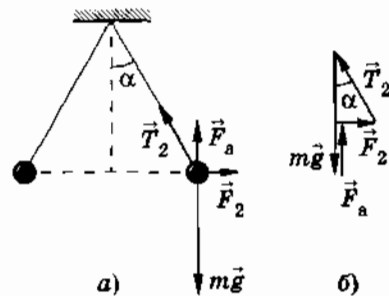


Рис. 1.13

Так как шарики находятся в равновесии, то сумма сил равна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{T}_1 = 0.$$

Это означает, что при сложении сил векторы образуют прямоугольный треугольник (рис. 1.12, б). Из этого треугольника имеем:

$$F_1 = mgtg \alpha.$$

При погружении в керосин появляется еще архимедова сила  $F_a$ , а сила натяжения нити  $\vec{T}_2$  и кулоновская сила  $\vec{F}_2$  уменьшаются по модулю (рис. 1.13, а). Шарики находятся в равновесии, значит,

$$m\vec{g} + \vec{F}_a + \vec{F}_2 + \vec{T}_2 = 0.$$

Отсюда следует, что при сложении сил они образуют замкнутую фигуру (рис. 1.13, б). Из рисунка видно, что

$$F_2 = (mg - F_a)tg \alpha.$$

Отношение модулей сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  есть диэлектрическая проницаемость среды:

$$\frac{F_1}{F_2} = \epsilon, \text{ или } \frac{mg}{mg - F_a} = \epsilon.$$

Подставляя в это выражение значения массы  $m = \rho V$  и архимедовой силы  $F_a = \rho_k Vg$ , получим:

$$\frac{\rho Vg}{\rho Vg - \rho_k Vg} = \epsilon.$$

Отсюда

$$\rho = \frac{\epsilon \rho_k}{\epsilon - 1} \approx 1,6 \text{ г/см}^3.$$

Можно решить эту задачу, проецируя векторные равенства на оси координат. Решение получается более громоздким.

#### Задача 4

В вершинах квадрата расположены одинаковые заряды  $q$ . Какой заряд  $q_0$  надо поместить в центре квадрата, чтобы система находилась в равновесии?

**Решение.** Искомый заряд  $q_0$  должен притягивать заряды  $q$ , расположенные в вершинах квадрата, компенсируя их взаимное отталкивание. Поэтому знаки зарядов  $q_0$  и  $q$  противоположны. При любом значении заряда  $q_0$  он будет находиться в равновесии, так как расположен в центре симметрии квадрата, и силы, действующие на него со стороны зарядов, расположенных в вершинах квадрата, компенсируются.

Заряды, расположенные в вершинах квадрата, будут находиться в равновесии, когда суммы действующих на них сил равны нулю. Рассмотрим, например, условие равновесия заряда, расположенного в точке  $D$  (рис. 1.14). На этот заряд действуют силы отталкивания  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$  со стороны зарядов, расположенных в вершинах  $B$ ,  $C$  и  $K$ , и сила  $\vec{F}_4$  притяжения к заряду  $q_0$ . Следовательно,

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0.$$

В проекциях на ось  $X$  это равенство примет вид:

$$F_1 + F_3 \cos \alpha - F_4 \cos \alpha = 0, \quad (1.6.2)$$

где  $\alpha = 45^\circ$ , а  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Для нахождения модулей сил необходимо знать расстояния между зарядами. Обозначим длину стороны  $BD$  квадрата через  $a$ , тогда

$$KD = a\sqrt{2}, \quad AD = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Найдем модули сил, используя закон Кулона и считая, что система зарядов находится в вакууме ( $\epsilon = 1$ ):

$$F_1 = k \frac{q^2}{a^2}, \quad F_3 = k \frac{q^2}{2a^2}, \quad F_4 = k \frac{2|q||q_0|}{a^2}.$$

Подставляя эти силы в уравнение (1.6.2), получим:

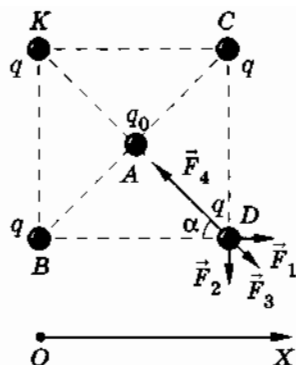


Рис. 1.14

$$k \frac{q^2}{a^2} + k \frac{q^2}{2a^2} \frac{\sqrt{2}}{2} - k \frac{2|q||q_0|}{a^2} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$

Отсюда находим:

$$|q_0| = \frac{|q|(2\sqrt{2} + 1)}{4}.$$

Учитывая, что заряды  $q$  и  $q_0$  должны иметь противоположные знаки, получим:

$$q_0 = -\frac{q(2\sqrt{2} + 1)}{4}.$$

### Задача 5

Тонкое проволочное кольцо радиусом  $R$  несет электрический заряд  $q$ . В центре кольца расположен одноименный с  $q$  заряд  $Q$ , причем  $Q \gg q$ . Определите силу, растягивающую кольцо.

**Решение.** 1-й способ. Так как  $Q \gg q$ , то взаимодействием между отдельными элементами кольца можно пренебречь. Выделим малый элемент кольца длиной  $\Delta l = R\Delta\alpha$  (рис. 1.15, а).

Со стороны заряда  $Q$  на него действует сила  $F = k \frac{Q\Delta q}{R^2}$ , где

$$\Delta q = \frac{q}{2\pi R} \Delta l = \frac{q\Delta\alpha}{2\pi}.$$

Силы натяжения  $\vec{T}$  уравнивают силу  $\vec{F}$  (рис. 1.15, б). Из условия равновесия, учитывая, что  $\Delta\alpha$  мало, имеем:

$$F = 2T \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \approx T\Delta\alpha.$$

Отсюда

$$T = \frac{F}{\Delta\alpha} = k \frac{Q\Delta q}{R^2 \Delta\alpha}. \quad (1.8.3)$$

Подставляя в (1.8.3) значения  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  и  $\Delta q = \frac{q\Delta\alpha}{2\pi}$ , получим:

$$T = \frac{Qq}{8\pi^2 \epsilon_0 R^2}.$$

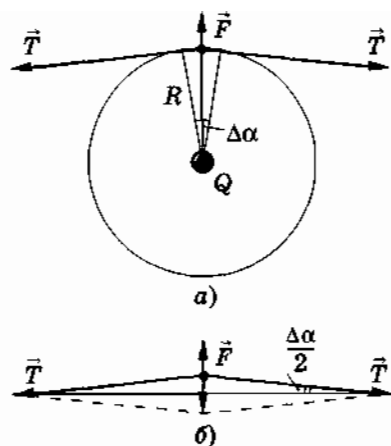


Рис. 1.15

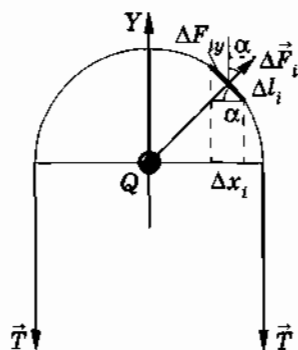


Рис. 1.16

2-й способ. На каждый элемент кольца длиной  $\Delta l_i$  (рис. 1.16) действует элементарная сила

$$\Delta F_i = k \frac{Q \Delta q_i}{R^2}.$$

Так как  $\Delta q_i = \frac{q \Delta l}{2\pi R}$ , то  $\Delta F_i = k \frac{Q q \Delta l_i}{2\pi R^3}$ .

Геометрическая сумма элементарных сил, действующих на полукольцо, уравновешивается возникающими силами натяжения кольца (см. рис. 1.16):

$$\sum_i \Delta \vec{F}_i = 2\vec{T} = 0.$$

Или в проекциях на ось Y:

$$\sum_i \Delta F_{iy} - 2T = 0.$$

Отсюда

$$T = \frac{\sum_i \Delta F_{iy}}{2}.$$

Из рисунка видно, что

$$\Delta F_{iy} = \Delta F_i \cos \alpha = \Delta F_i \frac{\Delta x_i}{\Delta l_i} = k \frac{Qq \Delta x_i}{2\pi R^3}.$$

Следовательно,

$$T = \frac{1}{2} \sum_i k \frac{Qq \Delta x_i}{2\pi R^3} = \frac{1}{2} k \frac{Qq}{2\pi R^3} \sum_i \Delta x_i.$$

Так как  $\sum_i \Delta x_i = 2R$ , то

$$T = \frac{Qq}{8\pi^2 \epsilon_0 R^2}.$$

### Упражнение 1

1. Два заряженных шарика малых размеров с одинаковыми отрицательными зарядами расположены в вакууме на расстоянии  $r = 3$  см друг от друга и отталкиваются с силой  $F = 2 \cdot 10^{-5}$  Н. Найдите число избыточных электронов  $N$  на одном шарике.
2. С какой силой взаимодействовали бы две капли воды на расстоянии 10 км, если бы удалось передать одной из капель 2% всех электронов, содержащихся в другой капле массой  $5 \cdot 10^{-5}$  кг?
3. Два одинаковых маленьких шарика, имеющие заряды  $+20$  СГСЭ<sub>q</sub> и  $-14$  СГСЭ<sub>q</sub>, приведены в соприкосновение и раздвинуты на 2 см. Найдите силу взаимодействия шариков.
4. Одинаковые металлические одноименно заряженные шарiki находятся на расстоянии  $r$ . Отношение зарядов шариков равно  $n$ . Шарiki привели в соприкосновение. На какое расстояние их надо развести, чтобы сила взаимодействия осталась прежней?
5. Электрон движется вокруг протона по круговой орбите. Определите период  $T$  обращения электрона, считая радиус

орбиты равным  $r = 5 \cdot 10^{-11}$  м. Масса электрона  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг.

6. Вокруг точечного заряда  $Q = 5$  СГСЭ<sub>q</sub> равномерно движется по окружности под действием кулоновской силы маленький отрицательно заряженный шарик. Чему равно отношение заряда шарика к его массе, если радиус окружности  $r = 2$  см, а угловая скорость вращения  $\omega = 5$  рад/с?
7. Два одинаковых шарика массой  $m = 0,5$  г подвешены в вакууме на нитях длиной  $L = 0,3$  м к одной точке. После получения шариками одинаковых зарядов они разошлись на расстояние  $r = 0,1$  м. Найдите заряд  $q$  каждого шарика.
8. На шелковой нити подвешен маленький шарик массой  $0,1$  г. Шарик у сообщен заряд  $50$  СГСЭ<sub>q</sub>. Как близко надо поднести к нему снизу одноименный равный ему заряд, чтобы сила натяжения нити уменьшилась вдвое? Заряды находятся в вакууме.
9. Два невесомых одинаково заряженных шарика подвешены в воздухе на тонких непроводящих стержнях длиной  $l = 100$  см. Один из стержней закреплен в вертикальном положении, а другой, массой  $m = 5 \cdot 10^{-3}$  кг, — свободен. Определите, при каком значении зарядов этот стержень отклонится на угол  $\alpha = 6^\circ$  ( $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>).
10. Три одинаковых отрицательных заряда  $q = -9 \cdot 10^{-9}$  Кл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд  $Q$  надо поместить в центре треугольника, чтобы система находилась в равновесии?
11. Три одинаковых заряда  $q = 20$  СГСЭ<sub>q</sub> помещены в вершинах равностороннего треугольника. Сила, действующая на каждый заряд, по модулю равна  $F = 0,01$  Н. Определите длину  $a$  стороны треугольника.
12. На расстоянии  $r = 3$  м друг от друга расположены два точечных заряда  $q_1 = -9$  СГСЭ<sub>q</sub> и  $q_2 = -36$  СГСЭ<sub>q</sub>. После того как в некоторой точке поместили заряд  $Q$ , все три заряда оказались в равновесии. Найдите заряд  $Q$  и расстояние  $x$  между зарядами  $q_1$  и  $Q$ .



13. Четыре одинаковых положительных точечных заряда  $q = 10 \text{ СГСЭ}_q$  закреплены в вершинах квадрата со стороной  $a = 10 \text{ см}$ . Найдите силу, действующую со стороны трех зарядов на четвертый.
14. Три небольших заряженных одноименным электрическим зарядом шарика находятся в равновесии на двух одинаковым образом наклоненных к горизонту гладких непроводящих плоскостях, располагаясь в вершинах равностороннего треугольника (рис. 1.17). Заряд шариков 1 и 2 один и тот же и вдвое превосходит заряд шарика 3. Найдите отношение масс второго и третьего шариков.
15. Три одинаковых маленьких шарика массой  $m = 0,1 \text{ г}$  каждый подвешены в одной точке на шелковых нитях длиной  $l = 20 \text{ см}$ . Какие одинаковые заряды следует сообщить шарикам, чтобы каждая нить составляла с вертикалью угол  $\alpha = 30^\circ$ ?

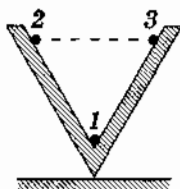


Рис. 1.17

## § 1.7. БЛИЗКОДЕЙСТВИЕ И ДЕЙСТВИЕ НА РАССТОЯНИИ

*Закон взаимодействия неподвижных электрических зарядов был установлен экспериментально. Но оставался нерешенным вопрос, как воздействует один заряд на другой.*

### Близкодействие

Если мы наблюдаем действие одного тела на другое, находящееся на некотором расстоянии от него, то, прежде чем допустить, что это действие прямое и непосредственное, мы склонны сначала исследовать, нет ли между телами какой-либо материальной связи: нитей, стержней и т. д. Если подобные связи есть, то мы объясняем действие одного тела на другое при помощи этих промежуточных звеньев. Так, когда водитель старых автобусов, ныне встречающихся редко, поворачивает рукоятку, открывающую дверь, то последовательные участки соединительного стержня сжимаются, затем приходят в движение, пока дверь не откроется. В современных автобусах водитель заставляет дверь открываться, направляя по

трубкам сжатый воздух в цилиндр, управляющий механизмом двери. Можно также приспособить для этой цели электромагнит. Во всех трех способах открывания двери есть общее: между водителем и дверью существует непрерывная соединительная линия, в каждой точке которой совершается некоторый физический процесс. С помощью этого процесса, распространяющегося от точки к точке, происходит передача действия, причем не мгновенно, а с той или иной скоростью.

Итак, действие между телами на расстоянии во многих случаях можно объяснить присутствием передающих действие промежуточных звеньев. Не разумно ли и в тех случаях, когда никакой среды, никакого посредника между взаимодействующими телами мы не замечаем, допустить существование некоторых промежуточных звеньев? Ведь иначе придется считать, что тело действует там, где его нет.

Кому не знакомы свойства воздуха, тот может подумать, что рот или голосовые связки собеседника непосредственно действуют на уши, и считать передачу звука невидимой средой чем-то совершенно непонятным. Однако можно в деталях проследить весь процесс распространения звуковых волн и вычислить их скорость.

Предположение о том, что взаимодействие между удаленными друг от друга телами всегда осуществляется с помощью промежуточных звеньев (или среды), передающих взаимодействие от точки к точке, составляет сущность теории близкодействия.

Многие ученые, сторонники теории близкодействия, для объяснения происхождения гравитационных и электромагнитных сил придумывали невидимые истечения, окружавшие планеты и магниты; незримые атмосферы вокруг наэлектризованных тел. Размышления эти были подчас остроумны, но обладали немаловажным недостатком — они ничего не давали науке.

### **Действие на расстоянии**

Так продолжалось до тех пор, пока Ньютон не установил закон всемирного тяготения, не предложив, однако, какого-либо объяснения его действия. Последовавшие за этим успехи в исследовании Солнечной системы настолько захватили воображение ученых, что они вообще в большинстве своем начали

склоняться к мысли, что поиски каких-либо посредников, передающих взаимодействие от одного тела к другому, совсем не нужны.

Возникла теория прямого действия на расстоянии непосредственно через пустоту. Согласно этой теории действие передается мгновенно на сколь угодно большие расстояния. Тела способны «чувствовать» присутствие друг друга без какой-либо среды между ними. Сторонников действия на расстоянии не смущала мысль о действии тела там, где его самого нет. «Разве, — рассуждали они, — мы не видим, как магнит или наэлектризованная расческа прямо через пустоту притягивают тела?» И при этом сила притяжения, например магнита, заметно не меняется, если магнит завернуть в бумагу или положить в деревянный ящик. Более того, даже если нам и кажется, что взаимодействие тел вызвано непосредственно контактом, то в действительности это не так. При самом тесном контакте между телами или частями одного тела остаются небольшие промежутки. Ведь груз, например, подвешенный на нити, не разрывает эту нить, хотя между отдельными атомами, из которых она состоит, ничего нет (рис. 1.18). Действие на расстоянии — единственный способ действия, встречающийся повсюду.

Возражения против теории близкодействия были довольно сильными. Тем более что они подкреплялись успехами, которых добились такие убежденные сторонники действия на расстоянии, как Кулон и Ампер, открывшие законы взаимодействия зарядов и токов.

Если бы развитие науки происходило прямолинейно, то, казалось бы, победа теории действия на расстоянии обеспечена. Но в действительности развитие науки напоминает скорее винтовую линию. Пройдя один виток, опять возвращаются примерно к тем же представлениям, но уже на более высоком уровне. Именно так произошло при развитии молекулярно-кинетической теории. Атомная гипотеза Демокрита одно время была оставлена большинством ученых. Затем она возродилась в строгой математической форме и была доказана экспериментально. Так же случилось и при развитии теории близкодействия.

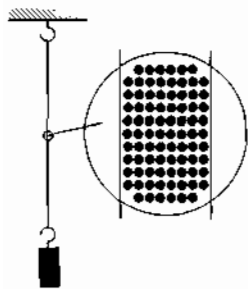


Рис. 1.18

Согласно теории действия на расстоянии одно тело действует на другое непосредственно через пустоту и это действие передается мгновенно. Теория близкодействия утверждает, что любое взаимодействие осуществляется с помощью промежуточных агентов и распространяется с конечной скоростью.

## § 1.8. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

После длительной борьбы теория близкодействия одержала окончательную победу. Расскажем кратко, как это произошло, а также расскажем о том, что такое электрическое поле.

### Идеи Фарадея

Решительный поворот к представлениям близкодействия был начат великим английским ученым Майклом Фарадеем, а окончательно завершен Максвеллом.

По теории действия на расстоянии один заряд непосредственно «чувствует» присутствие другого. При перемещении одного из зарядов, например  $A$  (рис. 1.19), сила, действующая на другой заряд —  $B$ , мгновенно изменяет свое значение. Причем ни с самим зарядом  $B$ , ни с окружающим его пространством никаких изменений не происходит.

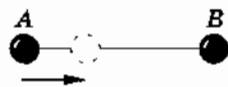


Рис. 1.19

Согласно идее Фарадея электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно. Каждый из них создает в окружающем пространстве электрическое поле. Поле одного заряда действует на другой заряд, и наоборот. По мере удаления от заряда поле ослабевает.

Первоначально эта идея выражала лишь уверенность Фарадея в том, что действие одного тела на другое через пустоту невозможно. Доказательств существования поля не было. Такие доказательства и нельзя получить, исследуя лишь взаимодействия неподвижных зарядов. Успех к теории близкодействия пришел после изучения электромагнитных взаимодействий движущихся заряженных частиц. Вначале было доказано существование переменных во времени полей, и только после этого был сделан вывод о реальности электрического поля неподвижных зарядов.

## Скорость распространения электромагнитных взаимодействий

Основываясь на идеях Фарадея, Максвелл сумел теоретически доказать, что электромагнитные взаимодействия распространяются в пространстве с конечной скоростью.

Это означает, что если слегка передвинуть заряд  $A$  (см. рис. 1.19), то сила, действующая на заряд  $B$ , изменится, но не в то же мгновение, а лишь спустя некоторое время:

$$t = \frac{AB}{c}, \quad (1.8.1)$$

где  $AB$  — расстояние между зарядами, а  $c$  — скорость распространения электромагнитных взаимодействий. Максвелл нашел, что она равна скорости света в вакууме, т. е. 300 000 км/с. При перемещении заряда  $A$  электрическое поле вокруг заряда  $B$  изменится спустя время  $t$ . Значит, действительно между зарядами в вакууме происходит некоторый процесс, в результате которого взаимодействие между ними распространяется с конечной скоростью<sup>1</sup>.

Существование определенного процесса в пространстве между взаимодействующими телами, длящегося конечное время, — вот главное, что отличает теорию бликодействия от теории действия на расстоянии. Все прочие аргументы в



Фарадей Майкл (1791—1867) — великий английский ученый, творец общего учения об электромагнитных явлениях, в котором все явления рассматриваются с единой точки зрения. Фарадей впервые ввел представление об электрическом и магнитном полях. «Там, где математики видели центры напряжения сил дальнего действия, Фарадей видел промежуточный агент. Где они не видели ничего, кроме расстояния, удовлетворяясь тем, что находили закон распределения сил, действующих на электрические флюиды (т. е. заряды с современной точки зрения), Фарадей искал сущность реальных явлений, протекающих в среде» (Д. Максвелл).

<sup>1</sup> О том, что это за процесс, будет рассказано в дальнейшем.

пользу той или другой теории не могут считаться решающими. Правда, эксперимент по проверке равенства (1.8.1) при перемещении зарядов трудно осуществить из-за большого значения скорости  $c$ . Но в этом сейчас, после изобретения радио, нет необходимости.

## Радиоволны

Радиосвязь — это связь посредством электромагнитных взаимодействий, так как радиоволна — это электромагнитная волна. Сейчас вы можете просто прочитать в газетах, что радиоволны от космической станции, приближающейся к Венере, доходят до Земли более чем через 4 мин. Станция уже может сгореть в атмосфере планеты, а посланные ею радиоволны еще долго будут блуждать в пространстве, пока не поглотятся телами. Таким образом, электромагнитное поле обнаруживает себя как нечто существующее столь же реально, как и стол, за которым вы сидите.

Отмахнуться от представлений о поле как о чем-то сложном и неопределенном, запутывающем простые вещи, как думали сторонники действия на расстоянии, уже нельзя.

Идея о том, что тело может действовать там, где его нет, была опровергнута экспериментально, хотя одно время казалось, что само развитие науки требует ее признания<sup>1</sup>.

## Что такое электрическое поле?

Мы знаем, что электрическое поле существует реально. Мы можем исследовать его свойства опытным путем. Но мы не можем сказать, из чего это поле состоит. Здесь мы доходим до границы того, что сейчас известно науке.

Дом состоит из кирпичей, плит и других материалов, которые в свою очередь состоят из молекул, молекулы — из атомов, атомы — из элементарных частиц. Элементарные же частицы, такие, как электрон, ни из чего более простого, чем они

---

<sup>1</sup> Согласно современным представлениям, гравитационные взаимодействия также осуществляются с помощью особого поля, называемого гравитационным или полем тяготения. Гравитационное поле создается телами и проявляется по действию на тела. Распространяться гравитационные взаимодействия также должны со скоростью  $300\,000$  км/с. Однако экспериментально это пока не доказано.

сами, не состоят. По крайней мере, сейчас более простых образований мы не знаем. Так же обстоит дело и с электрическим полем. Ничего более простого, более элементарного, чем поле, мы не знаем. Поэтому на вопрос о том, что такое электрическое поле, мы можем ответить только так:

**во-первых, поле материально: оно существует независимо от нас, от наших знаний о нем;**

**во-вторых, поле обладает определенными свойствами, которые не позволяют его спутать с чем-либо другим в окружающем мире. Установление этих свойств является единственным ответом на вопрос, что такое электрическое поле.**

При изучении электрического поля мы сталкиваемся с особым видом материи, движение которой не подчиняется законам механики Ньютона. С открытием электрического поля впервые за всю историю науки появилась глубокая идея: *существуют различные виды материи и каждому из них присущи свои законы.*

### **Основные свойства электрического поля**

Главное свойство электрического поля — действие его на электрические заряды с некоторой силой. По действию на заряд устанавливают существование поля, распределение его в пространстве, изучают все его характеристики.

Электрическое поле неподвижных зарядов называют электростатическим. Оно не меняется со временем. Электростатическое поле создается только электрическими зарядами. Оно существует в пространстве, окружающем эти заряды, и неразрывно с ними связано.

По мере изучения электродинамики мы будем знакомиться с новыми свойствами поля. Познакомимся и с переменным во времени электрическим полем, которое уже не связано с зарядами неразрывно. Многие свойства статических и переменных полей совпадают. Однако имеются между ними существенные различия. Говоря о свойствах поля, мы будем называть это поле просто электрическим, если данное свойство в равной мере присуще как статическим, так и переменным полям.

### **Как относятся к фундаментальным понятиям ученые?**

Полезно сказать несколько слов об отношении самих физиков к такого рода фундаментальным понятиям, как поле. То

определение поля и перечисление его свойств, о которых шла речь, вероятно, многим покажется явно недостаточным. Не следует ли в первую очередь все силы направить на достижение большей ясности в вопросе о поле, попытаться выяснить детально его природу?

Точка зрения ученых на этот счет иная. В тех сведениях о поле, которыми мы располагаем, ученые прежде всего видят необъятные возможности для объяснения громадной совокупности опытных фактов. Только под этими сведениями надо понимать, конечно, точно сформулированные математические законы, определяющие конфигурацию поля в зависимости от расположения зарядов и их скоростей, а не только те качественные представления, о которых мы говорили. Ученые отдают себе полный отчет в том, что здесь то же положение, что и с силами в механике Ньютона. Для механики, как вы помните, не важно, какова природа силы. Важно, чему равна сила и при каких условиях возникает. В теории электромагнитного поля также важно в первую очередь знать, как поле действует на заряд и при каких условиях возникает, а не что есть поле само по себе. Разница лишь в том, что, выходя за рамки механики, мы можем исследовать природу сил, но поступить таким же образом с полем не в состоянии, во всяком случае сейчас. Исследование природы различных механических сил заключается, по существу, в сведении их к тем или иным полям. Сами же поля нельзя свести к чему-то более элементарному.

Рано или поздно наши сведения о поле, несомненно, будут углублены. Но те сведения, которыми мы располагаем, не позволяют пускаться в дебри сомнительных предположений о том, каков «механизм» действия поля на заряды. Нужно удовлетвориться сказанным. Стремление сразу постичь «самую сущность» поля вместо длительного, трудного, крайне важного дела объяснения конкретных явлений на основе известного и поисков новых свойств поля может только показаться похвальным, а в действительности от этого нужно освободиться.

Отношение ученых к полю можно сравнить с отношением Собакевича к такому деликатному предмету, как «мертвые души». Собакевича прежде всего заинтересовала та выгода, которую он может из них извлечь. «Вам нужно мертвых душ? — спросил Собакевич (Чичикова) очень просто, без ма-



лейшего удивления, как бы речь шла о хлебе... — Извольте, я готов продать»<sup>1</sup>.

Во всяком случае, к полю ученый относится не по-маниловски. Вы помните, как Манилов пытался постичь, что такое «мертвые души», но, поняв, что ему это не по силам, ограничился опасениями, не будет ли их продажа «несоответствующей гражданским постановлениям и дальнейшим видам России»? Получив заверение в противном, он совершенно успокоился.

Конечно, ученые стремятся глубже исследовать свойства поля. Но они отлично понимают, что природа хранит свои тайны гораздо лучше, чем Чичиков тайну «мертвых душ».

Строить гипотезы о «механизме» действия поля ученые считают занятием не только бесполезным, но и вредным. На таком пути можно только превратить науку в сочинительство занимательных историй.

В настоящее время мы не можем наверняка утверждать, что в дальнейшем будут открыты «сущности» более первичные, чем поля и элементарные частицы.

*Согласно теории близкодействия взаимодействие между заряженными частицами осуществляется посредством электрического поля. Электрическое поле — это особая форма материи, существующая независимо от наших представлений о нем. Доказательство реальности электрического поля — конечная скорость распространения электромагнитных взаимодействий.*

## **§ 1.9. НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ПОЛЕЙ**

*Недостаточно утверждать, что электрическое поле существует. Надо ввести количественную характеристику поля. После этого электрические поля можно будет сравнивать друг с другом и продолжать изучать их свойства.*

<sup>1</sup> Да не подумает читатель, что ученый своим характером вылитый Собакевич. Сходство между ними не в цели использования «таинственных предметов», а в способности увидеть в них практически полезные вещи.

## Напряженность электрического поля

Электрическое поле обнаруживается по силам, действующим на электрический заряд. Можно утверждать, что мы знаем о поле все, что нужно, если будем знать силу, действующую на любой заряд в любой точке поля. Поэтому надо ввести такую характеристику поля, знание которой позволит определить эту силу.

Утверждение о реальности электрического поля состоит в том, что поле существует в определенной области пространства и тогда, когда электрических зарядов в этой области нет.

Если поочередно помещать в одну и ту же точку поля небольшие (пробные) заряженные тела, то обнаружится, что сила, действующая на электрический заряд со стороны поля, прямо пропорциональна этому заряду.

Действительно, пусть поле создается точечным зарядом  $q_1$ . Положение произвольной точки  $A$  в поле можно задать радиусом-вектором  $\vec{r}$ . Если поместить в точку  $A$  пробный заряд  $q$ , то на него будет действовать сила  $\vec{F}$ . Согласно закону Кулона эта сила пропорциональна заряду  $q$ :

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q}{r^2} \vec{r}. \quad (1.9.1)$$

Поэтому отношение силы, действующей на помещаемый в данную точку поля заряд, к этому заряду в любой точке поля не зависит от помещенного заряда и может рассматриваться как характеристика поля. Эту силовую характеристику поля называют напряженностью электрического поля.

Подобно силе, напряженность поля — векторная величина, ее обозначают буквой  $\vec{E}$ . Согласно определению напряженность поля равна:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad (1.9.2)$$

Напряженность поля равна отношению силы, с которой поле действует на точечный заряд, к этому заряду.

В каждой точке поля напряженность имеет определенное значение. Это означает, что напряженность поля зависит от координат:  $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$ . В случае переменных полей она зависит еще от времени.

Из формулы (1.9.2) видно, что сила, действующая на заряд  $q$  со стороны электрического поля, равна:

$$\vec{F} = q\vec{E}. \quad (1.9.3)$$

Если  $q > 0$ , то векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{F}$  направлены в одну и ту же сторону (рис. 1.20); при  $q < 0$  эти векторы направлены в противоположные стороны (рис. 1.21). Направление же вектора  $\vec{E}$  не зависит от знака заряда  $q$ . Оно совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

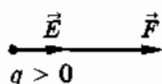


Рис. 1.20

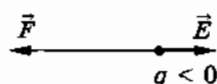


Рис. 1.21

Формула (1.9.2) позволяет установить единицу напряженности. В СИ напряженность выражается в ньютонах на кулон (Н/Кл)<sup>1</sup>.

В системе Гаусса за единицу напряженности принимается напряженность поля, при которой на 1 ед. заряда СГСЭ действует сила в 1 дин. Обе единицы напряженности не имеют специального названия.

### Напряженность поля точечного заряда

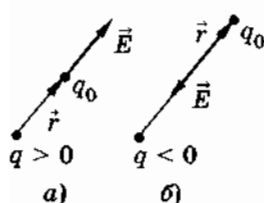


Рис. 1.22

Найдем напряженность поля, создаваемого точечным зарядом  $q$ . Этот заряд действует на другой заряд  $q_0$  с силой, согласно закону Кулона равной:

$$\vec{F} = k \frac{qq_0}{\epsilon r^3} \vec{r}, \quad (1.9.4)$$

где  $\vec{r}$  — радиус-вектор, проведенный от заряда  $q$  к заряду  $q_0$  (рис. 1.22, а, б).

Напряженность поля точечного заряда  $q$  на расстоянии  $r$  от него равна:

$$\vec{E} = k \frac{q}{\epsilon r^3} \vec{r}. \quad (1.9.5)$$

<sup>1</sup> В СИ единицу напряженности электрического поля принято устанавливать на основе единицы разности потенциалов (см. § 1.19).

Вектор напряженности в любой точке электрического поля направлен вдоль прямой, соединяющей эту точку и заряд, — от заряда, если  $q > 0$  (см. рис. 1.22, а), и к заряду, если  $q < 0$  (см. рис. 1.22, б).

### Принцип суперпозиции полей

Если на тело действует несколько сил, то по законам механики Ньютона результирующая сила равна геометрической сумме сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots \quad (1.9.6)$$

В интересующем нас случае телом является заряженное тело или, говоря коротко, электрический заряд.

На электрические заряды действуют силы со стороны поля. Если при наложении в пространстве полей от нескольких зарядов эти поля не оказывают никакого влияния друг на друга, то результирующая сила со стороны всех полей должна быть равна геометрической сумме сил со стороны каждого поля. Именно так и происходит на самом деле. Это означает, что напряженности полей складываются геометрически, так как напряженности прямо пропорциональны силам.

В этом состоит принцип суперпозиции полей, т. е. принцип независимого наложения полей («суперпозиция» в переводе на русский означает «наложение»). Он формулируется так: если в данной точке пространства различные заряды создают электрические поля, напряженности которых  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}_2$ ,  $\vec{E}_3$  и т. д., то результирующая напряженность поля в этой точке равна:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots \quad (1.9.7)$$

Благодаря принципу суперпозиции для нахождения напряженности поля системы точечных зарядов в любой точке достаточно знать выражение (1.9.5) для напряженности поля точечного заряда. На рисунке 1.23, а, б показано, как геометрически определяется напряженность  $\vec{E}$  поля, созданного двумя зарядами.

Для определения напряженности поля, создаваемого заряженным телом конечных размеров, нужно поступать сле-

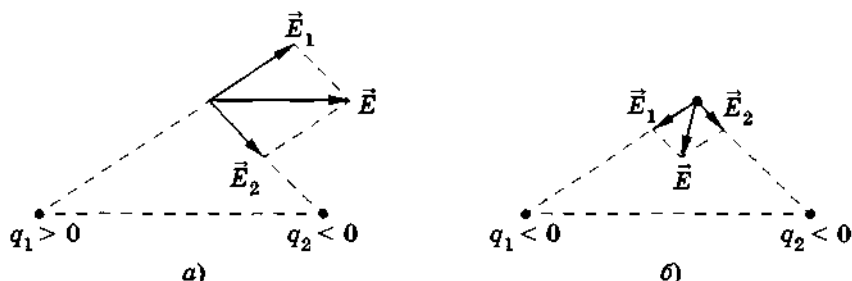


Рис. 1.23

дующим образом. Мысленно разделить тело на маленькие элементы, каждый из которых можно считать точечным. Определить заряды всех этих элементов и найти напряженности полей, созданных всеми ими в заданной точке. После этого сложить геометрически напряженности от всех элементов тела и найти результирующую напряженность поля. Для тел сложной формы это трудная, но в принципе разрешимая задача. Для ее решения нужно знать, как заряд распределен на теле.

Подчеркнем, что принцип суперпозиции не является тривиальным. Поля, удовлетворяющие этому принципу, называются **линейными**<sup>1</sup>.

У линейных полей отсутствуют взаимодействия между отдельными участками поля: поле не действует само на себя. Электромагнитное поле линейно. Но гравитационное поле в теории тяготения Эйнштейна является нелинейным. Нелинейно также поле, осуществляющее сильные взаимодействия между кварками.

*Введение электрического поля позволяет задачу вычисления сил взаимодействия заряженных частиц разбить на две части. Сначала вычисляют напряженность поля, созданного зарядами, а затем по известной напряженности определяют силы. Такое разделение задачи на части обычно облегчает расчеты сил.*

<sup>1</sup> Поля являются линейными, если уравнения, описывающие их эволюцию или распределение в пространстве, линейны, т. е. не содержат квадратов и более высоких степеней рассматриваемых величин.

## § 1.10. ЛИНИИ НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Электрическое поле не действует на органы чувств. Его мы не видим. Тем не менее распределение поля в пространстве можно сделать видимым. Делается это довольно просто.

### Линии напряженности

Мы получим некоторое представление о поле, если нарисуем векторы напряженности поля в нескольких точках пространства. На рисунке 1.24 таким способом изображено поле положительного точечного заряда. Длины векторов уменьшаются как  $\frac{1}{r^2}$ , а направлены все они по радиусам от заряда. Но в

случае произвольного поля картина будет более наглядной, если нарисовать не векторы в отдельных точках, а *непрерывные линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности*. Эти линии называются *линиями напряженности* или *силовыми линиями* электрического поля. За направление силовых линий принимается направление вектора  $\vec{E}$  (рис. 1.25).

По картине силовых линий можно судить не только о направлении вектора  $\vec{E}$ , но и о его модуле. Действительно, для точечных зарядов напряженность поля увеличивается по мере приближения к заряду, а силовые линии при этом сгущаются (рис. 1.26). Число силовых линий, проходящих на поверхность единичной площади, расположенную нормально к силовым линиям, можно считать пропорциональным модулю на-

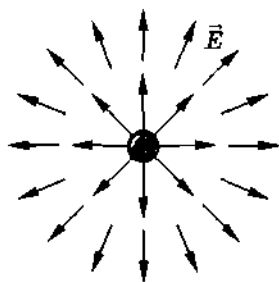


Рис. 1.24

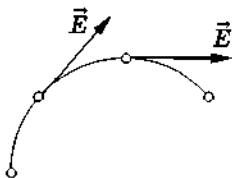


Рис. 1.25

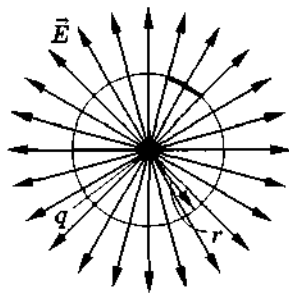


Рис. 1.26

пряженности. Покажем это на частном примере. Опишем вокруг точечного заряда  $q$  сферу радиусом  $r$  (см. рис. 1.26). Обозначим число силовых линий, проведенных от заряда  $q$ , через  $N$ . Это число, разумеется, произвольно. Тогда число силовых линий, приходящихся на единицу площади поверхности сферы, равно:

$$n = \frac{N}{4\pi r^2}, \quad (1.10.1)$$

т. е. убывает как  $\frac{1}{r^2}$ .

Точно так же убывает с расстоянием напряженность поля точечного заряда. Поэтому

$$E \sim n. \quad (1.10.2)$$

### Картины силовых линий

Построить точную картину силовых линий заряженного тела — сложная задача. Нужно сначала вычислить напряженность поля  $E(x, y, z)$  как функцию координат. Но этого еще мало. Остается непростая задача проведения непрерывных линий так, чтобы в каждой точке линии касательная к ней совпадала с направлением напряженности  $\vec{E}$ . Такую задачу проще всего поручить компьютеру, работающему по специальной программе.

Впрочем, строить точную картину распределения силовых линий нет необходимости. Имеет смысл рисовать приближенные картины, исходя из определенной симметрии в расположении зарядов. Такая картина дает наглядное представление о поле.

На рисунках 1.27—1.30 изображены довольно точно построенные картины силовых линий: положительно заряженного шарика (рис. 1.27); двух разноименно заряженных шариков (рис. 1.28); двух одноименно заряженных шариков (рис. 1.29); двух пластин, заряды которых равны по модулю и противоположны по знаку (рис. 1.30). Последний пример особенно важен. На рисунке 1.30 видно, что в пространстве между пластинами вдали от краев пластин силовые линии параллельны: электрическое поле здесь одинаково во всех точках.

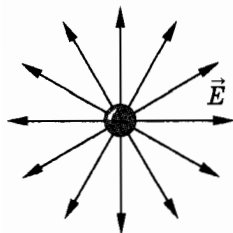


Рис. 1.27

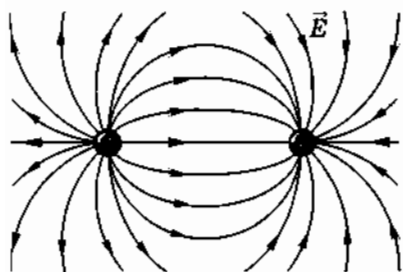


Рис. 1.28

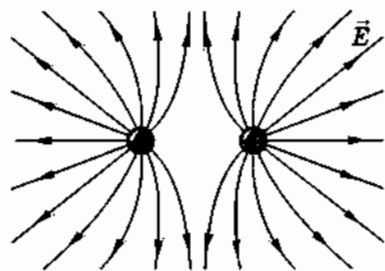


Рис. 1.29

Электрическое поле, напряженность которого одинакова во всех точках пространства, называется однородным. В ограниченной области пространства электрическое поле можно считать приблизительно однородным, если напряженность поля внутри этой области меняется незначительно.

Силовые линии электростатического поля не замкнуты; они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных. Изображенные на рисунке 1.27 линии также оканчиваются на отрицательных зарядах, расположенных где-то вдали. Линии непрерывны и не пересекаются, так как их пересечение означало бы отсутствие определенного направления напряженности электрического поля в данной точке.

Представление электрического поля с помощью силовых линий имеет существенный недостаток. Если мы знаем, как выглядят силовые линии одной совокупности зарядов и другой совокупности, мы все равно не получим никакого представления о картине силовых линий, созданной обеими совокупностями.

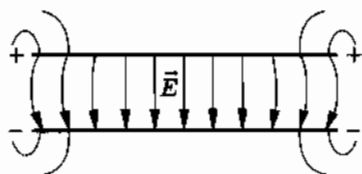


Рис. 1.30

Если же знать напряженность электрического поля в каждой точке пространства для одной и второй совокупности, то вычислить результирующую напряженность поля не составит труда.

### Наблюдение силовых линий

Не следует думать, что линии напряженности — это существующие в действительности образования вроде растянутых упругих нитей или шнуров, как предполагал сам Фарадей. Линии напряженности лишь помогают представить рас-



пределение поля в пространстве и не более реальны, чем меридианы и параллели на земном шаре.

Однако силовые линии можно сделать «видимыми». Для этого нужно металлические тела (электроды) соединить с полюсами электростатической машины и погрузить в вязкий диэлектрик (например, в касторовое или вазелиновое масло). В эту жидкость надо насыпать и хорошо перемешать продолговатые частицы изолятора (например, хинина — лекарства от малярии, асбеста, манной крупы, семян или мелко настриженный волос). При заряджении электродов в жидкости создается достаточно сильное электрическое поле. Под влиянием электрического поля частицы диэлектрика поляризуются: на их концах появляются заряды противоположного знака<sup>1</sup>.

Частицы поворачиваются во внешнем поле вдоль линий напряженности, и заряды на их концах взаимодействуют друг с другом. Разноименные заряды притягиваются, а одноименные отталкиваются. В результате частицы диэлектрика выстраиваются вдоль силовых линий (рис. 1.31). На рисунках 1.32—1.35,

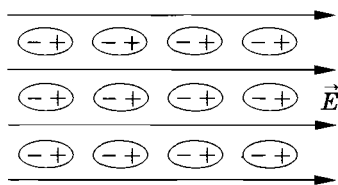


Рис. 1.31

сделанных с фотографий, показаны полученные таким образом картины линий напряженности полей около проводников различной формы (рис. 1.32, *a, б* — два стержня с одинаковыми зарядами и два стержня с противоположными по знаку и равными по модулю зарядами; рис. 1.33 — заряженный цилиндр (поле внутри цилиндра отсутствует); рис. 1.34 — заряженная плоскость; рис. 1.35 — две плоскости с одинаковыми по модулю и противоположными по знаку зарядами).

*Картина силовых линий наглядно показывает, как направлена напряженность электрического поля в различных точках пространства. По изменению густоты линий можно судить об изменении модуля напряженности поля при переходе от точки к точке.*

- ? 1. Совпадает ли траектория заряженной частицы, движущейся в электрическом поле, с силовыми линиями этого поля?
2. Нарисуйте примерную картину силовых линий равномерно заряженного тонкого кольца.

<sup>1</sup> Подробнее об этом процессе будет рассказано в § 1.15.

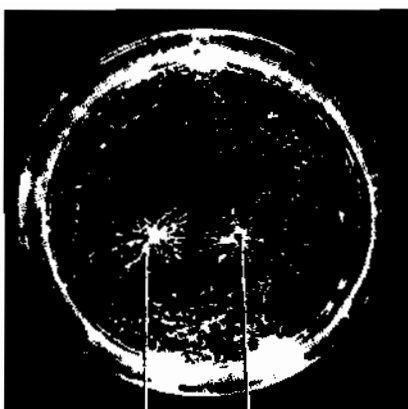


Рис. 1.32

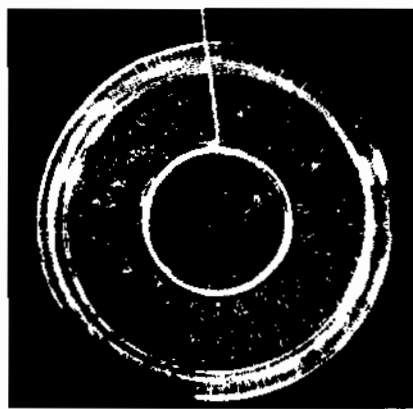


Рис. 1.33

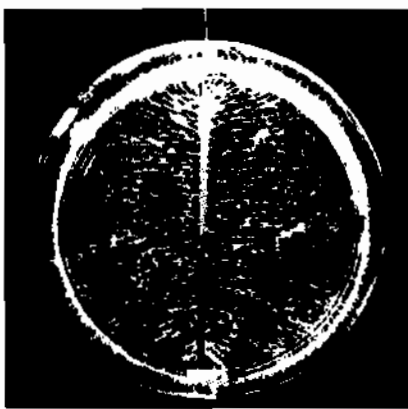


Рис. 1.34



Рис. 1.35

## § 1.11. ТЕОРЕМА ГАУССА

*Закон Кулона — основной закон электростатики. Из него следует основная теорема электростатики — теорема Гаусса.*

### Поток напряженности электрического поля

Предварительно введем новую физическую величину — поток напряженности электрического поля. Напряженность поля характеризует электрическое поле в точке пространства. Поток напряженности зависит не от значения напряженности поля в данной точке, а от распределения поля по поверхности той или иной площади. Именно для этой величины формулируется теорема Гаусса.

Выделим в поле элемент площадью  $\Delta S$ . Он должен быть настолько малым, чтобы напряженность электрического поля во всех его точках можно было считать одинаковой. Проведем нормаль  $\vec{n}$  к элементу. Направление этой нормали выбирается произвольно (рис. 1.36). Угол между векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{n}$  обозначим через  $\alpha$ . Тогда по определению потоком напряженности электрического поля  $\vec{E}$  называется произведение площади  $\Delta S$  поверхности на проекцию напряженности электрического поля на нормаль к элементу:

$$\Delta N = E_n \Delta S = E \cdot \Delta S \cos \alpha. \quad (1.11.1)$$

Поток может быть положительным или отрицательным в зависимости от значения угла  $\alpha$ .



**Гаусс Карл Фридрих (1777—1855)** — великий немецкий математик, физик и астроном, создатель абсолютной системы единиц в физике. Разработал теорию электростатического потенциала и доказал важнейшую теорему электростатики (теорема Гаусса). Создал теорию построения изображений в сложных оптических системах. Одним из первых пришел к мысли о возможности существования неевклидовой геометрии. Кроме того, Гаусс внес выдающийся вклад практически во все разделы математики.

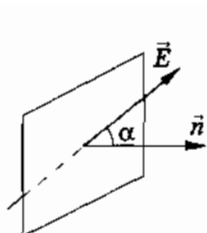


Рис. 1.36

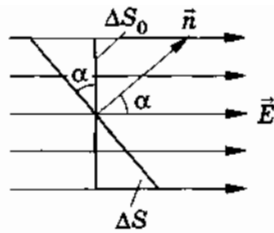


Рис. 1.37

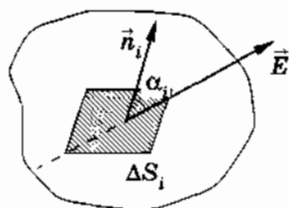


Рис. 1.38

Наглядно поток напряженности поля можно интерпретировать как величину, пропорциональную числу силовых линий, пронизывающих этот элемент. Линии, пронизывающие элемент  $\Delta S$ , пронизывают также элемент  $\Delta S_0$ , представляющий собой проекцию  $\Delta S$  на плоскость, перпендикулярную вектору  $\vec{E}$  (см. рис. 1.37). Поток напряженности можно записать в форме:

$$\Delta N = E \cos \alpha \cdot \Delta S = E \Delta S_0, \quad (1.11.2)$$

так как  $\Delta S_0 = \Delta S \cos \alpha$ .

Если поле неоднородно и поверхность произвольна, то поток определяется так. Всю поверхность надо разбить на малые элементы площадью  $\Delta S_i$ , вычислить потоки напряженности через каждый из этих элементов, а потом просуммировать потоки через все элементы (рис. 1.38):

$$N = \sum_i E_{n_i} \Delta S_i. \quad (1.11.3)$$

Так же определяется поток через замкнутую поверхность. За положительную нормаль к любому элементу замкнутой поверхности принимается внешняя нормаль, т. е. нормаль, направленная не внутрь поверхности, а наружу.

### Теорема Гаусса для точечного заряда

Теорема Гаусса устанавливает связь между потоком напряженности электрического поля через замкнутую поверхность и зарядом внутри этой поверхности.

Вначале рассмотрим простой частный случай. Вычислим поток вектора  $\vec{E}$  в однородной среде через сферическую по-

верхность, в центре которой расположен точечный заряд  $q$  (рис. 1.39).

Напряженность поля в каждой точке на поверхности сферы одна и та же по модулю, а проекция  $E_n$  равна:

$$E_n = k \frac{q}{\epsilon r^2}. \quad (1.11.4)$$

Поток вектора  $\vec{E}$  через поверхность сферы равен:

$$\begin{aligned} N &= \sum_i E_{n_i} \Delta S_i = E_n \sum_i \Delta S_i = \\ &= E_n \cdot 4\pi r^2 = k \frac{4\pi q}{\epsilon}. \end{aligned} \quad (1.11.5)$$

Этот результат, надо ожидать, справедлив и для любой замкнутой поверхности, содержащей заряд  $q$ . Ведь любую поверхность  $S_1$  или  $S_2$  (рис. 1.39) пронизывает то же число силовых линий, что и поверхность  $S$ . Таким образом, согласно теореме Гаусса, поток напряженности через замкнутую поверхность пропорционален электрическому заряду внутри этой поверхности.

Теперь дадим более строгое доказательство теоремы для одного точечного заряда, охватываемого произвольной замкнутой поверхностью площадью  $S$  (рис. 1.40). Выделим на этой поверхности малый элемент ее  $\Delta S$ . Поток напряженности через этот элемент равен:

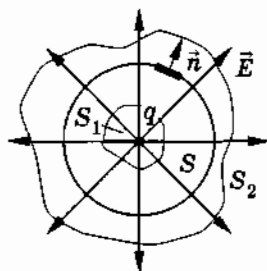


Рис. 1.39

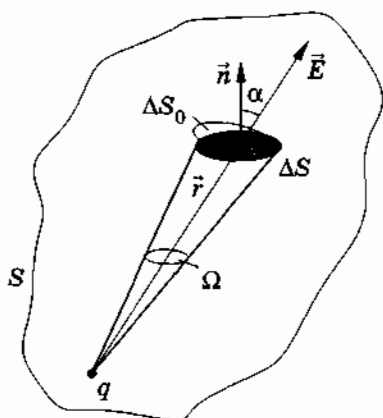


Рис. 1.40

$$\Delta N = E_n \Delta S = k \frac{q}{\varepsilon r^2} \cos \alpha \cdot \Delta S, \quad (1.11.6)$$

где  $r$  — расстояние от элемента  $\Delta S$  до заряда  $q$ , т. е. модуль радиуса-вектора, указывающего положение элемента  $\Delta S$  относительно заряда  $q$ . Согласно (1.11.2),

$$\Delta S \cos \alpha = \Delta S_0,$$

где  $\Delta S_0$  — проекция площадки  $\Delta S$  на плоскость, перпендикулярную радиусу-вектору  $\vec{r}$ . Так как  $\Delta S$  очень мала, то  $\Delta S_0$  фактически есть проекция  $\Delta S$  на поверхность сферы. Следовательно, уравнение (1.11.6) можно переписать так:

$$\Delta N = k \frac{q}{\varepsilon} \frac{\Delta S_0}{r^2}. \quad (1.11.7)$$

Для дальнейшего доказательства необходимо использовать понятие телесного угла.

Рассмотрим сферу радиусом  $r$ . Представим себе внутри этой сферы конус, вершина которого находится в центре сферы (рис. 1.41). Этот конус вырежет на сфере некоторую часть поверхности площадью  $S$ . *Область пространства, ограниченную поверхностью конуса, называют телесным углом.* Мерой телесного угла  $\Omega$  служит отношение площади  $S$  к квадрату радиуса  $r$  сферы:

$$\Omega = \frac{S}{r^2}. \quad (1.11.8)$$

Нетрудно видеть, что значение телесного угла не зависит от радиуса сферы, так как площадь  $S$  вырезаемой им площадки пропорциональна квадрату радиуса. За единицу телесного угла принят *стерадиан* (ср) — это телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы элемент, площадь которого равна квадрату радиуса сферы. Полный телесный угол, охватывающий все пространство вокруг точки, равен:

$$\Omega_{\text{полн}} = \frac{S}{r^2} = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi \text{ ср.} \quad (1.11.9)$$

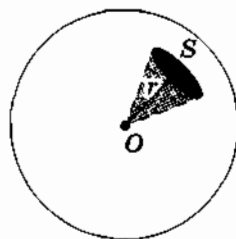


Рис. 1.41

Выражение  $\frac{\Delta S_0}{r^2}$  в формуле (1.11.7) есть не что иное, как значение телесного угла  $\Delta\Omega$ , под которым виден элемент поверхности  $\Delta S_0$  (или, что то же самое, элемент  $\Delta S$ ) из точки, где расположен заряд  $q$ :

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S_0}{r^2}. \quad (1.11.10)$$

Подставляя выражение (1.11.10) в уравнение (1.11.7), получим:

$$\Delta N = k \frac{q}{\epsilon} \Delta\Omega. \quad (1.11.11)$$

Суммируя подобные выражения для всех элементов  $\Delta S_i$  поверхности  $S$ , получим полный поток напряженности через замкнутую поверхность:

$$N = \sum_i \Delta N_i = k \frac{q}{\epsilon} \sum_i \Delta\Omega_i = k \frac{q}{\epsilon} 4\pi,$$

так как  $\sum_i \Delta\Omega_i = 4\pi$  ср согласно (1.11.9). Итак, теорему Гаусса можно записать следующим образом:

$$N = \sum_i \Delta N_i = k \frac{4\pi}{\epsilon} q \quad (1.11.12)$$

Если замкнутая поверхность не содержит внутри себя электрического заряда, то поток напряженности через нее равен нулю (рис. 1.42). Силовые линии, идущие от заряда  $q$ , либо не пересекают ее совсем, либо же пересекают четное число раз. При этом число линий, выходящих из поверхности, равно числу линий, входящих в нее, и поэтому  $N = 0$ . (Выходящие из поверхности линии вносят положительный вклад в поток, а входящие — отрицательный.)

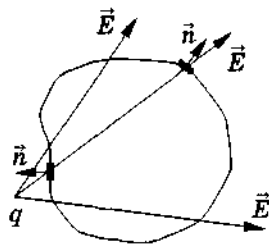


Рис. 1.42

## Обобщение теоремы Гаусса

Теорема Гаусса легко обобщается на случай любого числа точечных зарядов. Поток напряженности через поверхность площадью  $S$  для каждого заряда определяется формулой (1.11.12). Вследствие принципа суперпозиции полный поток равен сумме потоков от всех зарядов. Поэтому, суммируя выражения (1.11.12) для всех зарядов, найдем:

$$N = k \frac{4\pi}{\epsilon} \sum_i q_i. \quad (1.11.13)$$

Если алгебраическая сумма зарядов внутри поверхности равна нулю, то и  $N = 0$ .

Теорему Гаусса можно обобщить и для случая, когда заряд распределен в пространстве непрерывно. Это мы рассмотрим в следующем параграфе.

Коэффициент  $k$  в формуле (1.11.13) равен единице в абсолютной системе единиц и  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  в СИ. Поэтому теорема Гаусса в СИ не содержит множителя  $4\pi$ :

$$N = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \sum_i q_i. \quad (1.11.14)$$

*Теорема Гаусса связывает поток напряженности электрического поля через замкнутую поверхность с полным зарядом внутри этой поверхности.*

## § 1.12. ПОЛЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ПЛОСКОСТИ, СФЕРЫ И ШАРА

*Рассмотрим применение теоремы Гаусса для вычисления напряженности электрического поля заряженных тел простой формы: плоскости, сферы и шара. Плоские поверхности встречаются нередко. Кроме того, небольшой участок любой поверхности можно приближенно считать плоским. Приблизительно сферическую форму имеют многие тела в природе и технике: атомные ядра, капли дождя, планеты и т. д.*



## Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

Когда заряд распределен по какой-либо поверхности, то для расчета полей удобно ввести поверхностную плотность заряда  $\sigma$ . Выделим на плоской поверхности маленький участок площадью  $\Delta S$ . Пусть заряд этого участка равен  $\Delta q$ . *Поверхностной плотностью заряда называют отношение заряда  $\Delta q$  к площади поверхности, по которой он распределен:*

$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}. \quad (1.12.1)$$

Эта плотность может непрерывно изменяться вдоль поверхности. Конечно, электрический заряд имеет дискретную (прерывную) структуру, так как сосредоточен в элементарных частицах. Но если на поверхности площадью  $\Delta S$  содержится огромное число элементарных зарядов, то дискретную структуру заряда можно не принимать во внимание. Мы ведь пользуемся понятием плотности, считая, что масса непрерывно распределена в пространстве. А на самом деле все тела состоят из дискретных образований — атомов.

В случае равномерного распределения заряда  $q$  по поверхности площадью  $S$  поверхностная плотность заряда постоянна и равна:

$$\sigma = \frac{q}{S} = \text{const}. \quad (1.12.2)$$

Рассмотрим бесконечную равномерно заряженную плоскость. Поверхностная плотность заряда  $\sigma$  известна. Из соображений симметрии очевидно, что линии напряженности представляют собой прямые, перпендикулярные плоскости. Поле бесконечной плоскости — однородное поле. Во всех точках пространства, независимо от расстояния до плоскости, напряженность поля одна и та же.

Для применения теоремы Гаусса нужно выбрать замкнутую поверхность таким образом, чтобы можно было легко вычислить поток напряженности электрического поля через эту поверхность. В данном случае удобнее всего выбрать цилиндр, образующие которого параллельны линиям напряженности электрического поля, а основания параллельны плоскости (рис. 1.43). Тогда поток через боковую поверхность цилиндра

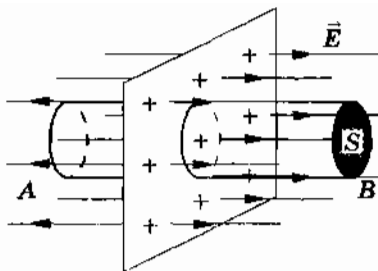


Рис. 1.43

будет равен нулю. Поэтому полный поток равен потоку через основания цилиндра  $A$  и  $B$ :

$$N = 2SE_n, \quad (1.12.3)$$

где  $E_n$  — проекция вектора напряженности на нормаль к основанию цилиндра. Полный заряд внутри цилиндра равен  $\sigma S$ . Согласно теореме Гаусса

$$2SE_n = k \frac{4\pi}{\epsilon} \sigma S.$$

Отсюда модуль напряженности равен:

$$E = k \frac{2\pi|\sigma|}{\epsilon}. \quad (1.12.4)$$

В СИ эта формула принимает вид:

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0\epsilon}, \quad (1.12.5)$$

а в абсолютной системе

$$E = \frac{2\pi|\sigma|}{\epsilon}. \quad (1.12.6)$$

### Поле равномерно заряженной сферы

Поток напряженности электрического поля через любую замкнутую поверхность внутри сферы равен нулю, так как равен нулю заряд. Это может быть лишь в том случае, когда напряженность поля внутри сферы равна нулю.

Найдем напряженность поля вне сферы. Из соображений симметрии ясно, что линии напряженности начинаются на поверхности сферы (в случае положительного заряда), направ-

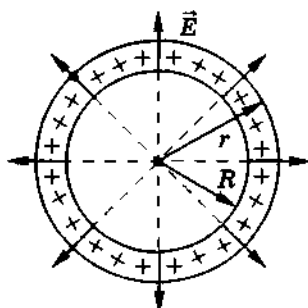


Рис. 1.44

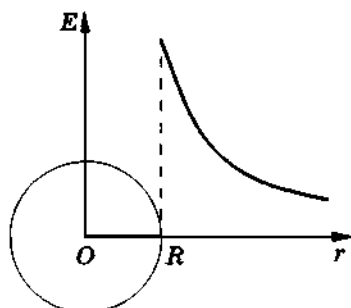


Рис. 1.45

лены по радиусам сферы и перпендикулярны ее поверхности (рис. 1.44). Поэтому модуль напряженности поля одинаков во всех точках, лежащих на одинаковых расстояниях от центра сферы.

Проведем сферическую поверхность радиусом  $r > R$ , где  $R$  — радиус заряженной сферы. Поток напряженности через эту поверхность равен:

$$N = E_n S = E_n \cdot 4\pi r^2. \quad (1.12.7)$$

Если заряд сферы  $q$ , то по теореме Гаусса

$$N = E_n \cdot 4\pi r^2 = k \frac{4\pi}{\epsilon} q. \quad (1.12.8)$$

Следовательно, модуль напряженности поля при  $r \geq R$  равен:

$$E = k \frac{|q|}{\epsilon r^2}. \quad (1.12.9)$$

Таким образом, поле заряженной сферы совпадает вне сферы с полем точечного заряда, расположенного в центре сферы. График зависимости  $E(r)$  изображен на рисунке 1.45.

### Поле равномерно заряженного шара

Для характеристики распределения заряда по объему используется понятие объемной плотности заряда. *Объемной плотностью заряда называется отношение заряда  $\Delta q$  к объему  $\Delta V$ , в котором он распределен:*

$$\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V}. \quad (1.12.10)$$

Эта плотность может непрерывно изменяться внутри заряженного тела. Если заряд  $q$  равномерно распределен по объему  $V$ , то объемная плотность заряда постоянна и равна:

$$\rho = \frac{q}{V} = \text{const.} \quad (1.12.11)$$

Будем считать, что шар радиусом  $R$  равномерно заряжен; плотность заряда  $\rho$  известна. Полный заряд шара  $q = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$ . Напряженность электрического поля вне шара можно найти с помощью теоремы Гаусса точно так же, как и напряженность равномерно заряженной сферы [см. формулу (1.12.9)]:

$$E = k \frac{|q|}{\epsilon r^2} = k \frac{4\pi R^3 \rho}{3\epsilon r^2} \quad (1.12.12)$$

(при условии, что  $r \geq R$ ). Поле аналогично полю точечного заряда  $q$ , расположенного в центре шара.

Для нахождения поля внутри шара нужно применить теорему Гаусса к потоку напряженности через сферическую поверхность радиусом  $r < R$  (рис. 1.46). Заряд  $q_1$  внутри этой поверхности равен:

$$q_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho. \quad (1.12.13)$$

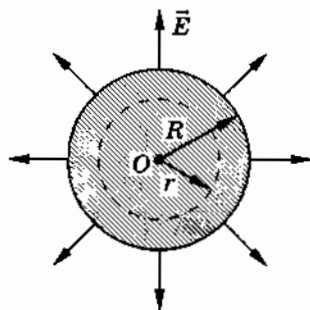


Рис. 1.46

Поток напряженности через эту поверхность, согласно теореме Гаусса<sup>1</sup>, равен:

$$N_1 = 4\pi r^2 E_n = k \frac{4\pi}{\epsilon} q_1 = k \frac{4\pi}{\epsilon} \frac{4\pi r^3 \rho}{3}. \quad (1.12.14)$$

Отсюда для напряженности поля внутри шара получим выражение:

$$\vec{E} = k \frac{4\pi}{3\epsilon} \rho \vec{r}. \quad (1.12.15)$$

Напряженность электрического поля линейно растет с увеличением расстояния вплоть до  $r = R$ . При  $r > R$  она определяется

<sup>1</sup> Мы предполагаем, что диэлектрическая проницаемость среды одинакова внутри и вне шара.

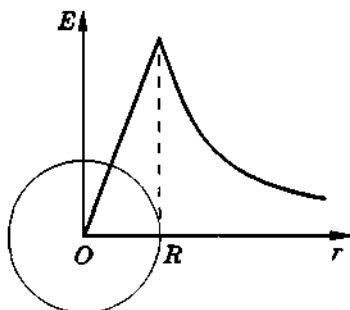


Рис. 1.47

формулой (1.12.12). График модуля напряженности поля в зависимости от расстояния до центра представлен на рисунке 1.47.

*Теорема Гаусса позволяет сравнительно просто определить напряженность электрического поля, если распределение заряда обладает определенной симметрией. Формулы (1.12.5), (1.12.9) и (1.12.15) следует запомнить. Их придется часто использовать.*

- ? Заряженный лист фольги имеет такие же размеры, как страница из тетради. Можно ли определить напряженность электрического поля, созданного листом, на расстоянии 0,5 см от него, используя формулу (1.12.4)?

### § 1.13. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

*Что происходит с телами, если их зарядить или поместить в электрическое поле? Проще всего ответить на этот вопрос в случае проводника. В проводниках есть свободные заряды.*

#### Свободные заряды

В отношении электрических свойств тела делятся на проводники и диэлектрики (изоляторы). В проводниках, к которым в первую очередь относятся все металлы, имеются заряженные частицы, которые способны перемещаться внутри проводника под действием электрического поля. По этой причине заряды этих частиц называют свободными зарядами.

Диэлектрики состоят из нейтральных в целом атомов или молекул. Электрически заряженные частицы в нейтральном атоме связаны друг с другом и не могут, подобно свободным зарядам проводника, перемещаться под действием поля по всему объему тела.

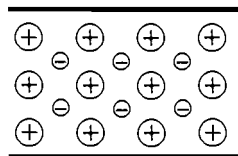


Рис. 1.48

В металлах носителями свободных зарядов являются электроны. При образовании металла из нейтральных атомов атомы начинают взаимодействовать друг с другом. Благодаря этому взаимодействию электроны внешних оболочек атомов полностью утрачивают связи со «своими» атомами и становятся «собственностью» всего проводника в целом. В результате положительно заряженные ионы оказываются окруженными отрицательно заряженным «газом», образованным коллективизированными электронами (рис. 1.48). Этот газ заполняет промежутки между ионами и стягивает их кулоновскими силами. Свободные электроны участвуют в тепловом движении, подобно молекулам газа, и могут перемещаться по куску металла в любом направлении.

### Электрическое поле внутри проводника

Если электрические заряды неподвижны (случай электростатики), то электрического поля внутри проводника нет. Негрудно понять почему. В проводнике есть свободные заряды. Поэтому если бы напряженность электрического поля была отлична от нуля, то поле приводило бы эти заряды в упорядоченное движение, т. е. в проводнике существовал бы электрический ток. Раз тока нет, то нет и поля. Утверждение об отсутствии электрического поля внутри проводника в равной мере справедливо как для заряженного проводника, так и для незаряженного, помещенного во внешнее электрическое поле. Нужно только иметь в виду, что речь идет о среднем значении и напряженности поля. Отдельные заряженные частицы — электроны и ионы — создают микроскопические поля. Но эти поля внутри проводника в среднем компенсируют друг друга.

Механизм, приводящий к уничтожению электростатического поля в проводнике, состоит в следующем. Внесем в электрическое поле проводящий шар. В первый момент возникнет электрический ток, так как поле внутри шара вызыва-

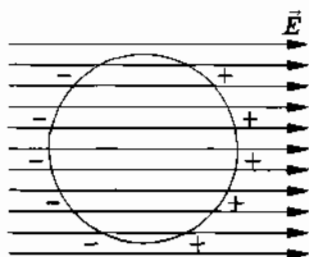


Рис. 1.49

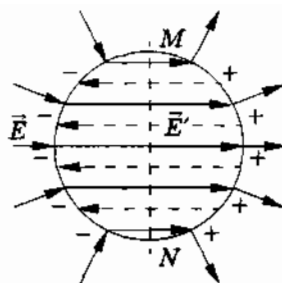


Рис. 1.50

ет перемещение электронов справа налево (рис. 1.49). Левая часть шара заряжается отрицательно, а правая — положительно. В этом состоит явление электростатической индукции. Появившиеся на поверхности проводника заряды создают свое поле, которое накладывается на внешнее поле и компенсирует его (рис. 1.50). (Силовые линии электрического поля этих зарядов показаны на рисунке штриховыми линиями.) За ничтожно малое время заряды перераспределяются так, что напряженность результирующего поля внутри шара становится равной нулю и движение зарядов прекращается. В противном случае в проводнике все время протекал бы ток и выделялась теплота. Но, согласно закону сохранения энергии, это невозможно. Если разделить шар пополам вдоль линии  $MN$ , то обе половины окажутся заряженными.

Итак, электростатического поля внутри проводника нет. На этом свойстве основана так называемая электростатическая защита. Чтобы защитить чувствительные к электрическому полю приборы, их заключают в металлические ящики.

Силовые линии электростатического поля вне проводника перпендикулярны его поверхности (см. рис. 1.50). Если бы это было не так, то имела бы составляющая напряженности поля вдоль поверхности проводника и по поверхности протекал бы электрический ток.

### Электрический заряд проводника

В случае равновесия зарядов не только поле внутри проводника равно нулю, равен нулю и заряд. *Весь статический заряд проводника сосредоточен на его поверхности.* Это подтверждается и теоремой Гаусса. Поток напряженности через

любую замкнутую поверхность внутри проводника равен нулю, так как равна нулю напряженность поля. Следовательно, и заряд внутри этой поверхности равен нулю.

Подчеркнем, что весь заряд сосредоточен на поверхности проводника только благодаря тому, что напряженность поля убывает по мере удаления от заряда как

$\frac{1}{r^2}$ . При любой другой зависимости напряженности от расстояния теорема Гаусса не выполнялась бы и заряд внутри проводника был бы отличен от нуля.

Объяснить скапливание заряда на поверхности проводника одним отталкиванием одноименных зарядов нельзя. Первым это понял Г. Кавендиш. Он фактически за 14 лет до Кулона и более точно установил закон взаимодействия электрических зарядов. Но своих работ по электричеству Кавендиш не публиковал. Около ста лет рукописи находились в архиве семьи Кавендиша, пока не были переданы для печати Максвеллу. Произошло это через много лет после того, как закон взаимодействия зарядов был установлен Кулоном.

Кавендиш экспериментально доказал, что заряд проводника целиком распределяется на его поверхности. Для этого он поместил заряженный проводящий шар на изолирующей подставке внутри сферы, образованной двумя металлическими полусферами, плотно соединенными друг с другом. В одной из полусфер было сделано маленькое отверстие, через которое можно было соединить заряженный шар и полусферы металлической проволокой (рис. 1.51). После соединения шара и полусфер проволокой полусферы раздвигались и измерялся заряд шара. Он оказался равным нулю. Кавендиш понял, что это означает уменьшение сил взаимодействия между электрическими зарядами обратно пропорционально квадрату расстояния между ними.

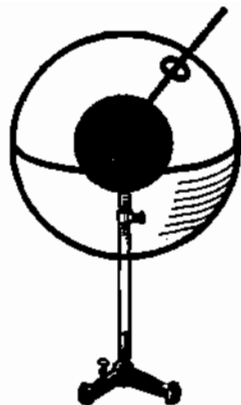


Рис. 1.51

*При равновесии зарядов электрическое поле и электрический заряд внутри проводника равны нулю. Весь заряд сосредоточен на поверхности проводника, а линии напряженности электрического поля в любой точке поверхности проводника перпендикулярны этой поверхности.*



## § 1.14. ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

*Взаимодействие заряженных тел в однородном диэлектрике ослабляется в  $\epsilon$  раз ( $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды). Выясним, почему это происходит.*

### Как влияет диэлектрик на электростатическое поле?

С помощью простого опыта можно убедиться в том, что незаряженный диэлектрик может создавать электрическое поле. На рисунке 1.52 вы видите заряженный электромметр с металлическим диском на конце стержня. Если к диску электромметра поднести незаряженный диэлектрик, например толстое стекло, то стрелка электромметра слегка приблизится к стержню (рис. 1.53). Это может произойти только в том случае, если диэлектрик, помещенный в электрическое поле заряженного диска, сам создает электрическое поле. Это поле влияет на распределение заряда в стержне и диске электромметра, уменьшая заряд стрелки и увеличивая соответственно заряд диска. Следовательно, *диэлектрик, оставаясь нейтральным, создает электрическое поле, напряженность которого направлена противоположно напряженности поля, созданного заряженным телом.* Ведь согласно принципу суперпозиции напряженность электрического поля всегда равна сумме напряженностей полей, созданных в данной точке всеми заряженными частицами.



Рис. 1.52



Рис. 1.53

## Электрические свойства нейтральных атомов и молекул

Чтобы понять, как незаряженный диэлектрик создает электрическое поле, надо сначала познакомиться с электрическими свойствами нейтральных атомов и молекул.

Атомы и молекулы состоят из положительно заряженных частиц — ядер и отрицательно заряженных частиц — электронов. На рисунке 1.54 изображена схема простейшего атома — атома водорода. Положительный заряд атома, заряд его ядра, сосредоточен в центре атома. Электрон движется в атоме с большой скоростью  $\approx 10^6$  м/с. Один оборот вокруг ядра он делает за очень малое время, порядка  $10^{-15}$  с. Поэтому, например, уже за  $10^{-9}$  с он успевает совершить миллион оборотов и, следовательно, миллион раз побывает в двух любых точках 1 и 2, расположенных симметрично относительно ядра. Это дает основание считать, что даже за очень малый промежуток времени центр распределения отрицательного заряда приходится на середину атома, т. е. совпадает с положительно заряженным ядром (рис. 1.55, штриховыми окружностями показан ряд положений электрона).

Однако так обстоит дело не всегда. Рассмотрим молекулу поваренной соли  $\text{NaCl}$ . Атом натрия имеет во внешней оболочке один валентный электрон, слабо связанный с атомом. У хлора семь валентных электронов. При образовании молекулы единственный валентный электрон натрия захватывается хлором. Оба нейтральных атома превращаются в систему из двух ионов с зарядами противоположных знаков (рис. 1.56). Положительный и отрицательный заряды не распределены теперь симметрично по объему молекулы: центр распределения положительного заряда приходится на ион натрия, а отрицательного — на ион хлора.

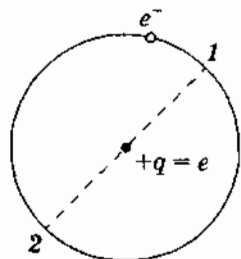


Рис. 1.54

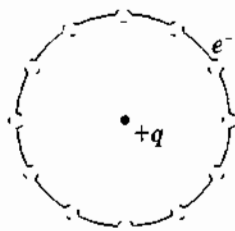


Рис. 1.55

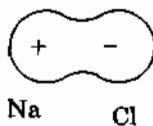


Рис. 1.56

## Электрический диполь

На большом расстоянии от молекулы ее можно приближенно рассматривать как совокупность двух точечных зарядов, равных по модулю и противоположных по знаку, находящихся на некотором расстоянии  $l$  друг от друга (рис. 1.57). Такую нейтральную в целом систему зарядов называют электрическим диполем.

Электрические свойства диполя характеризуются электрическим дипольным моментом. *Электрический момент диполя равен произведению модуля одного из электрических зарядов диполя на вектор  $\vec{l}$ , проведенный от отрицательного заряда диполя к положительному:*

$$\vec{p} = |q|\vec{l}. \quad (1.14.1)$$

Дипольным моментом обладает, например, молекула воды. Однако распределение электрических зарядов у молекулы  $\text{H}_2\text{O}$  гораздо сложнее, чем у  $\text{NaCl}$ . Устроена молекула воды приблизительно следующим образом. Из восьми электронов атома кислорода два находятся вблизи ядра. Пара электронов с внешней оболочки спаривается с двумя электронами атомов водорода, удерживая все три атома (один кислорода и два водорода) друг около друга. Остающиеся четыре электрона движутся парами по орбитам, простирающимся в стороны, противоположные атомам водорода. Примерная схема электронных орбит в молекуле воды изображена на рисунке 1.58. Верхняя по рисунку часть молекулы имеет положительный заряд, а нижняя — отрицательный. В результате молекулу на большом расстоянии тоже можно рассматривать как электрический диполь. Электрический дипольный момент молекулы воды по сравнению с дипольными моментами других молекул оказывается ббльшим:  $p = 1,87 \cdot 10^{-18}$  СГСЭ<sub>p</sub>.

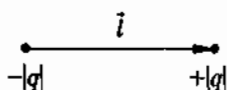


Рис. 1.57

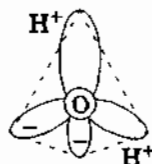


Рис. 1.58

## Два вида диэлектриков

Диэлектрики можно разделить на два вида:

**полярные**, состоящие из молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают;

**неполярные**, состоящие из атомов и молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов совпадают.

К полярным диэлектрикам относятся спирты, вода и другие вещества; к неполярным — инертные газы, кислород, водород, бензол, полиэтилен и др.

*Существует два вида диэлектриков: полярные и неполярные. Они различаются строением молекул.*

## § 1.15. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ

*Теперь посмотрим, что происходит с диэлектриком в электрическом поле, и выясним, от чего зависит диэлектрическая проницаемость среды.*

### Поляризация полярных диэлектриков

Пусть полярный диэлектрик расположен между двумя параллельными металлическими пластинами. Если пластины не заряжены и, следовательно, напряженность поля между пластинами равна нулю, то диполи молекул диэлектрика ориентированы хаотически (рис. 1.59). Вследствие этого во всех участках диэлектрика положительные и отрицательные заряды диполей различных молекул в среднем компенсируют друг друга. Электрическое поле диэлектрик не создает.

Что же произойдет в диэлектрике, когда пластинам сообщены заряды, одинаковые по модулю и противоположные по знаку? Если размеры пластин много больше расстояния между ними, то возникает электрическое поле, которое вдали от краев пластин можно считать однородным. Со стороны этого поля на молекулу, представляющую собой диполь, действуют две силы, одинаковые по модулю и противоположные по направлению

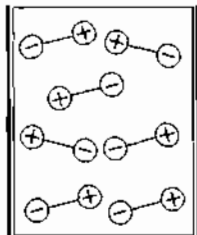


Рис. 1.59

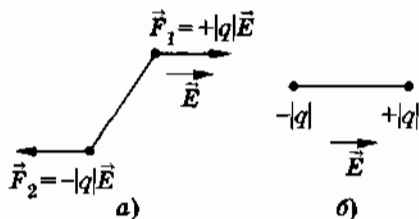


Рис. 1.60

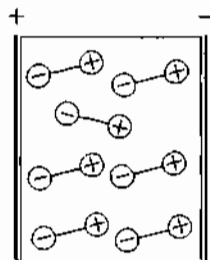


Рис. 1.61

(рис. 1.60, а). Они создают момент силы, стремящийся повернуть диполь так, чтобы его ось была направлена по линии напряженности поля (рис. 1.60, б). Этому, однако, препятствует тепловое движение, приводящее к хаотической ориентации диполей. В результате полная ориентация может быть достигнута лишь в сильных полях при температурах, близких к абсолютному нулю. В обычных условиях получается состояние с преимущественной ориентацией диполей вдоль поля. Это значит, что в среднем число диполей, ориентированных вдоль поля, больше, чем против поля (рис. 1.61). На рисунке видно, что вследствие преимущественной ориентации диполей вдоль поля у положительно заряженной пластины появляются отрицательные заряды диполей, а у отрицательно заряженной — положительные. В результате на поверхности диэлектрика появляется поверхностный связанный заряд с определенной плотностью  $\sigma'$ . Внутри диэлектрика отрицательные и положительные заряды диполей компенсируют друг друга и средний электрический заряд равен нулю.

Смещение положительных и отрицательных связанных зарядов диэлектрика в противоположные стороны называют поляризацией.

### Поляризация неполярных диэлектриков

Ориентация диполей (атомов или молекул диэлектрика) в электрическом поле — не единственный процесс при поляризации диэлектриков. Это следует из того факта, что и диэлектрики с неполярными молекулами в электрическом поле тоже поляризуются. Что же происходит в этом случае?

В отсутствие поля центры положительных и отрицательных зарядов в атомах или молекулах неполярных диэлектри-

ков совпадают. При внесении диэлектрика в поле на отрицательно и положительно заряженные частицы начинают действовать силы, направленные в противоположные стороны. В результате молекула растягивается и происходит смещение центров положительного и отрицательного зарядов. Молекула становится диполем, ось которого направлена вдоль поля.

Вследствие этого процесса на поверхностях диэлектрика, примыкающих к заряженным пластинам, также возникают связанные заряды. Очевидно, что процесс, аналогичный поляризации неполярных диэлектриков, происходит и в полярных диэлектриках. Однако в последних он маскируется значительно большим эффектом, обусловленным ориентацией диполей.

Силы притяжения между соседними молекулами диэлектрика значительно слабее сил, связывающих разноименные заряды в молекуле. Поэтому при разрезании или разрыве диэлектрика на части молекулы не разрушаются, а целиком остаются на поверхностях разреза. В результате обе части поляризованного диэлектрика будут электрически нейтральны после разрезания.

### Диэлектрическая проницаемость и поляризуемость диэлектрика

Связанный поверхностный заряд создает электрическое поле напряженностью  $\vec{E}'$ , направленной в диэлектрике против напряженности внешнего поля  $\vec{E}_0$  зарядов на пластинах (рис. 1.62). Из-за этого поле внутри диэлектрика ослабляется. Степень ослабления поля зависит от свойств диэлектрика.

Если напряженность электрического поля внутри диэлектрика обозначить через  $E$ , то

$$E = E_0 - E' \quad (1.15.1)$$

(см. рис. 1.62). Напряженность  $E'$  определяется поверхностной плотностью заряда  $\sigma'$ . Этот заряд находится на двух противоположных поверхностях диэлектрика. Каждая поверхность создает электрическое поле напряженностью  $E'_1 = 2\pi|\sigma'|$  (в абсолютной системе единиц). Напряженности

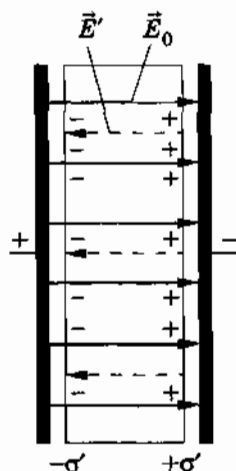


Рис. 1.62

полей от отрицательно и положительно заряженных поверхностей внутри диэлектрика совпадают по направлению. Поэтому

$$E' = 4\pi|\sigma'|. \quad (1.15.2)$$

Плотность поверхностного заряда зависит от свойств диэлектрика и напряженности  $E$  электрического поля внутри него. При  $E = 0$   $\sigma'$  также равна нулю. Опыт показывает, что для многих диэлектриков плотность поверхностного заряда прямо пропорциональна напряженности поля<sup>1</sup>:

$$|\sigma'| = \alpha E. \quad (1.15.3)$$

Коэффициент пропорциональности  $\alpha$  называется поляризуемостью диэлектрика или его диэлектрической восприимчивостью. Он характеризует электрические свойства диэлектрика и простым образом связан с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Найдем эту связь. Подставив выражение (1.15.3) в формулу (1.15.2), получим значение напряженности поля связанных зарядов в зависимости от напряженности поля внутри диэлектрика:

$$E' = 4\pi\alpha E. \quad (1.15.4)$$

Если теперь подставить выражение (1.15.4) в соотношение (1.15.1), то можно выразить напряженность поля в диэлектрике через напряженность внешнего поля:

$$E = \frac{E_0}{1 + 4\pi\alpha}. \quad (1.15.5)$$

Стоящая в знаменателе величина характеризует степень ослабления поля; она показывает, во сколько раз уменьшается напряженность электрического поля в однородном диэлектрике. Это и есть диэлектрическая проницаемость среды (см. § 1.4):

$$\epsilon = 1 + 4\pi\alpha. \quad (1.15.6)$$

Таким образом, диэлектрическая проницаемость и поляризуемость являются эквивалентными характеристиками электрических свойств среды.

---

<sup>1</sup> Надо иметь в виду, что смещение зарядов в диэлектрике непосредственно определяется полем внутри него с напряженностью  $\vec{E}$ , а не внешним полем с напряженностью  $\vec{E}_0$ .

## Сегнетоэлектрики

Отметим в заключение, что, кроме полярных и неполярных диэлектриков, существует еще один тип диэлектриков, которые называют сегнетоэлектриками. Эти вещества обладают рядом замечательных свойств. В частности, они имеют очень большую диэлектрическую проницаемость. Так, например, у сегнетовой соли диэлектрическая проницаемость достигает 10 000. Заметим для сравнения, что среди полярных диэлектриков наибольшей проницаемостью обладает вода ( $\epsilon = 81$ ). Значение  $\epsilon$  у неполярных диэлектриков много меньше.

Большой вклад в исследование сегнетоэлектриков был сделан отечественными физиками И. В. Курчатовым, Б. М. Вулом и др.

*В электрическом поле связанные заряды диэлектрика смещаются в противоположные стороны: происходит поляризация диэлектрика. Поляризованный диэлектрик сам создает электрическое поле. Это поле ослабляет внутри диэлектрика внешнее электрическое поле.*

- ? 1. Можно ли объяснить отсутствие зарядов внутри проводника тем, что одноименные заряды отталкиваются?
2. Внутри проводящей сферы расположен положительный точечный заряд (рис. 1.63). Начертите линии напряженности внутри и вне сферы. Как будет изменяться поверхностная плотность заряда на внутренней и внешней поверхностях сферы, если заряд перемещать внутри сферы?

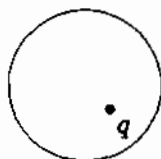


Рис. 1.63

### § 1.16. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач с использованием понятия напряженности электрического поля необходимо знать формулы (1.9.3) и (1.9.5), определяющие силу, действующую на заряд со стороны электрического поля, и напряженность поля точечного заряда. Пользуясь принципом суперпозиции полей, можно вычислить напряженность поля заряженного тела с произвольно распределенным в пространстве зарядом. Этот заряд следует рассматривать как совокупность точечных зарядов. Полезно помнить формулы напряженности поля равномерно заряженной сферы (1.12.9) и равномерно (по объему) заря-



женного шара (1.12.15), а также поля равномерно заряженной плоскости (1.12.4).

Очень важно уметь свободно пользоваться понятием линий напряженности, дающих качественную картину распределения поля в пространстве.

Также необходимо хорошо знать поведение проводников и диэлектриков в электростатическом поле.

### Задача 1

Положительный заряд  $q$  равномерно распределен по тонкому проволочному кольцу радиусом  $R$ . Найдите напряженность электрического поля на оси кольца в зависимости от расстояния  $h$  от центра кольца.

**Решение.** Напряженность  $\vec{E}$  поля в произвольной точке  $A$  на оси кольца равна геометрической сумме напряженностей (принцип суперпозиции), создаваемых отдельными малыми элементами длиной  $\Delta l_i$  заряженного кольца (рис. 1.64).

Заряд малого элемента кольца

$$\Delta q_i = \frac{q}{2\pi R} \Delta l_i.$$

Следовательно, модуль напряженности поля, создаваемого элементом кольца в точке  $A$ , равен:

$$E_i = k \frac{\Delta q_i}{R^2 + h^2}. \quad (1.16.1)$$

Искомая напряженность

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i. \quad (1.16.2)$$

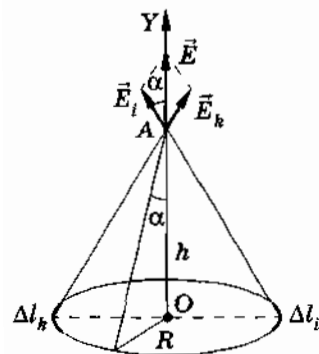


Рис. 1.64

Вследствие симметрии суммарный вектор  $\vec{E}$  лежит на оси кольца. Поэтому в проекции на ось  $Y$  (которая совпадает с осью симметрии кольца) равенство (1.16.2) запишется так:

$$E = \sum_i E_{iy} = \sum_i E_i \cos \alpha.$$

Из рисунка видно, что  $\cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}}$ . Следовательно, с учетом (1.16.1)

$$E = \sum_i k \frac{\Delta q_i}{R^2 + h^2} \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}} = k \frac{h}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \sum_i \Delta q_i.$$

Сумма  $\sum_i \Delta q_i = q$ , поэтому окончательно имеем:

$$E = k \frac{qh}{(R^2 + h^2)^{3/2}}.$$

Из этого выражения вытекает, что в центре кольца ( $h = 0$ )  $E = 0$ .

### Задача 2

Свойства электрического диполя (системы из двух точечных зарядов  $+|q|$  и  $-|q|$ , находящихся на расстоянии  $l$  друг от друга) характеризуются его электрическим моментом  $\vec{p} = |q|\vec{l}$ . Найдите напряженность поля электрического диполя с моментом  $\vec{p}$  в точке, отстоящей от центра оси диполя на расстоянии  $R \gg l$  в двух случаях:

- точка лежит на прямой, проходящей через ось диполя;
- точка лежит на прямой, перпендикулярной оси диполя и проходящей через ее центр.

**Решение.** а) В первом случае, как это видно из рисунка 1.65, напряженность поля в точке  $A$  равна:

$$E_A = E_{+q} - E_{-q} = k|q| \left( \frac{1}{\left(R - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(R + \frac{l}{2}\right)^2} \right).$$

Так как  $R \gg l$ , то

$$\frac{1}{\left(R - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(R + \frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{2l}{R^3}.$$

Следовательно, модуль вектора напряженности в точке  $A$

$$E_A = k \frac{2|q|l}{R^3} = k \frac{2p}{R^3}. \quad (1.16.3)$$

Направлен вектор  $\vec{E}_A$  вдоль оси диполя от него. Если бы точка  $A$  была взята слева от диполя (со стороны отрицательного заряда), то вектор  $\vec{E}_A$  был бы направлен к диполю.

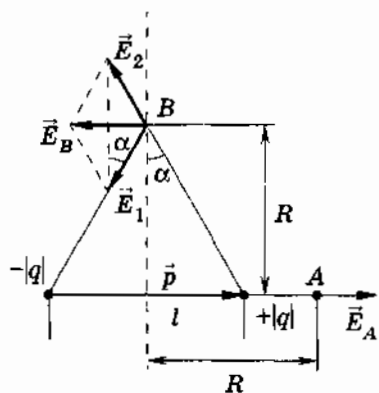


Рис. 1.65

б) Во втором случае (см. рис. 1.65) напряженность поля, созданного каждым из зарядов в точке  $B$ , равна:

$$E_1 = E_2 = k \frac{|q|}{R^2 + \frac{l^2}{4}}.$$

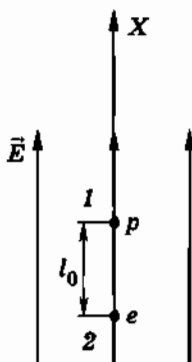
Суммарный вектор напряженности  $\vec{E}$  параллелен оси диполя. Его модуль равен:

$$E_B = 2E_1 \sin \alpha = k \frac{|q|l}{\left(R^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}} = k \frac{p}{R^3}. \quad (1.16.4)$$

Заметим, что в обоих случаях напряженность убывает как  $\frac{1}{R^3}$ , т. е. быстрее, чем напряженность поля точечного заряда (пропорциональная  $\frac{1}{R^2}$ ).

### Задача 3

В сильном однородном электрическом поле напряженностью  $\vec{E}$  на одной силовой линии в точках 1 и 2, расположенных на расстоянии  $l_0$  друг от друга, находятся протон ( $p$ ) и электрон ( $e$ ) (рис. 1.66). Начальная скорость обеих частиц равна нулю. Чему равно расстояние между частицами спустя время  $\tau$  после начала движения?



**Решение.** Направим ось  $X$  по направлению силовой линии  $\vec{E}$ , а начало отсчета совместим с точкой 2, где вначале находился электрон. Пренебрегая взаимодействием частиц друг с другом (сильное поле), можно считать движение электрона и протона равноускоренным. Тогда, согласно известной кинематической формуле, координата протона в момент времени  $\tau$  равна:

$$x_1 = l_0 + \frac{eE}{m_p} \frac{\tau^2}{2},$$

Рис. 1.66

где  $e$  — заряд, а  $m_p$  — масса протона.

Координата электрона

$$x_2 = -\frac{eE}{m_e} \frac{\tau^2}{2},$$

где  $m_e$  — масса электрона. Искомое расстояние

$$l = x_1 - x_2 = l_0 + \frac{eE\tau^2}{2} \frac{m_p + m_e}{m_p m_e} \approx l_0 + \frac{eE\tau^2}{2m_e},$$

так как  $m_p \gg m_e$ .

#### Задача 4

На расстоянии  $d$  от большой проводящей пластины находится точечный электрический заряд  $+q$ . С какой силой действует на него пластина?

**Решение.** Под влиянием заряда  $+q$  на пластине появляются наведенные отрицательные заряды. Они распределяются по поверхности пластины таким образом, что результирующая напряженность электрического поля, созданного этими зарядами и зарядом  $+q$ , внутри пластины равна нулю (индуцированные положительные заряды уходят на удаленные края пластины, и их влиянием можно пренебречь). Поскольку пластина большая, модуль суммарного наведенного заряда равен  $q$ .

Справа от пластины (рис. 1.67) электрическое поле создается точечным зарядом  $+q$  и распределенным по поверхности пластины наведенным отрицательным зарядом  $-q$ . Слева электрическое поле отсутствует (эффект электростатической защиты).

Представим себе, что мы поместили слева от пластины на расстоянии  $d$  точечный отрицательный заряд  $-q$  (заряд-изо-

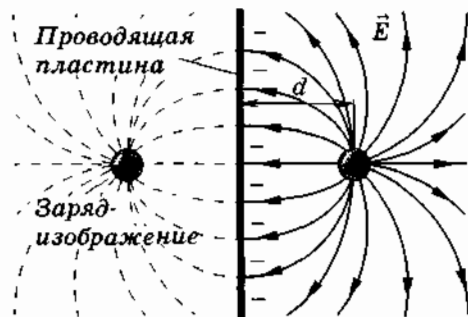


Рис. 1.67

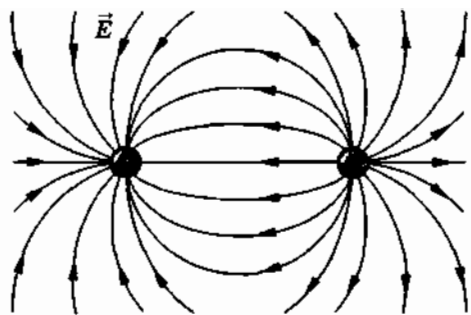


Рис. 1.68

бражение). Он наведет на левой поверхности пластины положительные заряды, которые распределятся по ней точно так же, как отрицательные заряды на правой поверхности. При этом электрическое поле справа от пластины не изменится (опять действует электростатическая защита).

Можно сказать, что справа от пластины поле создается двумя точечными зарядами  $+q$  и  $-q$  и зарядами (отрицательными и положительными), индуцированными на обеих сторонах пластины. (Ведь суммарная напряженность электрического поля от точечного отрицательного заряда и наведенных положительных зарядов справа от пластины равна нулю.) Если пластина тонкая (ее толщина мала по сравнению с расстоянием  $d$ ), то напряженность поля наведенных зарядов вне пластины равна нулю.

Таким образом, оказывается, что справа от пластины электрическое поле, создаваемое зарядом  $+q$  и наведенными отрицательными зарядами, совпадает с полем, созданным двумя точечными зарядами  $+q$  и  $-q$ , находящимися на расстоянии  $2d$  друг от друга (рис. 1.68). Это означает, что напряженность поля индуцированных зарядов в точке, где находится заряд  $+q$ , равна напряженности поля точечного заряда  $-q$ . Тогда для искомой силы притяжения получим:

$$F = k \frac{q^2}{4d^2}.$$

### Задача 5

Найдите напряженность электрического поля вблизи участка поверхности проводника с известной поверхностной плотностью электрического заряда  $\sigma$ .

**Решение.** Очень близко к заряженной поверхности напряженность электрического поля (в СИ) определяется по формуле ( $\epsilon = 1$ )

$$E_1 = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0},$$

так как очень малый участок поверхности  $AB$  (рис. 1.69) можно считать плоским, и вблизи этого участка справедлива формула (1.12.5) для напряженности поля равномерно заряженной плоскости. Это поле создается по обе стороны заряженной поверхности:  $\vec{E}'_1 = -\vec{E}_1$ .

Кроме того, вблизи данного элемента поверхности зарядами, расположенными на всей остальной поверхности проводника, создается поле напряженностью  $\vec{E}_2$ . Так как поле является непрерывным, то  $\vec{E}'_2 = \vec{E}_2$ . Внутри проводника поле отсутствует, т. е.  $\vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 = 0$ . Значит,  $\vec{E}'_1 = -\vec{E}'_2$ . Следовательно,  $\vec{E}_1 = \vec{E}_2$ . Поэтому искомая напряженность

$$E = E_1 + E_2 = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} + \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0}.$$

### Задача 6

Внутри заряженного шара с постоянной объемной плотностью электрического заряда  $\rho$  имеется сферическая полость. Расстояние между центрами шара и полости равно  $a$ . Найдите напряженность  $E$  электрического поля внутри полости.

**Решение.** Заряженный шар с полостью эквивалентен шару, равномерно заряженному по всему объему, внутри которого имеется сфера с зарядом противоположного знака и той же по модулю объемной плотностью заряда  $\rho$ . Тогда суммарный заряд этой части шара равен нулю, что соответствует наличию полости в шаре.

Напряженность поля в произвольной точке  $A$  полости равна векторной сумме напряженностей поля, созданного сплошным заряженным шаром, и поля, созданного шаром, занимающим сферическую полость (рис. 1.70):

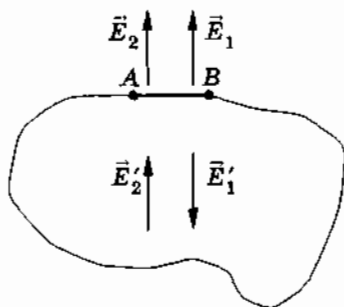


Рис. 1.69

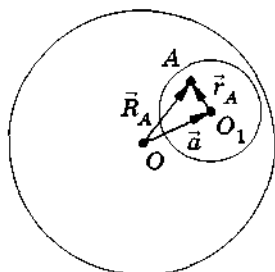


Рис. 1.70

$$\vec{E}_A = k \frac{4\pi}{3} \rho \vec{R}_A - k \frac{4\pi}{3} \rho \vec{r}_A = k \frac{4\pi}{3} \rho \vec{a}.$$

Как видно из полученного результата, напряженность поля в полости не зависит от положения выбранной точки  $A$ . Она во всех точках одинакова и направлена параллельно прямой, соединяющей центр шара и центр полости; поле однородно.

### Задача 7

Металлический шар радиусом  $R$ , имеющий заряд  $q$ , находится внутри диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Определите поляризационный заряд, возникающий в диэлектрике у поверхности заряженного шара, и поверхностную плотность поляризационного заряда.

**Решение.** Если бы вокруг шара не было диэлектрика, то он создавал бы в окружающем пространстве поле с напряженностью

$$E_1 = k \frac{|q|}{r^2},$$

где  $r \geq R$ .

При наличии диэлектрика возникает поле с напряженностью

$$E_2 = k \frac{|q|}{\epsilon r^2}.$$

Разность

$$E = E_1 - E_2 = k \frac{|q|}{r^2} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}, \quad (1.16.5)$$

очевидно, равна напряженности поля, которое создает поверхностный поляризационный заряд  $q'$ , появляющийся возле заряженного шара (рис. 1.71). Заряд  $q'$  противоположен по знаку заряду  $q$ . Так как поляризационный заряд распределен равномерно по поверхности сферы, то

$$E = k \frac{|q'|}{r^2}. \quad (1.16.6)$$

Составляя выражения (1.16.5) и (1.16.6) для  $E$ , найдем:

$$|q'| = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} |q|.$$

Поверхностная плотность поляризационных зарядов равна

$$\sigma' = \frac{|q'|}{4\pi R^2} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{|q|}{4\pi R^2} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} |\sigma|,$$

где  $\sigma$  — поверхностная плотность заряда  $q$  на шаре.

### Задача 8

Найдите напряженность электрического поля, создаваемого в вакууме бесконечно длинной заряженной нитью с линейной плотностью заряда  $\tau$ .

**Решение.** Проще всего решить задачу с помощью теоремы Гаусса.

Вычислим поток напряженности через цилиндр, ось которого совпадает с заряженной нитью (рис. 1.72). Радиус цилиндра  $r$ , а его высота  $l$ . Из соображений симметрии очевидно, что линии напряженности  $\vec{E}$  перпендикулярны боковой поверхности цилиндра. Поэтому поток напряженности через боковую поверхность цилиндра равен:

$$N = 2\pi r l E_n. \quad (1.16.7)$$

Поток через основания равен нулю.

Внутри цилиндра находится заряд  $q = \tau l$ .

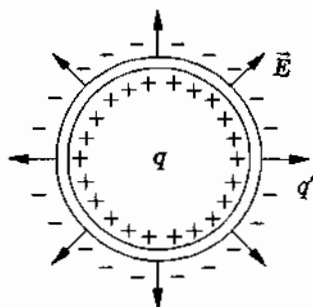


Рис. 1.71

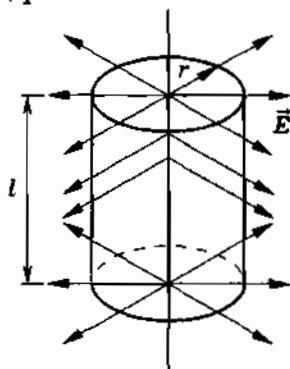


Рис. 1.72



Согласно теореме Гаусса, записанной в абсолютной системе единиц,

$$2\pi r l E_n = 4\pi l. \quad (1.16.8)$$

Отсюда модуль напряженности поля равен:

$$E = \frac{2\tau}{r}. \quad (1.16.9)$$

## Упражнение 2

1. Два точечных заряда  $q_1 = 200$  СГСЭ $_q$  и  $q_2 = 10^{-7}$  Кл погружены в керосин ( $\epsilon = 2$ ). Найдите модуль напряженности поля в точке  $B$ , отстоящей от первого заряда на расстоянии  $r_1 = 4$  см, а от второго — на  $r_2 = 3$  см. Угол между радиусами-векторами  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  прямой (рис. 1.73).
2. В точке  $A$  напряженность поля равна  $63$  Н/Кл, а в точке  $B$  —  $7$  Н/Кл (рис. 1.74). Найдите напряженность в точке  $C$ , лежащей посередине между точками  $A$  и  $B$ .
3. В вершинах квадрата со стороной  $l$  расположены одинаковые заряды  $q$ . Чему равна напряженность на расстоянии  $d = 2l$  от центра квадрата: а) на продолжении диагонали; б) на прямой, проходящей через центр квадрата и параллельной его стороне?
4. Заряженная пылинка массой  $10^{-8}$  г находится в равновесии в однородном электрическом поле. Напряженность поля направлена вертикально и равна по модулю  $10$  СГСЭ $_E$ . Сколько избыточных электронов находится на пылинке? Заряд электрона  $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$  СГСЭ $_q$ , а его масса  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-28}$  г.

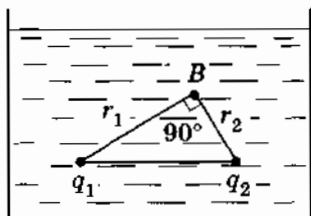


Рис. 1.73

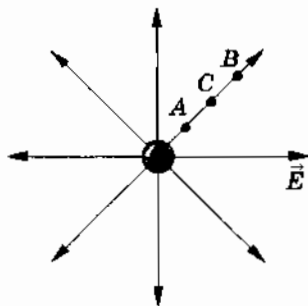


Рис. 1.74

5. В однородном поле с напряженностью, направленной вертикально и равной по модулю  $10^5$  Н/Кл, находится в равновесии капля масла, имеющая избыточный заряд, равный заряду электрона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Плотность масла  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>. Найдите радиус сферической капли.
6. В вершинах при острых углах ромба, составленного из двух равносторонних треугольников со стороной  $a$ , помещены положительные заряды  $q$ . В вершине при одном из тупых углов ромба помещен также положительный заряд  $Q$ . Определите напряженность  $\vec{E}$  поля в четвертой вершине ромба.
7. Решите предыдущую задачу, если заряд  $Q$  — отрицательный, в случаях, когда: а)  $|Q| > q$ ; б)  $|Q| = q$  и в)  $|Q| < q$ .
8. Какой угол  $\alpha$  с вертикалью составляет нить, на которой висит заряженный шарик массой  $m = 0,25$  г, помещенный в однородное электрическое поле с напряженностью  $E = 35$  СГСЭ<sub>Е</sub>? Вектор напряженности направлен горизонтально. Заряд шарика  $q = 7$  СГСЭ<sub>q</sub>.
9. В однородном электрическом поле с напряженностью  $E = 100$  СГСЭ<sub>Е</sub>, линии которого составляют с вертикалью угол  $\alpha = 30^\circ$ , висит на нити шарик массой  $m = 2$  г, имеющий заряд  $q = 10$  СГСЭ<sub>q</sub>. Определите силу натяжения нити.
10. Может ли точечный электрический заряд, помещенный в электростатическое поле, находиться в состоянии устойчивого равновесия?
11. Тонкое полукольцо радиусом  $R = 20$  см заряжено равномерно зарядом  $q = 7 \cdot 10^{-11}$  Кл. Найдите модуль напряженности поля в центре окружности полукольца.
12. Три одинаковых точечных заряда  $q$  расположены в вершинах равностороннего треугольника, сторона которого равна  $a$ . Найдите напряженность поля в вершине правильного тетраэдра, построенного на этом треугольнике.
13. Тонкой прямоугольной металлической пластинке со сторонами  $a$  и  $b$  сообщен заряд  $q$ . Определите модуль напряженности поля в точках, близких к центру пластинки.
14. Две металлические пластины, площадью  $S$  каждая, несут положительные заряды  $Q_1$  и  $Q_2$ . Расстояние между пластинками

тинами много меньше их линейных размеров. Найдите напряженность поля в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (рис. 1.75).

15. Две пластины площадью  $S = 100 \text{ см}^2$  каждая находятся на малом расстоянии друг от друга. Заряды пластин равны по модулю  $|q| = 10^{-8} \text{ Кл}$  и противоположны по знаку. Найдите силу притяжения пластин.
16. Мыльному пузырю радиусом  $R$  сообщен заряд  $Q$ . Найдите силу, действующую на поверхность пузыря единичной площади. Мыльную пленку считать проводящей.
17. К длинной вертикально расположенной проволоке, заряженной равномерно с линейной плотностью  $\tau$ , привязан вблизи ее середины на небольшой нити шарик массой  $m$ . Шарик заряжен зарядом  $q$ , одноименным с зарядом нити. При равновесии расстояние от шарика до проволоки равно  $r$ . Найдите угол отклонения нити от проволоки.
18. Две частицы с массами  $m$  и  $M$ , имеющие заряды  $-q$  и  $+Q$ , движутся вдоль линии напряженности однородного электрического поля так, что их скорости в любой момент времени одинаковы (рис. 1.76). Определите: а) расстояние  $x$  между частицами, при котором возможно такое движение; б) ускорение частиц. Напряженность  $E$  поля известна.
19. В центре полого проводящего шара помещен точечный заряд  $q = 10 \text{ СГСЭ}$ . Внутренний радиус шара  $r = 10 \text{ см}$ , внешний радиус  $R = 20 \text{ см}$ . Найдите напряженности электрического поля у внутренней ( $E_1$ ) и у внешней ( $E_2$ ) границ шара.
20. Пространство между двумя бесконечными параллельными пластинами заполнено диэлектриком, заряженным с постоянной объемной плотностью заряда  $\rho$ . Расстояние между пластинами  $a$ . Найдите зависимость напряженности электрического поля от расстояния  $x$ , отсчитываемого от середины между пластинами.

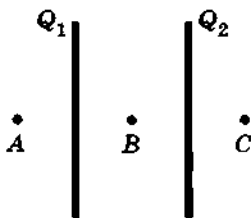


Рис. 1.75

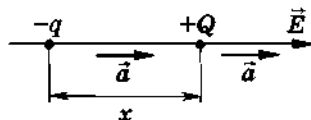


Рис. 1.76

## § 1.17. ПОТЕНЦИАЛЬНОСТЬ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В курсе механики было показано, что работа силы тяготения не зависит от формы траектории, по которой перемещается тело. Она определяется только начальным и конечным положениями тела. Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а на замкнутом пути равна нулю, были названы консервативными. Часто их называют также *потенциальными*. Закон Кулона имеет такую же математическую форму, что и закон всемирного тяготения. Поэтому работа кулоновских сил также не зависит от формы пути. Эти силы тоже потенциальны (консервативны).

### Потенциальность кулоновских сил

Потенциальность электростатических сил непосредственно вытекает из закона сохранения энергии. Если бы, например, положительная работа кулоновских сил при перемещении заряда от точки  $A$  к точке  $B$  по кривой  $ACB$  (рис. 1.77)

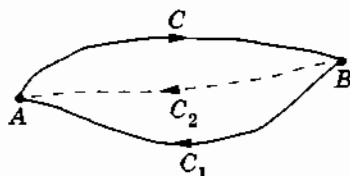


Рис. 1.77

не равнялась по модулю отрицательной работе при перемещении заряда обратно в точку  $B$  по любому другому пути ( $BC_1A$ ,  $BC_2A$  и т. д.), то можно было бы создать вечный двигатель. Ведь при движении заряда по замкнутому пути с другими зарядами, создающими электростатическое поле, ничего не происходит. Они как были неподвижными, так неподвижными и остаются. Поэтому за один оборот можно было бы получить полезную работу, которую легко увеличить в любое число раз неоднократным повторением пройденного пути. Но это невозможно.

### Электрическая энергия

Если силы потенциальны, то положение любых точек  $A$  и  $B$  в поле однозначно определяет работу при перемещении заряда из  $A$  в  $B$ . Согласно определению, принятому в механике, эта работа равна изменению потенциальной энергии при переносе тела из одной точки в другую, взятому со знаком минус:

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}). \quad (1.17.1)$$

Здесь  $W_{p2}$  — потенциальная энергия в конечной точке траектории, а  $W_{p1}$  — в начальной.

Следовательно, система заряженных тел обладает потенциальной энергией подобно системе тел, взаимодействующих посредством гравитационных сил. Это означает, что система заряженных тел способна совершить определенную работу. Например, такая работа совершается, когда наэлектризованная расческа притягивает обрезки бумаги.

Потенциальную энергию заряженных тел называют электрической или кулоновской.

Энергия взаимодействия электронов с ядром в атоме и энергия взаимодействия атомов друг с другом в молекулах (химическая энергия) — это в основном электрическая энергия. Огромная электрическая энергия запасена внутри атомного ядра. Именно за счет этой энергии выделяется теплота при работе ядерного реактора атомной электростанции.

*С точки зрения теории близкодействия на заряд непосредственно действуют не другие заряды, а созданное ими электрическое поле. При перемещении заряда действующая на него со стороны поля сила совершает работу. (В дальнейшем для краткости мы будем говорить о работе поля.) Поэтому можно определить не только энергию системы заряженных частиц, но и потенциальную энергию отдельного заряженного тела в электрическом поле.*

## **§ 1.18. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ЗАРЯДА В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ. ЭНЕРГИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОЧЕЧНЫХ ЗАРЯДОВ**

*Вычислим потенциальную энергию электрических зарядов для наиболее простых, но очень важных частных случаев.*

### **Потенциальная энергия заряда в однородном поле**

Пусть заряд  $q$  перемещается в однородном электрическом поле с напряженностью  $\vec{E}$  из точки 1 в точку 2. Положение точки 1 определяется радиусом-вектором  $\vec{r}_1$ , а точки 2 ради-

усом-вектором  $\vec{r}_2$ . Действующая на заряд сила  $\vec{F} = q\vec{E}$  постоянна. Работа силы  $\vec{F}$  не зависит от формы траектории, соединяющей точки 1 и 2. Это следует из общего доказательства потенциальности электростатического поля. Можно провести доказательство и с помощью непосредственного вычисления работы при перемещении заряда по разным путям точно так же, как это было сделано в «Механике» для гравитационных сил. Сейчас мы это делать не будем.

Проще всего вычислить работу, если заряд перемещается вдоль прямой, соединяющей точку 1 и точку 2 (рис. 1.78). Вектор перемещения  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ . Работа равна скалярному произведению силы на перемещение:

$$A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = q\vec{E} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = q\vec{E} \cdot \vec{r}_2 - q\vec{E} \cdot \vec{r}_1. \quad (1.18.1)$$

С другой стороны, согласно (1.17.1),  $A = -(W_{p2} - W_{p1})$ . Сравнивая выражения (1.18.1) и (1.17.1), получим выражение для потенциальной энергии заряда в однородном поле:

$$W_p = -q\vec{E} \cdot \vec{r}. \quad (1.18.2)$$

Однородное поле создается, в частности, в пространстве между параллельными пластинами, несущими заряды противоположных знаков (рис. 1.79). Естественно выбрать систему координат так, чтобы ось  $X$  была направлена перпендикулярно пластинам. Тогда проекции  $E_y$  и  $E_z$  равны нулю и выражение (1.18.2) приобретает вид:

$$W_p = -q(E_x x + E_y y + E_z z) = -qE_x x. \quad (1.18.3)$$

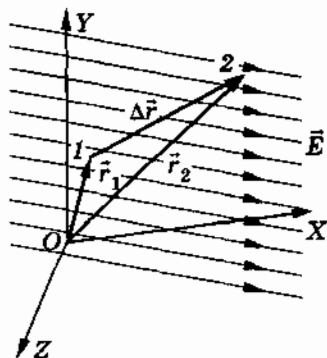


Рис. 1.78

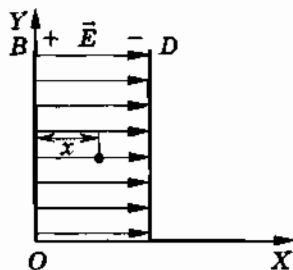


Рис. 1.79

Формула (1.18.3) подобна формуле  $W_p = mgh$  для потенциальной энергии тела над поверхностью Земли. Роль массы играет заряд, ускорения свободного падения — напряженность поля, а вместо высоты  $h$  стоит координата  $x$ . Но знак энергии другой: минус вместо плюса. Дело здесь вот в чем. Масса всегда положительна, и сила тяготения обязательно направлена вертикально вниз. С учетом этих обстоятельств и была записана формула  $W_p = mgh$ . В ней стоит модуль ускорения свободного падения, и высота  $h$  отсчитывается от поверхности Земли. Формула (1.18.3) является более общей. Заряд  $q$  может быть как положительным, так и отрицательным; напряженность поля может быть направлена куда угодно, и ее проекция может иметь как положительное значение, так и отрицательное в зависимости от выбора системы координат.

В частности, если напряженность поля  $\vec{E}$  направлена вертикально вниз, а ось  $X$  вверх, то

$$W_p = qE|x| \quad (1.18.4)$$

в точном соответствии с выражением  $W_p = mgh$ .

Если электрическое поле совершает положительную работу, то энергия заряженного тела в поле уменьшается:  $\Delta W_p < 0$ . Одновременно растет его кинетическая энергия. На этом основано ускорение электронов электрическим полем в электронных лампах, телевизионных трубках и т. д. И наоборот, если работа отрицательна (например, при движении положительно заряженной частицы в направлении, противоположном направлению напряженности поля  $\vec{E}$ ), то  $\Delta W_p > 0$ . Такое движение заряженной частицы подобно движению камня, брошенного вверх. Потенциальная энергия частицы при этом растет, а кинетическая энергия уменьшается: частица тормозится.

### Нулевой уровень потенциальной энергии

Потенциальная энергия в электродинамике определяется, как и в механике, с точностью до произвольной постоянной. Вместо выражения (1.18.2) мы могли бы написать:

$$W_p = -q\vec{E} \cdot \vec{r} + C, \quad (1.18.5)$$

где  $C$  — произвольная константа. При этом изменение потенциальной энергии остается тем же, а работа определяет имен-

но изменение потенциальной энергии, а не саму энергию. Записывая формулу (1.18.2), мы фактически приравнивали постоянную  $C$  к нулю. Это соответствует определенному выбору нулевого уровня потенциальной энергии. Например, для случая, изображенного на рисунке 1.79, потенциальная энергия считается равной нулю на поверхности пластины  $B$ . Но, как и при действии сил тяготения, нулевой уровень потенциальной энергии выбирают произвольно. Можно считать, что  $W_p = 0$  на расстоянии  $x_1$  от пластины  $B$ . Тогда

$$W_p = -qE_x x - qE_x x_1.$$

Физический смысл имеет не сама потенциальная энергия, а разность ее значений, определяемая работой поля при перемещении заряда из начального положения в конечное.

### Энергия взаимодействия точечных зарядов

В курсе механики было получено выражение для энергии взаимодействия точечных тел:

$$W_p = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

Если вместо точечных масс взять два разноименных по знаку заряда  $q_1$  и  $q_2$  (заряды притягиваются), то можно получить аналогичное выражение для потенциальной энергии их взаимодействия:

$$W_p = -k \frac{|q_1| |q_2|}{r}. \quad (1.18.6)$$

Для зарядов одного знака (заряды отталкиваются) знак потенциальной энергии будет противоположным:

$$W_p = k \frac{|q_1| |q_2|}{r}. \quad (1.18.7)$$

Формулы (1.18.6) и (1.18.7) можно объединить в одну, если вместо модулей зарядов взять их алгебраические значения:

$$W_p = k \frac{q_1 q_2}{r}. \quad (1.18.8)$$



Знак потенциальной энергии автоматически получится правильным.

Если заряды  $q_1$  и  $q_2$  имеют одинаковые знаки, то потенциальная энергия их взаимодействия положительна (рис. 1.80, а). Она тем больше, чем меньше расстояние между зарядами, так как работа, которую могут совершить кулоновские силы при отталкивании зарядов друг от друга, будет больше. Если заряды имеют противоположные знаки, то энергия отрицательна и максимальное ее значение, равное нулю, достигается при  $r \rightarrow \infty$  (рис. 1.80, б). Чем больше  $r$ , тем большую работу совершат силы притяжения при сближении зарядов.

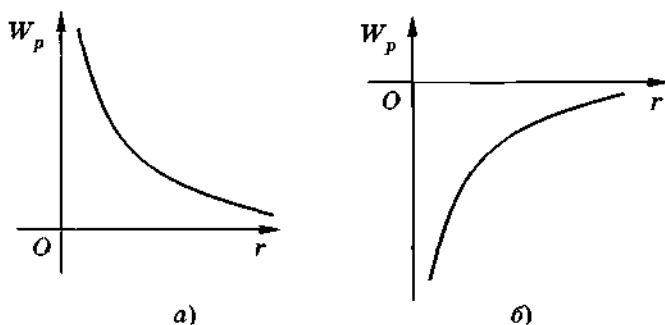


Рис. 1.80

При записи потенциальной энергии в форме (1.18.8) уже сделан определенный выбор нулевого уровня потенциальной энергии. Считается, что потенциальная энергия бесконечно удаленных зарядов равна нулю:  $W_p \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$ . Такой выбор нулевого уровня удобен, но не обязателен. Вместо выражения (1.18.8) можно было бы с тем же успехом записать, что

$$W_p = k \frac{q_1 q_2}{r} + C, \quad (1.18.9)$$

где  $C$  — произвольная постоянная. Отсюда видно, что положительное или отрицательное значение потенциальной энергии особого физического смысла не имеет. Знак потенциальной энергии будет определенным при фиксации произвольной постоянной  $C$ . Изменив значение  $C$ , мы можем изменить знак  $W_p$  при данном расстоянии  $r$  между зарядами.

## Потенциальная энергия системы точечных зарядов

Потенциальная энергия системы точечных зарядов  $q_1, q_2, \dots, q_N$  равна сумме потенциальных энергий всех пар взаимодействующих зарядов. Для трех зарядов

$$W_p = k \frac{q_1 q_2}{r_{1,2}} + k \frac{q_1 q_3}{r_{1,3}} + k \frac{q_2 q_3}{r_{2,3}}. \quad (1.18.10)$$

Докажите это самостоятельно, используя следующий прием. Вначале заряды  $q_2$  и  $q_3$  находятся на бесконечно большом расстоянии от заряда  $q_1$ . Затем заряд  $q_2$  перемещается в точку, находящуюся на расстоянии  $r_{1,2}$  от первого заряда. Вслед за тем заряд  $q_3$  перемещается в точку на расстоянии  $r_{1,3}$  от первого заряда и  $r_{2,3}$  от второго. Надо вычислить работу кулоновских сил, совершаемую при этих перемещениях, и приравнять ее изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком.

В общем случае  $N$  зарядов

$$W_p = \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ (i \neq k)}}^N \frac{1}{2} k \frac{q_i q_k}{r_{i,k}}, \quad (1.18.11)$$

где  $r_{i,k}$  — расстояние между зарядами номеров  $i$  и  $k$ . Коэффициент  $\frac{1}{2}$  получается из-за того, что при суммировании потенциальная энергия учитывается дважды в виде одинаковых слагаемых  $\frac{q_i q_k}{r_{i,k}}$  и  $\frac{q_k q_i}{r_{k,i}}$ .

*Формулы для потенциальной энергии электрического заряда в однородном поле (1.18.2) и для двух точечных зарядов (1.18.8) целесообразно запомнить. Они будут встречаться достаточно часто.*

- ? 1. Можно ли создать электростатическое поле, линии напряженности которого параллельны, а модуль напряженности возрастает в направлении, перпендикулярном линиям (рис. 1.81)?

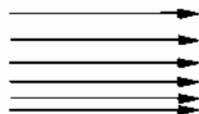


Рис. 1.81

2. Нарисуйте график зависимости потенциальной энергии разноименно заряженных частиц от расстояния при условии, что произвольная постоянная  $C$  в формуле (1.18.9) положительна.
3. Как будет выглядеть формула (1.18.8), если заряды находятся в среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ ?

## § 1.19. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ И РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ

*Наряду с силовой характеристикой электрического поля — напряженностью можно ввести энергетическую характеристику поля — потенциал.*

### Потенциал

Потенциальная энергия заряда в электростатическом поле пропорциональна самому заряду. Это справедливо как для однородного поля, так и для любого другого. В частности, потенциальная энергия заряда  $q_2$  в поле точечного заряда  $q_1$  пропорциональна, согласно формуле (1.18.8), заряду  $q_2$ .

Следовательно, *отношение потенциальной энергии к заряду не зависит от помещенного в поле заряда*. Это позволяет ввести новую количественную характеристику электростатического поля — **п о т е н ц и а л**, не зависящую от помещенного в поле заряда.

**Потенциалом электростатического поля называется отношение потенциальной энергии заряда в поле к этому заряду.** Обозначим потенциал буквой  $\phi$ . Тогда по определению

$$\phi = \frac{W_p}{q}. \quad (1.19.1)$$

Напряженность поля  $\vec{E}$  является вектором и представляет собой силовую характеристику поля; она определяет силу, действующую на заряд  $q$  в данной точке поля. Потенциал  $\phi$  — скаляр. Это энергетическая характеристика поля. Он определяет потенциальную энергию заряда  $q$  в данной точке поля.

### Потенциал однородного поля

Если в качестве нулевого уровня потенциальной энергии, а значит, и потенциала, принять потенциал положительно за-

раженной пластины  $B$  (см. рис. 1.79), то, согласно формулам (1.18.3) и (1.19.1), потенциал однородного поля равен:

$$\varphi = \frac{W_p}{q} = -E_x x. \quad (1.19.2)$$

Потенциал однородного поля является линейной функцией координаты.

### Потенциал поля точечного заряда

Потенциальная энергия заряда  $q_0$ , находящегося в поле точечного заряда  $q$ , согласно формуле (1.18.8), равна:

$$W_p = k \frac{qq_0}{r}. \quad (1.19.3)$$

Отсюда в соответствии с определением потенциала (1.19.1) потенциал точечного заряда равен:

$$\varphi = k \frac{q}{r}. \quad (1.19.4)$$

В этом выражении потенциал на бесконечности ( $r \rightarrow \infty$ ) выбран нулевым, поэтому при  $q > 0$   $\varphi > 0$ , а при  $q < 0$   $\varphi < 0$ .

Формула (1.19.4) справедлива также и для потенциала поля равномерно заряженной сферы (или равномерно заряженного шара) на расстояниях, больших или равных ее радиусу, так как поле сферы (или шара) вне сферы и на ее поверхности совпадает с полем точечного заряда, помещенного в центре сферы.

### Потенциал поля произвольной системы зарядов

Заряд любого тела (или нескольких тел) можно мысленно разделить на столь малые элементы, что каждый из них будет представлять собой точечный заряд. Тогда потенциал в произвольной точке определится как алгебраическая сумма потенциалов  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ , создаваемых отдельными точечными зарядами:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots \quad (1.19.5)$$

Это соотношение является следствием принципа суперпозиции полей.

## Разность потенциалов

Подобно потенциальной энергии, значение потенциала в данной точке зависит от выбора нулевого уровня для отсчета потенциала. Этот уровень выбирается произвольно, и поэтому потенциал одной определенной точки поля может иметь любое значение. Определенную, практически важную роль играет не сам потенциал в точке, а изменение потенциала, которое не зависит от выбора нулевого уровня отсчета потенциала.

Так как потенциальная энергия  $W_p = q\phi$ , то работа равна:

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}) = -q(\phi_2 - \phi_1) = -q\Delta\phi. \quad (1.19.6)$$

В дальнейшем вместо величины «изменение потенциала», представляющей собой разность значений потенциала в конечной и начальной точках траектории ( $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ ), мы будем также использовать другую величину — разность потенциалов. *Под разностью потенциалов (обозначается буквой  $U$ ) понимают разность значений потенциала в начальной и конечной точках траектории:*

$$U = \phi_1 - \phi_2 = -\Delta\phi. \quad (1.19.7)$$

Часто разность потенциалов называют также напряжением и е м. Изменение потенциала отличается от напряжения только знаком.

С разностью потенциалов, или напряжением,  $U$  удобнее иметь дело, чем с изменением потенциала  $\Delta\phi$ , при изучении электрического тока.

Согласно формулам (1.19.6) и (1.19.7) разность потенциалов оказывается равной:

$$U = \phi_1 - \phi_2 = -\Delta\phi = \frac{A}{q}. \quad (1.19.8)$$

*Разность потенциалов (напряжение) между двумя точками равна отношению работы поля при перемещении заряда из начальной точки в конечную к этому заряду.*

Используя это определение, можно придать потенциалу точечного заряда простой физический смысл. Если потенциал бесконечно удаленных точек принят за нулевой, то, подставляя в формулу (1.19.8) значение  $\phi_2(\infty) = 0$  и обозначая потенциал в точке  $l$  через  $\phi(r)$ , получим:

$$\varphi(r) = \frac{A_{\infty}}{q}. \quad (1.19.9)$$

Потенциал электростатического поля, созданного точечным зарядом, равен отношению работы, совершаемой кулоновскими силами при перемещении пробного заряда  $q$  из данной точки поля в бесконечность, к перемещаемому заряду  $q$ .

### Единицы разности потенциалов

Единицы разности потенциалов устанавливают с помощью формулы (1.19.8). В Международной системе единиц работу выражают в джоулях, а заряд — в кулонах. Поэтому *разность потенциалов между двумя точками равна единице, если при перемещении заряда в 1 Кл из одной точки поля в другую электрическое поле совершает работу в 1 Дж*. Эту единицу называют **вольт** (В);  $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж/1 Кл}$ .

Зная напряжение в осветительной цепи в вольтах, мы тем самым знаем работу в джоулях, которую электрическое поле может совершить при перемещении заряда в 1 Кл от одного контакта розетки к другому по любой электрической цепи.

За единицу разности потенциалов в абсолютной системе принимается разность потенциалов двух точек поля, при перемещении между которыми заряда в 1 СГСЭ $_q$  совершается работа 1 эрг. Специального названия эта единица не имеет.

Соотношение между единицами разности потенциалов в различных системах таково:

$$1 \text{ В} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ Кл}} = \frac{10^7 \text{ эрг}}{3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q} = \frac{1}{300} \text{ СГСЭ}_\varphi.$$

*Энергетическую характеристику электростатического поля называют потенциалом. Потенциал равен отношению потенциальной энергии заряда в поле к заряду. Разность потенциалов между двумя точками численно равна работе по перемещению единичного заряда.*

*Надо помнить формулы для определения потенциала точечного заряда  $\varphi = k \frac{q}{r}$  и потенциала однородного поля*

$$\varphi = -E_x x.$$

## § 1.20. СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕННОСТЬЮ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ И РАЗНОСТЬЮ ПОТЕНЦИАЛОВ. ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Между напряженностью электростатического поля и изменением потенциала существует однозначная связь.

### Напряженность и разность потенциалов

Работа поля при малом перемещении  $\Delta \vec{l}$  заряда  $q$  равна:

$$A = qE\Delta l \cos \alpha = qE_l \Delta l, \quad (1.20.1)$$

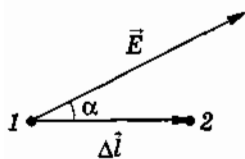


Рис. 1.82

где  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{E}$  и  $\Delta \vec{l}$ , а  $E_l$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на направление  $\Delta \vec{l}$  (рис. 1.82). Перемещение должно быть настолько малым, чтобы значение вектора  $\vec{E}$  было одинаковым на всем перемещении  $\Delta \vec{l}$ .

С другой стороны, согласно уравнению (1.19.6),

$$A = -q\Delta\varphi, \quad (1.20.2)$$

где  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  — изменение потенциала при перемещении заряда из точки 1 в точку 2 (см. рис. 1.82). Приравнявая выражения для работы (1.20.1) и (1.20.2), найдем:

$$E_l \Delta l = -\Delta\varphi. \quad (1.20.3)$$

Следовательно, зная напряженность поля в каждой точке, можно вычислить изменение потенциала между любыми точками. А зная изменение потенциала между любыми сколь угодно близкими точками в поле, связанными вектором перемещения  $\Delta \vec{l}$ , можно найти проекцию напряженности поля на направление  $\Delta \vec{l}$ :

$$E_l = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}. \quad (1.20.4)$$

Используя выражение для работы (1.18.1) в форме скалярного произведения, можно получить выражение для проекции напряженности электрического поля на ось  $X$ :

$$E_x = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}. \quad (1.20.5)$$

Здесь  $\Delta\varphi$  — изменение потенциала между точками с координатами  $x_1$  и  $x_2$  ( $\Delta x = x_2 - x_1$ ).

Аналогичные выражения можно написать для проекций напряженности поля на другие оси координат.

В случае однородного поля перемещение  $\Delta l$  или изменение координаты  $\Delta x$  в формулах (1.20.4) и (1.20.5) могут быть любыми. Если вместо изменения потенциала использовать разность потенциалов  $U = -\Delta\varphi$ , то эти формулы можно записать так:

$$E_l = \frac{U}{\Delta l} \text{ и } E_x = \frac{U}{\Delta x}. \quad (1.20.6)$$

Формулы (1.20.4), (1.20.5) или (1.20.6) показывают, что чем меньше меняется потенциал на расстоянии  $\Delta l$  или  $\Delta x$ , тем меньше напряженность электрического поля. Если потенциал не меняется совсем, то напряженность поля равна нулю.

*Напряженность электростатического поля направлена в сторону убывания потенциала.* Действительно, если  $\varphi(x_2) < \varphi(x_1)$ , то, согласно формуле (1.20.5),  $E_x > 0$ . Это и означает, что напряженность поля направлена от точки с координатой  $x_1$  к точке с координатой  $x_2$ .

### Единица напряженности электрического поля

Единицу напряженности электрического поля в СИ устанавливают на основе единицы разности потенциалов. Для этого можно использовать формулу (1.20.6) для случая, когда вектор  $\Delta \vec{l}$  совпадает по направлению с вектором  $\vec{E}$  и

$$E_l = E = \frac{U}{\Delta l}.$$

Напряженность электрического поля равна единице, если разность потенциалов между двумя точками на расстоянии 1 м в однородном поле равна 1 В. Наименование этой единицы — вольт на метр (В/м).

Как уже говорилось, напряженность можно также выражать в ньютонах на кулон. Действительно,

$$1 \frac{\text{В}}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \cdot \frac{1}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$



## Эквипотенциальные поверхности

При перемещении заряда под углом  $90^\circ$  к линиям напряженности электрическое поле не совершает работы, так как сила перпендикулярна перемещению. Значит, если провести поверхность, перпендикулярную в каждой точке линиям напряженности, то при перемещении заряда вдоль этой поверхности работа не совершается. А это, в свою очередь, означает, что *все точки поверхности, перпендикулярной линиям напряженности, имеют один и тот же потенциал. Поверхности равного потенциала называют эквипотенциальными.*

Эквипотенциальные поверхности однородного поля представляют собой плоскости (рис. 1.83), а поля точечного заряда — концентрические сферы (рис. 1.84). Эквипотенциальные поверхности диполя изображены на рисунке 1.85.

Подобно линиям напряженности, эквипотенциальные поверхности качественно характеризуют распределение поля в пространстве. Вектор напряженности перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям и направлен в сторону уменьшения потенциала. Это особенно очевидно на примере поля точечного положительного заряда. Потенциал убывает по мере удаления от заряда, и напряженность поля направлена от заряда вдоль радиусов концентрических сфер (см. рис. 1.84). Чем больше напряженность поля, тем меньше расстояния между соседними эквипотенциальными поверхностями.

*Эквипотенциальной является поверхность любого проводника в электростатическом поле. Ведь силовые линии поля перпендикулярны поверхностям проводника. Причем не только поверхность, но и все точки внутри проводника имеют один и тот же потенциал. Напряженность поля вну-*

$$\varphi_1 = \text{const} \quad \varphi_n = \text{const}$$

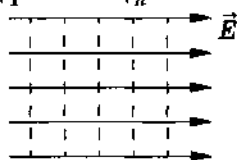


Рис. 1.83

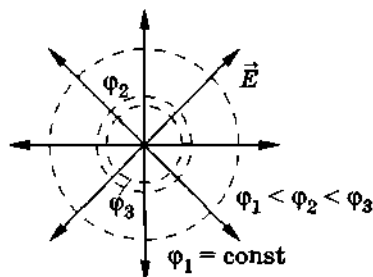


Рис. 1.84

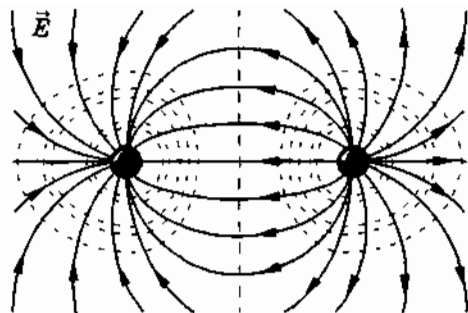


Рис. 1.85

три проводника равна нулю, значит, равна нулю и разность потенциалов между любыми точками проводника.

### Две характеристики электростатического поля

Разность потенциалов в двух точках — это количественная характеристика поля, равноценная напряженности. Обе характеристики связаны однозначно. Напряженность поля  $\vec{E}(x, y, z)$  — функция координат точки. Она определяет силу, действующую на заряд. Поле полностью задано, если известно значение  $\vec{E}$  в каждой его точке. Разность потенциалов  $\varphi(x_1, y_1, z_1) - \varphi(x_2, y_2, z_2)$  — функция координат двух точек. Она определяет работу по перемещению заряда между этими точками. Поле полностью задано, если известно значение разности потенциалов между двумя любыми точками.

Какой же смысл имеет введение еще одной характеристики поля наряду с напряженностью? (Тем более что она менее наглядна, чем напряженность.) Дело в том, что потенциал или разность потенциалов в качестве характеристики поля имеет ряд преимуществ.

1. Напряженность поля  $\vec{E}$  — вектор, значение которого определяется полностью тремя независимыми величинами — проекциями вектора на координатные оси. Потенциал — скаляр. Для задания его нужна только одна величина.

2. Подобно тому как опасность со стороны падающего камня непосредственно определяется не силой тяжести, действующей на камень у поверхности Земли, а совершенной полем силы тяжести работой, многие процессы определяются не на-

пряженностью электрического поля в данном месте, а разностью потенциалов. В частности, разностью потенциалов определяется такая важная величина, как сила тока.

3. Разность потенциалов гораздо легче измерить, чем напряженность поля. Для определения напряженности поля нужно измерить силу, действующую на заряженный шарик. Для этого шарик следует закрепить на пружинках и фиксировать деформацию пружинок при действии поля на заряд. В следующем параграфе мы узнаем, что для измерения разности потенциалов ничего подобного не нужно.

*Модуль напряженности электростатического поля равен отношению разности потенциалов между двумя близкими точками в поле к расстоянию между этими точками.*

1. Обязательно ли потенциал отрицательного заряда меньше нуля?
2. Потенциал электростатического поля возрастает в направлении снизу вверх. Куда направлен вектор напряженности поля?
3. Одинаковы ли потенциалы двух точек заряженного диэлектрика?
4. Незаряженный проводящий шар поместили в однородное электрическое поле. Как будут выглядеть эквипотенциальные поверхности поля?

## **§ 1.21. ИЗМЕРЕНИЕ РАЗНОСТИ ПОТЕНЦИАЛОВ**

*Для измерения разности потенциалов между проводниками используют прибор, называемый э л е к т р о м е т р о м.*

### **Измерение разности потенциалов между проводниками**

На рисунке 1.86 изображен один из простейших электрометров. Основная его часть — легкая алюминиевая стрелка, укрепленная на металлическом стержне с помощью горизонтальной оси. Стрелка может поворачиваться вокруг этой оси.



Рис. 1.86

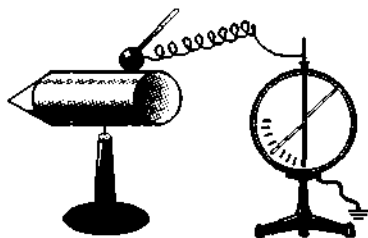


Рис. 1.87

Центр тяжести стрелки расположен так, что до начала измерения она располагается вертикально. Стержень со стрелкой помещен в металлический корпус, изолированный от стержня эбонитовой пробкой. Для наблюдения за стрелкой имеется смотровое окно. Электрометр напоминает электроскоп, но отличается от него тем, что имеет металлический корпус.

Для измерения разности потенциалов между двумя проводниками один из них присоединяют к стержню электрометра, а другой — к его корпусу. (Если хотят измерить потенциал тела относительно земли, то тело соединяют проводником со стержнем, а корпус заземляют.) Между корпусом и стержнем устанавливается разность потенциалов, которую нужно измерить<sup>1</sup>.

Электрическое поле внутри электрометра зависит только от этой разности потенциалов, так как внешнее электростатическое поле заряженных или поляризованных тел не проникает сквозь металлический корпус прибора (электростатическая защита). Распределение же поля внутри электрометра однозначно определяет силы, действующие на стрелку. Чтобы по положению стрелки можно было судить о значении разности потенциалов, прибор нужно проградуировать. Для этого необходимо найти, какие углы отклонения стрелки соответствуют известным значениям напряжения между заряженными проводниками.

С помощью электрометра легко убедиться на опыте, что все точки проводника имеют одинаковый потенциал относительно

---

<sup>1</sup> Впрочем, подключение электрометра несколько меняет разность потенциалов между проводниками, так как часть зарядов проводников передается электрометру. Но если емкость электрометра много меньше емкости проводников (см. § 1.24), то этим эффектом можно пренебречь.

земли. Для этого соединяют различные участки проводника со стержнем электрометра, корпус которого заземлен (рис. 1.87). Показания электрометра при этом меняться не будут.

### Измерение потенциала произвольных точек пространства

Несколько сложнее измерить потенциал произвольной точки пространства относительно какого-либо проводника. Обычно измеряется потенциал относительно земного шара.

Если внести в электрическое поле проводящий шарик, то его потенциал (точнее, разность потенциалов между шариком и землей) станет равным потенциалу той точки пространства, в которой расположен центр шарика (рис. 1.88). Суммарный индуцированный заряд на шарике равен нулю и не может изменить потенциала центра шарика (подробнее об этом говорится в решении задачи 1 в § 1.23).

Но при соединении шарика проводником с электрометром картина меняется. Теперь уже индуцированный на шарике заряд не равен нулю, так как часть заряда перемещается на стержень электрометра. Из-за этого потенциал центра шарика не будет равен потенциалу поля в отсутствие шарика (рис. 1.89).

Поэтому поступают следующим образом: конец проводника, соединенного со стержнем электрометра, помещают в пламя газовой горелки (пламенный зонд). В пламени имеется большое количество ионов. Эти заряженные частицы осаждаются на проволочке до тех пор, пока ее потенциал не сравняет-

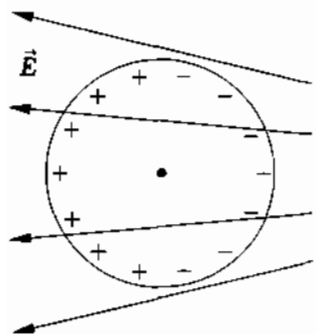


Рис. 1.88

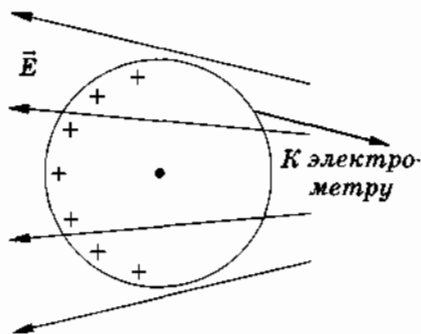


Рис. 1.89

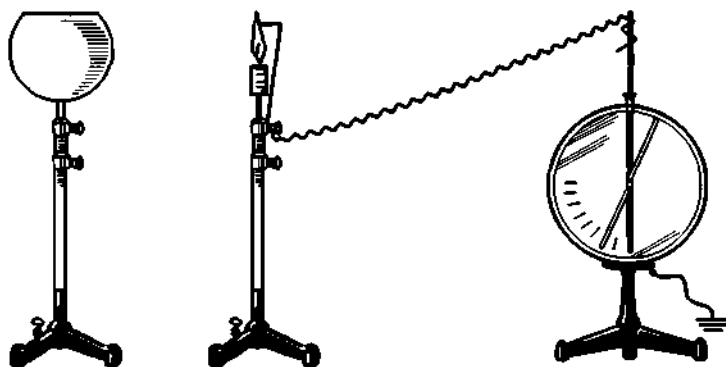


Рис. 1.90

ся с потенциалом той малой области пространства, где расположен пламенный зонд (рис. 1.90). Ионы нейтрализуют индуцированный заряд проволоочки, и вследствие этого исследуемое поле искажается незначительно.

На рисунке 1.90 показана экспериментальная установка по измерению потенциала электрического поля заряженного шара относительно земли. Для этого корпус электрометра заземляют. При перемещении зонда вдоль радиусов круга, в центре которого расположена подставка с шаром, показания электрометра меняются; отклонение стрелки растет при приближении зонда к шару. При перемещении зонда по окружности вокруг шара показания остаются неизменными.

*Разность потенциалов измеряют электрометром. Электрометр — это электроскоп с металлическим корпусом.*

## **§ 1.22. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА**

*После достаточно детального знакомства со свойствами электрического поля мы можем подробно рассмотреть экспериментальные методы определения элементарного электрического заряда (заряда электрона).*

Первые наиболее точные опыты по измерению заряда электрона были осуществлены американским физиком Р. Миллике-

ном (1868—1953) в 1906—1916 гг. и независимо от него в 1913 г. отечественным ученым А. Ф. Иоффе.

Милликен поставил смелую для того времени задачу: измерить электрический заряд отдельных мелких капелек масла. Для этого нужно было очень точно измерить силу, действующую на заряд порядка  $10^{-19}$  Кл в электрическом поле напряженностью до  $10^6$  В/м — самом сильном поле, при котором еще не наступает пробой воздуха. Эта сила составляет всего лишь  $10^{-13}$  Н и действует на капельку массой около  $10^{-12}$  г.

Установка Милликена изображена на рисунке 1.91. Между параллельными пластинами *M* и *N* создавалось однородное электрическое поле напряженностью  $5 \cdot 10^3$  В/м. Она определялась отношением напряжения между пластинами к расстоянию между ними. В это поле с помощью распылителя *D* впрыскивались капельки масла. Масло имеет низкое давление насыщенных паров, и поэтому испарением капелек за время опыта можно пренебречь. Весь прибор помещался внутри защитного кожуха *G*, чтобы температура и давление воздуха оставались строго постоянными.

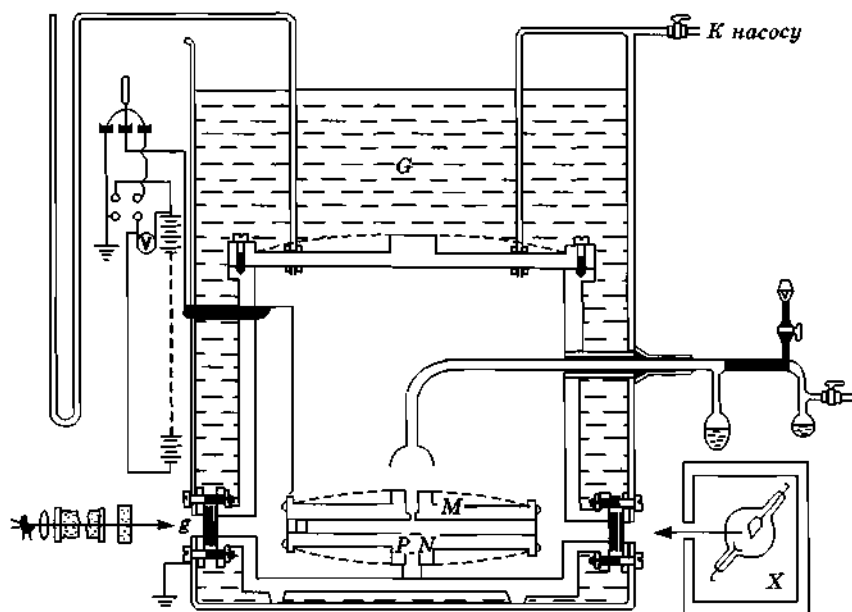


Рис. 1.91

При распылении масла капельки электризовались и двигались под влиянием силы тяжести и электрического поля. За движением капелек можно наблюдать в микроскоп через специальное окошко.

Сначала измерялась скорость  $v_0$  установившегося падения капли под действием силы тяжести и силы сопротивления воздуха. Сила сопротивления при небольших скоростях прямо пропорциональна скорости:  $F_c = kv_0$ . Затем создавалось электрическое поле между пластинами, заставлявшее капельку подниматься вверх, и измерялась скорость установившегося движения капельки под действием электрического поля, силы тяжести и силы сопротивления воздуха.

В первом случае скорость падения капельки  $v_0$  определяется уравнением:

$$kv_0 = \frac{4\pi}{3} a^3 (\rho - \rho_0) g = (\rho - \rho_0) V g, \quad (1.22.1)$$

где  $a$  — радиус капельки;  $V$  — ее объем;  $\rho$  — плотность масла;  $\rho_0$  — плотность воздуха. Здесь учитывается выталкивающая сила, действующая на капельку со стороны воздуха.

При создании электрического поля (рис. 1.92) уравнение установившегося движения капельки примет форму

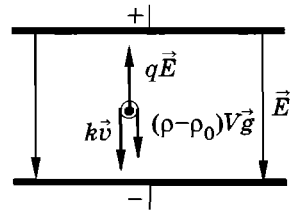


Рис. 1.92

$$kv = qE - \frac{4\pi a^3}{3} (\rho - \rho_0) g. \quad (1.22.2)$$

Из формул (1.22.1) и (1.22.2) можно определить значение заряда капельки:

$$q = \frac{k(v_0 + v)}{E}. \quad (1.22.3)$$

Коэффициент  $k$  для установившегося движения сферического тела с небольшой скоростью определяется формулой Стокса, известной из механики:

$$k = 6\pi\eta a, \quad (1.22.4)$$

где  $\eta$  — вязкость воздуха.

Радиус капельки настолько мал, что измерить его с помощью микроскопа нельзя. В поле зрения микроскопа видна



лишь ярко светящаяся звездочка, которая появляется в результате рассеяния света на капельке. Милликен определял радиус капельки с помощью уравнения (1.22.1). Подставив в это уравнение коэффициент  $\eta$  из формулы (1.22.4), получим:

$$a = \sqrt{\frac{9\eta v_0}{2(\rho - \rho_0)g}}. \quad (1.22.5)$$

После подстановки выражений (1.22.4) и (1.22.5) в уравнение (1.22.3) получим для определения заряда капельки формулу:

$$q = \frac{9\pi\eta}{E} (v_0 + v) \sqrt{\frac{2\eta v_0}{(\rho - \rho_0)g}}. \quad (1.22.6)$$

Облучая капельки масла в воздухе рентгеновскими лучами малой интенсивности, Милликен наблюдал скачкообразное изменение скорости установившегося движения капельки в электрическом поле. Это свидетельствовало о том, что заряд капельки под действием рентгеновских лучей менялся прерывно.

Заряду электрона соответствовало минимальное значение заряда  $q$  капельки, определяемое формулой (1.22.6).

На протяжении многих лет Милликен совершенствовал свой прибор и уточнял результаты измерений. Им было учтено отступление от формулы Стокса (1.22.4) для капелек очень малого размера, когда их радиус приближается к длине свободного пробега молекул воздуха. В этом случае воздух уже нельзя рассматривать как сплошную среду.

В результате многочисленных опытов Милликен пришел к значению модуля заряда электрона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Несколько меньшее значение заряда по сравнению с современными данными получилось из-за того, что были использованы заниженные значения вязкости воздуха. По современным данным значение элементарного заряда равно:

$$e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Последние два знака определены с точностью  $\pm 46$ .

*Наиболее точные значения элементарного электрического заряда получены при наблюдении движения заряженных капелек масла в электрическом поле.*

## § 1.23. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

В этом параграфе рассматриваются задачи с использованием понятий потенциальной энергии, потенциала и разности потенциалов.

Работа сил, действующих на заряд со стороны электростатического поля, выражается через разность потенциальных энергий или разность потенциалов [см. формулы (1.17.1) и (1.19.6)]. Потенциал точечного заряда определяется формулой (1.19.4), а потенциал однородного поля формулой (1.19.2). Кроме того, надо знать выражение (1.18.8) для энергии взаимодействия точечных зарядов и связь между напряженностью электрического поля и разностью потенциалов [формула (1.20.4)].

При решении задач на движение заряженных частиц в электрическом поле можно использовать законы сохранения энергии и импульса, а также законы механики Ньютона.

### Задача 1

На расстоянии  $d$  от точечного заряда  $q$  расположен центр незаряженного проводящего шара радиусом  $R$ . Чему равен потенциал шара?

**Решение.** Потенциал всех точек шара одинаков, поэтому достаточно найти потенциал одной точки. Проще всего найти потенциал центра шара. Он равен сумме потенциала, созданного в центре шара точечным зарядом ( $\varphi = k \frac{q}{d}$ ) и потенциала, созданного зарядами, возникающими на поверхности шара вследствие электростатической индукции. Но этот потенциал равен нулю, так как суммарный заряд на сфере равен нулю, и все элементы заряда находятся на равном расстоянии от центра. Следовательно, потенциал шара

$$\varphi = k \frac{q}{d}.$$

### Задача 2

Три заряженных одинаковых шарика, заряд каждого из которых равен  $q$ , а масса —  $m$ , расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной  $a$ . Каких максимальных скоростей достигнут шарики, отталкиваясь друг от друга, если их отпустить?

**Решение.** В начальном состоянии шарики обладают потенциальной энергией:

$$W_p = 3k \frac{q^2}{a}.$$

Разлетаясь, шарики вследствие симметрии будут иметь одинаковые по модулю скорости. Эти скорости максимальны на бесконечности, где  $W_p = 0$ , а  $W_k = 3 \frac{mv_{\max}^2}{2}$ .

Согласно закону сохранения энергии

$$\frac{3mv_{\max}^2}{2} = 3k \frac{q^2}{a}.$$

Отсюда

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2kq^2}{ma}}.$$

### Задача 3

Почему на проводниках, имеющих форму острия, поверхностная плотность заряда достигает значительных величин?

**Решение.** На рисунке 1.93, а изображен проводник, имеющий форму острия. Моделью острия может служить (в первом приближении) система двух шаров различных радиусов, соединенных тонкой проволокой (рис. 1.93, б). Радиус левого шара  $R$  значительно больше радиуса правого шара  $r$  ( $R \gg r$ ). Пренебрегая влиянием шаров друг на друга, их потенциалы можно записать в виде:

$$\varphi_1 = k \frac{q_1}{R}, \quad \varphi_2 = k \frac{q_2}{r}.$$

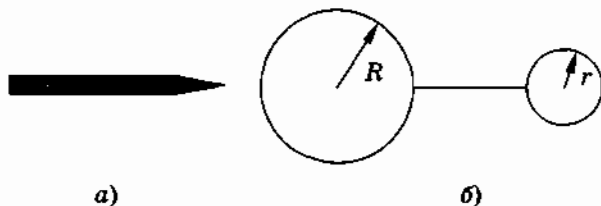


Рис. 1.93

Так как шары соединены проводником, то  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ . Следовательно,

$$q_1 = \frac{R\varphi}{k} \text{ и } q_2 = \frac{r\varphi}{k}.$$

Поверхностные плотности заряда шаров соответственно равны:

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi R^2} = \frac{\varphi}{4\pi k R} \text{ и } \sigma_2 = \frac{\varphi}{4\pi k r}.$$

Так как  $R \gg r$ , то  $\sigma_2 \gg \sigma_1$ , т. е. поверхностная плотность заряда на малом шаре, кривизна которого велика (на острие), значительно больше поверхностной плотности заряда на большом шаре, кривизна которого мала.

#### Задача 4

Небольшой шарик соединяют проводом с заземленным электрометром (см. рис. 1.87). Касаясь шариком различных точек проводника, ограниченного цилиндрической и коническими поверхностями, наблюдают одинаковое отклонение стрелки электрометра при любом положении шарика. Затем соединительный провод убирают и наблюдают, что отклонение стрелки электрометра, к стержню которого подносят шарик, неодинаково и зависит от того, какой точки поверхности проводника (внутренней или внешней) предварительно коснулись шариком. Почему?

**Решение.** Электрометр измеряет разность потенциалов между данным телом и землей. Так как поверхность проводника эквипотенциальна, то в первом случае стрелка отклоняется на один и тот же угол при любом положении шарика.

Во втором случае отклонение стрелки определяется потенциалом шарика относительно земли в тот момент, когда его приводят в соприкосновение с электрометром. Этот потенциал зависит от заряда шарика, его размеров и расположения окружающих предметов. В момент соприкосновения шарика с проводником его потенциал делается равным потенциалу проводника, но его заряд будет зависеть от того, какого участка поверхности касаются. Если касаются внутренней конической поверхности проводника, то заряд шарика равен нулю,

так как весь заряд проводника распределен по его внешней поверхности. Если же касаются шариком внешней поверхности проводника, то заряд шарика будет отличен от нуля.

Во время перемещения шарика его потенциал непрерывно меняется, так как меняется положение шарика относительно окружающих предметов. Различные значения потенциала шарика в момент соприкосновения его со стержнем электрометра обусловлены только различием в значениях заряда шарика, так как расположение относительно него окружающих предметов в этот момент неизменно.

Максимальный заряд будет на вершине конической поверхности (острие).

### Задача 5

Незаряженный металлический шар радиусом  $r$  окружен концентрической проводящей сферой радиусом  $R$ . Сфера заряжена до потенциала  $\varphi_0$  (относительно земли). Чему станет равен потенциал внешней сферы, если незаряженный шар заземлить (рис. 1.94)?

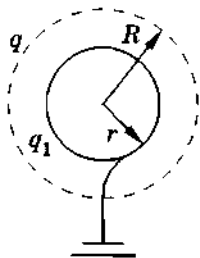


Рис. 1.94

**Решение.** До заземления заряд внешней сферы  $q$  создает на ее поверхности потенциал  $\varphi_0 = k \frac{q}{R}$ . После заземления на внутреннем шаре наведется заряд  $q_1$  (см. рис. 1.94), который можно найти из условия, что потенциал заземленного шара равен нулю.

Согласно принципу суперпозиции полей потенциал шара равен:

$$k \frac{q}{R} + k \frac{q_1}{r} = 0.$$

Отсюда

$$q_1 = -\frac{r}{R} q.$$

Потенциал на внешней сфере после заземления шара создается зарядами  $q$  и  $q_1$ :

$$\varphi = k \frac{q}{R} + k \frac{q_1}{R} = \varphi_0 \frac{R-r}{R}.$$

### Задача 6

Положительный заряд  $+q_0$  равномерно распределен по тонкому проволочному кольцу радиусом  $R$ . В центре кольца находится точечный заряд  $-q$ , масса которого  $m$ . Этому заряду сообщается начальная скорость  $\vec{v}_0$  вдоль оси кольца. Определите характер движения заряда, в зависимости от начальной скорости считая, что он движется вдоль оси кольца. Кольцо неподвижно.

**Решение.** Полная энергия заряда в начальный момент равна сумме кинетической энергии  $\frac{mv_0^2}{2}$  и потенциальной энергии в электростатическом поле кольца  $-\varphi_0 q$ , где  $\varphi_0 = k \frac{q_0}{R}$  — потенциал в центре кольца:

$$W = \frac{mv_0^2}{2} - k \frac{qq_0}{R}.$$

При  $W \geq 0$  заряд уйдет на бесконечность. Причем его скорость на бесконечно большом расстоянии будет равна нулю, если  $W = 0$ . Если  $W > 0$ , скорость заряда на бесконечно большом расстоянии от кольца равна:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2k \frac{qq_0}{rm}}.$$

Если же  $W < 0$ , то заряд будет совершать периодическое движение (колебание) вдоль оси кольца. Наибольшее расстояние  $r$ , на которое при этом удалится заряд от центра кольца, можно найти из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} - k \frac{qq_0}{R} = -k \frac{qq_0}{\sqrt{R^2 + r^2}}.$$

Отсюда

$$r = R \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{mv_0 R}{2kqq_0} - 1\right)^2 - 1}}.$$

### Задача 7

Уединенный металлический шар радиусом  $R = 10$  см окружен диэлектриком ( $\epsilon = 2$ ). Диэлектрик образует сферический слой с радиусами  $R_1 = 10$  см и  $R_2 = 20$  см. Найдите потенциал шара, если его заряд  $q = 10^{-18}$  Кл.

**Решение.** Диэлектрик, окружающий шар, под действием поля шара поляризуется. В результате на внутренней поверхности диэлектрика появляется поляризационный заряд  $-q'$ , знак которого противоположен знаку заряда шара  $q$ , а на внешней поверхности диэлектрика — поляризационный заряд  $q'$ , одинаковый по знаку с зарядом  $q$ . Следовательно, потенциал шара, согласно принципу суперпозиции, равен сумме потенциалов полей, образуемых зарядами  $q$ ,  $-q'$  и  $q'$ :

$$\varphi = k \frac{q}{R_1} - k \frac{q'}{R_1} + k \frac{q'}{R_2}.$$

Так как поляризационный заряд (см. задачу 7 в § 1.16) равен:

$$q' = \frac{q(\epsilon - 1)}{\epsilon},$$

то

$$\varphi = k \frac{q}{\epsilon} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{\epsilon - 1}{R_2} \right) = 675 \text{ В.}$$

### Упражнение 3

1. Точечные заряды  $q_1 = 2 \cdot 10^{-8}$  Кл и  $q_2 = 10^{-8}$  Кл расположены в керосине ( $\epsilon = 2,1$ ) на расстоянии  $r_1 = 0,04$  м друг от друга. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния  $r_2 = 0,02$  м?
2. Поле образовано точечными зарядами  $q_1 = -2 \cdot 10^{-9}$  Кл и  $q_2 = 10^{-9}$  Кл, расположенными на расстоянии  $BC = 8$  см (рис. 1.95). Точка  $D$  лежит на перпендикуляре, проведенном к отрезку  $BC$  через его середину  $M$ , причем  $MD = BC/2$ . Найдите работу кулоновских сил при перемещении заряда  $q = 2 \cdot 10^{-8}$  Кл из точки  $D$  в точку  $M$ .

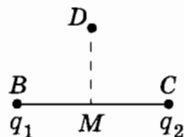


Рис. 1.95

3. Пылинка массой  $m = 10^{-11}$  г находится во взвешенном состоянии в однородном электрическом поле между горизонтально расположенными разноименно заряженными пластинками, расстояние между которыми  $d = 5$  мм. Пылинка освещается ультрафиолетовым светом и вследствие этого теряет заряд. Равновесие пылинки при этом нарушается. Какой заряд потеряла пылинка, если первоначально к пластинкам было приложено напряжение  $U_1 = 154$  В, а затем, чтобы восстановить равновесие пылинки, пришлось увеличить напряжение на  $U_2 = 8$  В?
4. Два шарика имеют одинаковые электрические заряды  $q = 20$  нКл. Шарики соединяют тонкой проволокой. Какой заряд пройдет по проволоке, если шарики металлические и их радиусы соответственно равны  $R_1 = 15$  см и  $R_2 = 5$  см? Расстояние между шариками много больше их радиусов.
5.  $N$  одинаковых шарообразных капель ртути заряжены одноименно до одного и того же потенциала  $\phi_1$ . Чему равен потенциал  $\phi$  большой капли ртути, получившейся в результате слияния этих капель?
6. Два одноименных точечных заряда  $q_1$  и  $q_2$  с массами  $m_1$  и  $m_2$  движутся навстречу друг другу. В момент времени, когда расстояние между зарядами равно  $r_1$ , они имеют скорости  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ . До какого минимального расстояния  $r_2$  сблизятся заряды?
7. Два маленьких одноименно заряженных шарика закреплены в вакууме на расстоянии, значительно превышающем их линейные размеры. Если отпустить первый шарик, то при достижении расстояния  $r$  между шариками его скорость равна  $v_1 = 3$  м/с; если отпустить второй, то при тех же условиях его скорость оказывается равной  $v_2 = 4$  м/с. Найдите скорости шариков, когда они разойдутся на расстояние  $r$ , если оба шарика отпустить одновременно.
8. В некоторый момент времени два электрона имели равные по модулю скорости  $v_1 = v_2 = v$  и находились в вакууме на расстоянии  $L$  друг от друга. При этом скорости  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  образовывали равные острые углы  $\alpha$  с прямой, соединяющей электроны. На каком минимальном расстоянии пройдут электроны друг относительно друга?



9. Частица массой  $m$ , имеющая заряд  $q$  и скорость  $\vec{v}_0$ , приближается с большого расстояния к заряженному незакрепленному кольцу, двигаясь по его оси. Радиус кольца  $R$ , заряд  $Q$ , масса  $M$ . Какую скорость будет иметь частица в момент, когда она будет проходить через центр кольца?
10. Маленький металлический шарик массой  $m = 1$  г, которому сообщен заряд  $q = 10^{-7}$  Кл, брошен издалека со скоростью  $v = 1$  м/с в направлении металлической сферы, имеющей заряд  $Q = 3 \cdot 10^{-7}$  Кл. При каком минимальном значении радиуса сферы шарик достигнет ее поверхности?
11. В пространстве одновременно действуют два однородных электрических поля с горизонтально и вертикально направленными напряженностями, модули которых равны соответственно  $E_r = 4 \cdot 10^2$  В/м и  $E_v = 3 \cdot 10^2$  В/м. По направлению силовой линии результирующего электрического поля влетает электрон, скорость которого на пути  $L = 2,7$  мм изменяется в 2 раза. Определите скорость электрона в конце этого пути.
12. Три одинаковых заряда, каждый из которых равен  $q = -2 \cdot 10^{-8}$  Кл, расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной  $a = 10$  см. Какую работу  $A$  нужно совершить, чтобы перенести один из них на середину противоположной стороны?
13. Точечные заряды  $q_1 = -1,7 \cdot 10^{-8}$  Кл и  $q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$  Кл находятся от точечного заряда  $q_0 = 3 \cdot 10^{-8}$  Кл на расстоянии  $l_1 = 2$  см и  $l_2 = 5$  см соответственно. Какую работу  $A$  надо совершить, чтобы поменять местами заряды  $q_1$  и  $q_2$ ?
14. Три проводящие концентрические сферы имеют радиусы  $R$ ,  $2R$ ,  $3R$  соответственно. Средняя сфера имеет заряд  $+q$ . В ней проделано отверстие, через которое тонкой проводочкой соединяют внешнюю и внутреннюю сферы. Определите заряд  $q_1$  внешней сферы после соединения.
15. Две проводящие сферы заряжены так, что внутренняя имеет потенциал  $\phi_1$ , а внешняя  $\phi_2$ . Какой потенциал будет иметь внутренняя сфера, если обе сферы соединить проводником?
16. Металлический шар радиусом  $R_1 = 2$  см несет на себе заряд  $q_1 = 4 \cdot 10^{-8}$  Кл. Шар окружен концентрической про-

водящей оболочкой радиусом  $R_2 = 5$  см, заряд которой равен  $q_2 = -4 \cdot 10^{-8}$  Кл. Определите потенциал поля  $\phi$  на расстоянии  $L = 4$  см от центра шара.

17. Металлический шар радиусом  $R_1 = 1$  см несет заряд  $q_1 = 2 \cdot 10^{-8}$  Кл. Шар окружен концентрической проводящей оболочкой радиусом  $R_2 = 5$  см. На оболочке находится заряд  $q_2 = -4 \cdot 10^{-8}$  Кл. Найдите изменение потенциала шара  $\Delta\phi$ , если оболочку заземлить.
18. Четыре одинаковых заряженных маленьких шарика, заряды которых  $q$  и массы  $m$ , расположены в вершинах квадрата со стороной  $a$ . Какой максимальной скорости достигнут шарики, если их отпустить?
19. Из бесконечности к металлической пластине движется точечный заряд  $+q$ . Определите энергию взаимодействия заряда и пластины, а также скорость заряда в тот момент, когда он будет находиться на расстоянии  $d$  от пластины. Находясь на бесконечно большом расстоянии от пластины, заряд имел скорость, равную нулю.
20. Четыре одинаковых точечных заряда  $q$  расположены вдоль прямой на расстоянии  $l$  друг от друга. Какую работу надо совершить, чтобы поместить их в вершинах правильного тетраэдра с ребром, равным  $l$ ?

## § 1.24. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ

*Все точки проводника в электростатическом поле имеют один и тот же потенциал. Этот потенциал, определяемый относительно нулевого уровня, зависит от заряда проводника. Важно уметь находить потенциал проводника, зная его заряд, или, наоборот, уметь определять заряды проводников, если известна разность потенциалов между ними.*

Такого рода задачи встречаются очень часто не только в электростатике, но и при изучении электрического тока. Для их решения вводят особую физическую величину — э л е к т р и ч е с к у ю е м к о с т ь, или просто е м к о с т ь.

## Электрическая емкость уединенного проводника

Рассмотрим сферический проводник радиусом  $r$ . Пусть он находится очень далеко от других тел, так что его размеры во много раз меньше расстояний до этих тел. Такой проводник называют *уединенным*.

При сообщении шару заряда  $q$  в окружающем пространстве возникнет электростатическое поле. Потенциал шара изменится и станет равным  $\phi$ . Если потенциал бесконечно удаленных точек поля принять равным нулю, то потенциал шара можно вычислить по формуле (1.19.4). Поэтому отношение заряда шара к его потенциалу

$$\frac{q}{\phi} = \frac{\epsilon r}{k} \quad (1.24.1)$$

не зависит от заряда и определяется лишь радиусом шара и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  окружающей среды.

Замечательным является то, что не только для шара, но и для уединенного проводника произвольной формы потенциал прямо пропорционален заряду. Поэтому *отношение заряда проводника к его потенциалу не зависит от значения заряда и определяется лишь геометрическими размерами проводника, его формой и электрическими свойствами окружающей среды (диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ )*. Это позволяет ввести понятие электрической емкости уединенного проводника.

Электрической емкостью  $C$  проводника называется отношение заряда  $q$  проводника к его потенциалу  $\phi$ :

$$C = \frac{q}{\phi}. \quad (1.24.2)$$

Емкость выражается через отношение заряда к потенциалу, но не зависит ни от того, ни от другого. Точно так же, например, скорость при равномерном прямолинейном движении выражается через отношение пути ко времени:  $v = \frac{s}{t}$ , но не зависит ни от пути  $s$ , ни от времени  $t$ , так как является постоянной величиной.

Емкость не зависит от материала проводника: железные, медные тела и тела из других материалов одинаковых размеров и формы имеют одинаковую емкость.

Термин «электрическая емкость» возник по аналогии с емкостью сосуда. Чем больше емкость проводника, тем меньше меняется его потенциал при сообщении заряда. Точно так же, чем больше площадь основания цилиндрического сосуда, тем меньше меняется уровень жидкости в нем при добавлении определенного количества жидкости.

Практическая польза понятия емкости состоит в том, что, определив емкость проводника экспериментально или вычислив ее теоретически, можно с помощью формулы (1.24.2) найти потенциал проводника по известному заряду или, наоборот, заряд по известному потенциалу.

### Емкость шара

Согласно определению емкости (1.24.2) и формуле (1.24.1) электрическая емкость шара в СИ равна:

$$C = \frac{q}{\phi} = 4\pi\epsilon_0\epsilon r, \quad (1.24.3)$$

так как в этой системе  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ .

В системе СГСЭ потенциал шара вычисляется по формуле (1.19.4), тогда при  $k = 1$  и в соответствии с определением (1.24.2)

$$C = \epsilon r. \quad (1.24.4)$$

В вакууме емкость проводящего шара в системе СГСЭ равна его радиусу.

### Зависимость емкости проводника от окружающих тел

В действительности ни один проводник не является, строго говоря, уединенным. Вблизи любого заряженного тела находятся те или иные предметы. И в этих случаях можно говорить об электрической емкости проводника, но она будет зависеть от расположения окружающих тел. В этом можно убедиться на опыте.

Возьмем электрометр и заземлим его корпус. К стержню электрометра прикрепим полый металлический шар с отверстием. Сообщим электрометру заряд  $q$  с помощью маленького

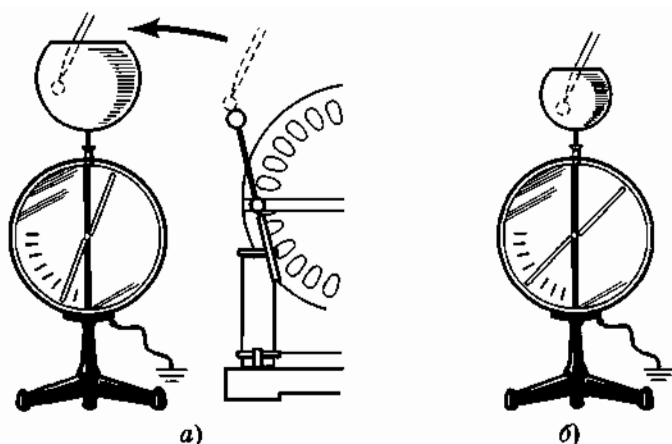


Рис. 1.96

металлического шарика на изолирующей ручке. Для этого коснемся заряженным шариком внутренней поверхности сферы (рис. 1.96, а). Весь заряд шарика при этом перейдет к электрометру. Возникает разность потенциалов между стержнем электрометра и землей, и его стрелка отклоняется. Сообщим электрометру еще такой же заряд<sup>1</sup>  $q$ . Потенциал стержня относительно земли возрастает в 2 раза. Следовательно, отношение заряда к потенциалу постоянно и равно емкости металлического шара со стержнем.

Но стоит поднести к шару ладони рук (не касаясь его), как стрелка электрометра приблизится к вертикали. Потенциал шара уменьшается, и, значит, емкость возрастает. Такой же эффект наблюдается при поднесении незаряженного диэлектрика к диску на стержне электрометра (см. § 1.14).

Почему это происходит? Потенциал проводника определяется не только зарядом на его поверхности. Согласно принципу суперпозиции (1.19.5) потенциал поля в некоторой точке равен сумме потенциалов, создаваемых всеми заряженными телами. Незаряженные тела также влияют на потенциал проводника, так как под действием поля шара на поверхностях проводников появляются свободные заряды противоположных

<sup>1</sup> Два одинаковых заряда можно получить, например, так: коснуться двумя одинаковыми шариками на изолирующей ручке большого заряженного шара и одновременно отвести от шара.

знаков (вследствие электростатической индукции), а у диэлектриков — связанные заряды (вследствие поляризации).

С помощью электрометра можно обнаружить зависимость емкости проводника от его размеров. Укрепим на стержне полый шар меньшего радиуса. Если теперь сообщить ему такой же заряд  $q$ , как и в первом опыте, то потенциал стержня оказывается большим (рис. 1.96, б). Это означает уменьшение емкости с уменьшением размера шара.

### Единицы емкости

Формула (1.24.2) позволяет ввести единицы емкости. В СИ единицей емкости является фарад (Ф).

*Емкостью в 1 Ф обладает такой проводник, у которого потенциал возрастает на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.*

В системе СГСЭ за единицу емкости в соответствии с формулой (1.24.4) принимают емкость шара радиусом 1 см в вакууме. Эта единица — сантиметр.

Нетрудно видеть, что

$$1 \text{ Ф} = 1 \frac{\text{Кл}}{1 \text{ В}} = \frac{3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q}{\frac{1}{300} \text{ СГСЭ}_\phi} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см.} \quad (1.24.5)$$

Емкость в 1 Ф очень велика. Уединенный шар, обладающий такой емкостью, имел бы радиус, в 13 раз превышающий радиус Солнца. Поэтому на практике часто используют доли этой единицы: микрофарад (мкФ) —  $10^{-6}$  Ф и пикофарад (пФ) —  $10^{-12}$  Ф. Емкость земного шара равна 709 мкФ.

Формула (1.24.3) позволяет выразить электрическую постоянную  $\epsilon_0$  через емкость и размеры проводника:

$$\epsilon_0 = \frac{C}{4\pi e r}.$$

Это означает, что электрическую постоянную можно выражать в фарадах на метр (Ф/м).

*Важная характеристика проводника — электрическая емкость. Емкость проводника тем больше, чем меньше потенциал, который он приобретает при сообщении ему заряда.*

## § 1.25. КОНДЕНСАТОРЫ

Можно создать систему проводников, электрическая емкость которой не зависит от окружающих тел. К тому же одновременно емкость ее может быть очень большой. По этим причинам такая система, называемая конденсатором, имеет большое практическое значение.

Конденсатор<sup>1</sup> представляет собой два проводника, разделенные слоем диэлектрика, толщина которого мала по сравнению с размерами проводников. Проводники в этом случае называют обкладками конденсатора.

Простейший плоский конденсатор состоит из двух одинаковых параллельных пластин, находящихся на малом расстоянии друг от друга (рис. 1.97). Если заряды пластин одинаковы по модулю и противоположны по знаку, то почти все электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора. Линии напряженности начинаются на положительно заряженной обкладке конденсатора и оканчиваются на отрицательно заряженной. У сферического конденсатора, состоящего из двух concentрических сфер (рис. 1.98), все поле сосредоточено между обкладками.

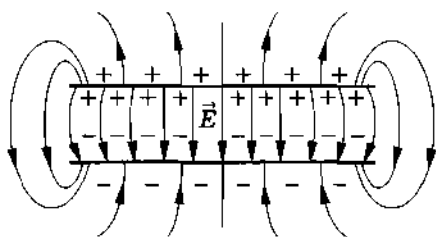


Рис. 1.97

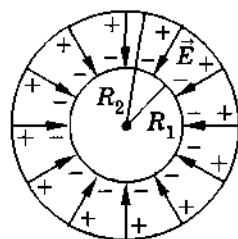


Рис. 1.98

Для зарядки конденсатора нужно присоединить его обкладки к полюсам источника напряжения, например к полюсам батареи аккумуляторов. Можно также соединить одну обкладку с полюсом батареи, другой полюс которой заземлен, а вторую заземлить. Тогда на заземленной обкладке останется заряд, противоположный по знаку и равный по модулю заряду другой обкладки.

<sup>1</sup>От лат. *condenso* — сгущаю, уплотняю. В данном случае — сгуститель электрического заряда.

ду другой обкладки. Такой же по модулю заряд уйдет в землю.

*Под зарядом конденсатора понимают абсолютное значение заряда одной из обкладок.*

Разность потенциалов между обкладками конденсатора пропорциональна напряженности поля внутри его. Напряженность поля, созданного пластинами, в свою очередь пропорциональна заряду пластин. Поэтому отношение заряда  $q$  одного из проводников (на другом находится такой же по модулю заряд) к разности потенциалов между этим проводником и соседним не зависит от заряда. Оно определяется лишь геометрическими размерами проводников, их формой и взаимным расположением, а также электрическими свойствами окружающей среды (диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ ). Это позволяет ввести понятие электрической емкости двух проводников и, следовательно, емкости конденсатора.

*Емкостью конденсатора называют отношение заряда одного из проводников к разности потенциалов между этим проводником и соседним:*

$$C = \frac{q}{U}. \quad (1.25.1)$$

Выражается электрическая емкость конденсатора в тех же единицах, что и емкость уединенных проводников.

Чем меньше напряжение  $U$  при сообщении обкладкам конденсатора зарядов  $+|q|$  и  $-|q|$ , тем больше емкость конденсатора. На обкладках можно накопить большие заряды, не вызывая пробоя диэлектрика.

Электрические поля окружающих тел почти не проникают внутрь конденсатора сквозь его металлические обкладки и не влияют на разность потенциалов между ними. Поэтому емкость конденсатора практически не зависит от наличия вблизи него каких-либо тел.

Первый конденсатор, названный лейденской банкой, был создан в середине XVII в. Было обнаружено, что гвоздь, вставленный в стеклянную банку с ртутью, накапливает большой электрический заряд. Ртуть служила одной обкладкой конденсатора, а ладони экспериментатора, державшего банку, другой. Впоследствии обе обкладки стали делать из тонкой латуни или станиоля.



## Электрическая емкость плоского конденсатора

Получим формулу для вычисления емкости плоского конденсатора. Обозначим площадь каждой его пластины  $S$ , а расстояние между пластинами  $d$ . Выразим разность потенциалов  $U$  через заряд  $q$ . Эта разность потенциалов определяется напряженностью поля  $E$ , которая зависит от зарядов обкладок конденсатора.

Напряженность поля  $E_1$ , созданного одной из пластин, вычисляется по формуле (1.12.4). Напряженности поля положительно и отрицательно заряженных пластин равны по модулю и направлены внутри конденсатора в одну и ту же сторону. Поэтому модуль результирующей напряженности равен:

$$E = 2E_1 = k \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}. \quad (1.25.2)$$

Формула для емкости конденсатора запишется в СИ более компактно, если вместо коэффициента  $k$  использовать его выражение в виде (1.3.5):  $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ . Тогда, учитывая, что поверх-

ностная плотность заряда  $\sigma = \frac{q}{S}$ , получим:

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$

Следовательно,

$$U = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$

Подставляя это выражение в формулу (1.25.1) и сокращая на  $q$ , получим емкость плоского конденсатора в СИ:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (1.25.3)$$

В абсолютной системе единиц коэффициент в формуле (1.25.2)  $k = 1$ . С учетом этого емкость плоского конденсатора в абсолютной системе единиц равна:

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}. \quad (1.25.4)$$

Мы видим, что электроемкость конденсатора зависит от геометрических факторов: площади пластин и расстояния

между ними, а также от электрических свойств среды. Она не зависит от материала проводников: обкладки конденсатора могут быть железными, медными, алюминиевыми и т. д.

Убедимся на опыте в справедливости формулы (1.25.3), полученной теоретически. Для этого возьмем конденсатор, расстояние между пластинами которого можно изменять, и электрометр с заземленным корпусом (рис. 1.99). Соединим корпус и стержень электрометра с пластинами конденсатора проводниками и зарядим конденсатор. Для этого нужно коснуться наэлектризованной палочкой пластины конденсатора, соединенной со стержнем. Электрометр покажет разность потенциалов между пластинами.

Раздвинув пластины, мы обнаружим увеличение разности потенциалов. Согласно определению электроемкости [см. формулу (1.25.1)] это указывает на ее уменьшение. В соответствии с зависимостью (1.25.3) емкость действительно должна уменьшаться с увеличением расстояния между пластинами.

Вставив между обкладками конденсатора пластину из диэлектрика, например из органического стекла, мы обнаружим уменьшение разности потенциалов. Следовательно, емкость конденсатора увеличивается.

Расстояние между пластинами  $d$  может быть очень малым, а площадь  $S$  и диэлектрическая проницаемость достаточно большими. Поэтому при небольших размерах конденсатор может иметь большую электрическую емкость. Впрочем, плоский конденсатор емкостью в 1 Ф должен был бы иметь площадь пластин  $S = 100 \text{ км}^2$  при расстоянии между пластинами  $d = 1 \text{ мм}$ .

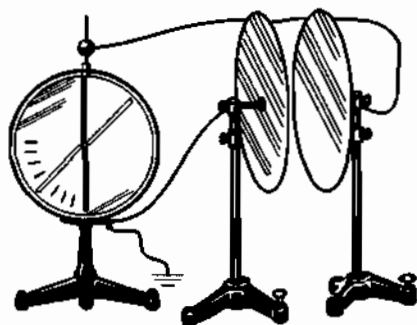


Рис. 1.99

## Измерение диэлектрической проницаемости

Зависимость емкости конденсатора от электрических свойств вещества между его обкладками используется для измерения диэлектрической проницаемости вещества. Для этого нужно экспериментально определить отношение емкостей конденсатора с диэлектрической пластиной между обкладками ( $C$ ) и без нее ( $C_0$ ). Как следует из выражения (1.25.3), диэлектрическая проницаемость

$$\epsilon = \frac{C}{C_0}. \quad (1.25.5)$$

### Емкость сферического конденсатора

В заключение вычислим емкость еще одного типа конденсаторов — сферического конденсатора.

Обкладками конденсатора являются две сферы: внутренняя радиусом  $R_1$  и внешняя радиусом  $R_2$  (см. рис. 1.98). Потенциал внешней обкладки равен сумме потенциалов, создаваемых зарядом  $+q$  на внешней обкладке и  $-q$  на внутренней (принцип суперпозиции). Потенциал заряженной сферы равен потенциалу точечного заряда, помещенного в центре сферы. Поэтому

$$\varphi_2 = k \frac{q}{\epsilon R_2} - k \frac{q}{\epsilon R_2} = 0$$

при условии, что потенциал на бесконечности принят равным нулю. Наглядно это объясняется так. Конденсатор не создает поля во внешнем пространстве. Поэтому потенциал во всех точках вне наружной сферы один и тот же. На бесконечности он равен нулю. Значит, он равен нулю и во всех точках, включая поверхность внешней сферы. Потенциал внутренней сферы

$$\varphi_1 = k \frac{q}{\epsilon R_2} - k \frac{q}{\epsilon R_1}.$$

Здесь учтено, что заряд на внешней сфере создает внутри нее постоянный потенциал  $k \frac{q}{\epsilon R_2}$ .

Разность потенциалов

$$U = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{qk}{\epsilon} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon}{k} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (1.25.6)$$

В СИ

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \quad (1.25.7)$$

а в системе Гаусса

$$C = \varepsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (1.25.8)$$

Если зазор между обкладками  $d = R_2 - R_1$  мал по сравнению с  $R_1$  и  $R_2$ , то  $R_1 R_2 \approx R_1^2 \approx R_2^2 \approx R^2$ . Учитывая, что площадь поверхности сферы  $S = 4\pi R^2$ , вместо формулы (1.25.7) приближенно будем иметь:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

А это есть формула для емкости плоского конденсатора. Такой результат и следовало ожидать.

Если же  $R_2 \rightarrow \infty$ , то в СИ

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1.$$

Это емкость уединенного шара.

*Электрическая емкость конденсатора тем больше, чем меньше разность потенциалов между обкладками конденсатора при сообщении им зарядов противоположного знака.*

*Формулу (1.25.3) для емкости плоского конденсатора следует запомнить. Она вам понадобится не раз.*

- ? 1. Чему равна емкость стеклянного шарика радиусом 1 см?
2. Какую форму должен иметь сосуд, чтобы между его емкостью и электрической емкостью существовала бы количественная аналогия?

## § 1.26. РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ КОНДЕНСАТОРОВ. СОЕДИНЕНИЯ КОНДЕНСАТОРОВ

*В зависимости от назначения конденсаторы имеют различное устройство.*

### Различные типы конденсаторов

Обычный технический бумажный конденсатор состоит из двух полосок алюминиевой фольги, изолированных друг от друга бумажной лентой, пропитанной парафином. Полоски и лента туго свернуты в компактный пакет небольшого размера (рис. 1.100).

В радиотехнике широко применяют конденсаторы переменной емкости (рис. 1.101). Такой конденсатор состоит из двух систем металлических пластин, которые при вращении рукоятки могут входить одна в другую. При этом меняется площадь перекрывающейся части пластин и, следовательно, емкость конденсатора.

Значительного увеличения емкости за счет уменьшения расстояния между обкладками достигают в так называемых электролитических конденсаторах (рис. 1.102). Диэлектриком в них служит очень тонкая пленка оксидов, покрывающих одну из обкладок (полосок фольги). Второй обкладкой служит другая полоска и соединенная с ней бумага, пропитанная раствором проводящего вещества (электролита). Оксидная пленка разрушается при изменении полярности прило-

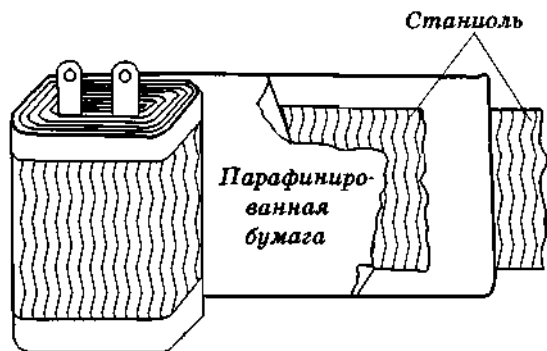


Рис. 1.100

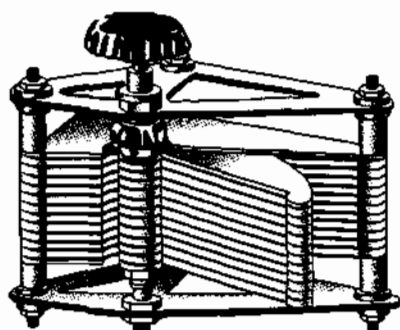


Рис. 1.101

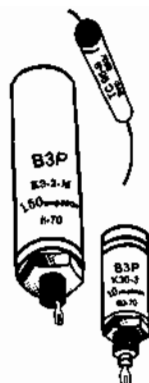


Рис. 1.102

женного к электролитическому конденсатору напряжения. Поэтому перед включением такого конденсатора в цепь следует проверить соответствие знака разности потенциалов на данном участке цепи тому, который необходим для данного конденсатора.

Есть много других типов конденсаторов.

Очень часто конденсаторы соединяют друг с другом в батарее. Это позволяет при имеющемся наборе конденсаторов получать батареи различной емкости. Соединение конденсаторов может быть параллельным и последовательным.

### Параллельное соединение конденсаторов

При параллельном соединении двух конденсаторов емкостью  $C_1$  и  $C_2$  их обкладки соединяют попарно друг с другом (рис. 1.103). Под емкостью батареи понимают отношение заряда, сообщенного батарее, к разности потенциалов между обкладками конденсаторов. Разность потенциалов  $U$  при параллельном соединении одинакова для обоих конденсаторов. Заряд же батареи равен:

$$q = q_1 + q_2,$$

где  $q_1$  — заряд первого конденсатора, а  $q_2$  — второго. Емкость батареи равна:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q_1}{U} + \frac{q_2}{U}.$$

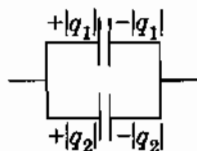


Рис. 1.103

Так как

$$C_1 = \frac{q_1}{U} \text{ и } C_2 = \frac{q_2}{U},$$

то

$$C = C_1 + C_2. \quad (1.26.1)$$

При параллельном соединении конденсаторов их общая емкость равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

Если параллельно соединены  $n$  конденсаторов, то

$$C = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (1.26.2)$$

### Последовательное соединение конденсаторов

Схема последовательного соединения двух конденсаторов изображена на рисунке 1.104. В этом случае отрицательно заряженная обкладка первого конденсатора соединена с положительно заряженной второго. Заряды обоих конденсаторов

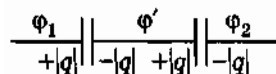


Рис. 1.104

одинаковы. Действительно, если заряд крайней обкладки первого конденсатора равен  $+|q|$ , то на противоположной обкладке вследствие электростатической индукции появится заряд  $-|q|$ . Так

как проводник между конденсаторами и соединяемые им обкладки в целом нейтральны, то заряд внутренней обкладки второго конденсатора равен  $+|q|$ .

Емкость батареи из последовательно соединенных конденсаторов

$$C = \frac{q}{\phi_1 - \phi_2},$$

где  $\phi_1$  и  $\phi_2$  — потенциалы крайних обкладок. Емкости отдельных конденсаторов равны:

$$C_1 = \frac{q}{\phi_1 - \phi'}, \text{ и } C_2 = \frac{q}{\phi' - \phi_2},$$

где  $\phi'$  — потенциал внутренних обкладок.

Найдем сумму величин, обратных емкостям конденсаторов:

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{\phi_1 - \phi'}{q} + \frac{\phi' - \phi_2}{q} = \frac{1}{C}.$$

Следовательно, при последовательном соединении конденсаторов величина, обратная емкости батареи, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}. \quad (1.26.3)$$

В общем случае для  $n$  конденсаторов справедливо равенство:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (1.26.4)$$

Емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов меньше емкости конденсатора с минимальной емкостью в батарее.

*Конденсаторы различных типов соединяют параллельно или последовательно. Это позволяет получить батареи конденсаторов различной емкости.*

## § 1.27. ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ КОНДЕНСАТОРОВ И ПРОВОДНИКОВ. ПРИМЕНЕНИЯ КОНДЕНСАТОРОВ

*Для того чтобы зарядить конденсатор, нужно совершить работу по разделению положительных и отрицательных зарядов. Согласно закону сохранения энергии эта работа равна энергии, приобретаемой конденсатором.*

*В том, что заряженный конденсатор, как и любая другая система заряженных тел, обладает энергией, можно убедиться, если к пластинам заряженного конденсатора большой емкости подключить лампочку карманного фонарика. На короткое время она вспыхнет.*

### Энергия плоского конденсатора

Выведем формулу для энергии плоского конденсатора. Напряженность поля, созданного зарядом одной из пластин, равна  $\frac{E}{2}$ , где  $E$  — напряженность поля в конденсаторе (см. § 1.25).

В однородном поле одной пластины находится заряд  $q$ , распределенный по поверхности другой пластины (рис. 1.105). Со-



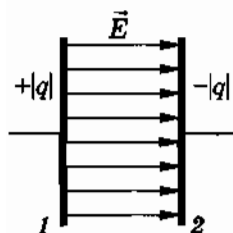


Рис. 1.105

гласно формуле (1.18.4) для потенциальной энергии заряда в однородном поле энергия конденсатора равна:

$$W_p = q \frac{E}{2} d, \quad (1.27.1)$$

где  $q$  — заряд конденсатора, а  $d$  — расстояние между пластинами<sup>1</sup>.

Так как  $Ed = U$ , где  $U$  — разность потенциалов между обкладками конденсатора, то его энергия равна:

$$W_p = \frac{qU}{2}. \quad (1.27.2)$$

Эта энергия равна работе, которую совершит электрическое поле при сближении пластин вплотную.

Заменив в формуле (1.27.2) либо разность потенциалов, либо заряд с помощью выражения (1.25.1) для емкости конденсатора, получим:

$$W_p = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}. \quad (1.27.3)$$

### Энергия произвольного конденсатора

Формулы (1.27.3) справедливы для энергии любого конденсатора, а не только плоского. Докажем это, используя более общий метод вычисления энергии.

Зарядку конденсатора в принципе можно осуществить так. Будем постепенно малыми порциями  $-\Delta q$  переносить отрицательный заряд с одной пластины на другую. При этом конденсатор будет заряжаться, а электрическое поле внутри него совершать работу. Если порция заряда  $-\Delta q$  мала, то можно считать, что напряжение  $U = \varphi_1 - \varphi_2$  между его пластинами во время переноса заряда не меняется. Тогда работа  $\Delta A$ , согласно формуле (1.19.8), равна:

$$\Delta A = -\Delta q U. \quad (1.27.4)$$

<sup>1</sup> Формула (1.18.4) справедлива для энергии точечного заряда в однородном поле. Но заряд на пластине можно мысленно разделить на малые элементы  $\Delta q$ . Энергия каждого элемента равна:  $\Delta W_p = \Delta q \frac{Ed}{2}$ . Суммируя эти энергии, получим формулу (1.27.1).

Так как  $U = \frac{q}{C}$ , то

$$\Delta A = -\frac{1}{C} q \Delta q. \quad (1.27.5)$$

Изменение энергии конденсатора в соответствии с формулой (1.17.1) равно:

$$\Delta W_p = -\Delta A = \frac{1}{C} q \Delta q. \quad (1.27.6)$$

Поле совершает отрицательную работу ( $\Delta A < 0$ ), а потенциальная энергия растет ( $\Delta W_p > 0$ ).

На графике зависимости  $\frac{q}{C}$  от  $q$  (рис. 1.106) приращение энергии  $\Delta W_p$  численно равно площади прямоугольника  $abcd$  со сторонами  $\frac{q}{C}$  и  $\Delta q$ . Полное изменение энергии ( $W_p$ ) при возрастании заряда от нуля до  $q$  численно равно площади треугольника  $OBD$ , т. е.  $\frac{OD \cdot DB}{2}$ .

Следовательно,

$$W_p = \frac{q^2}{2C}.$$

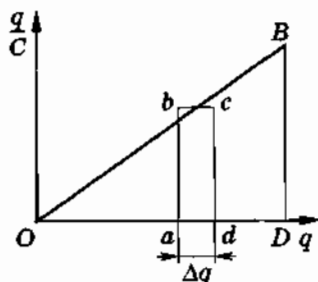


Рис. 1.106

Это выражение совпадает с формулой (1.27.3) для энергии плоского конденсатора, выраженной через заряд и емкость. При данном выводе было совершенно несущественно, что конденсатор — плоский.

### Энергия заряженного проводника

Любой заряженный проводник, подобно заряженному конденсатору, обладает энергией<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Конечно, энергией обладает и заряженный диэлектрик, но вычислить его энергию сложно. Для проводника это сделать нетрудно, так как все его точки имеют одинаковый потенциал.

Будем заряжать проводник, перемещая к нему из бесконечности электрический заряд малыми порциями  $\Delta q$ . Все дальнейшие рассуждения подобны использованным выше для вычисления энергии конденсатора.

При перемещении заряда  $\Delta q$  электрическое поле проводника совершает работу

$$\Delta A = \Delta q(\varphi_\infty - \varphi), \quad (1.27.7)$$

где  $\varphi$  — потенциал проводника, имеющего заряд  $q$ . Потенциал на бесконечности считаем равным нулю ( $\varphi_\infty = 0$ ). Тогда

$$\Delta A = -\Delta q\varphi = -\frac{q\Delta q}{C}, \quad (1.27.8)$$

где  $C$  — емкость проводника. В результате энергия заряженного проводника

$$W_p = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (1.27.9)$$

В отличие от формул (1.27.3) здесь  $\varphi$  — потенциал проводника (вместо напряжения  $U$ ), а  $C$  — емкость уединенного тела, а не конденсатора.

### Энергия электрического поля

Согласно теории близкодействия вся энергия заряженных тел сконцентрирована в электрическом поле этих тел. Значит, энергия может быть выражена через основную характеристику поля — напряженность.

Выразим энергию в СИ через напряженность поля для частного случая плоского конденсатора. Подставим в формулу

для энергии конденсатора  $W_p = \frac{CU^2}{2}$  значение емкости плоского конденсатора в СИ [см. формулу (1.25.3)] и выразим разность потенциалов в этой формуле через напряженность поля:  $U = Ed$ . Тогда энергия конденсатора будет равна:

$$W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S E^2 d^2}{d} \frac{d^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} Sd. \quad (1.27.10)$$

Разделив выражение (1.27.10) на объем  $Sd$ , занятый полем, получим энергию, приходящуюся на единичный объем, т. е. плотность энергии:

$$w_e = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2}. \quad (1.27.11)$$

В абсолютной системе единиц емкость плоского конденсатора определяется формулой (1.25.4). Поэтому плотность энергии

$$w_e = \frac{\epsilon E^2}{8\pi}. \quad (1.27.12)$$

Самым замечательным в выражении для плотности энергии является то, что в нем не осталось никаких следов того частного примера (плоский конденсатор), который мы рассматривали. Как всегда в физике, это означает, что выражения (1.27.11) и (1.27.12) справедливы не только для однородного поля плоского конденсатора, но и в любом другом случае. Более того, полученные выражения для плотности энергии оказываются справедливыми и для электрических полей, меняющихся со временем.

### Применения конденсаторов

Энергия конденсатора обычно не очень велика — не более сотен джоулей. К тому же она не сохраняется долго из-за неизбежной утечки заряда. Поэтому заряженные конденсаторы не могут заменить, например, аккумуляторы в качестве источников электрической энергии.

Но это совсем не означает, что конденсаторы как накопители энергии не получили практического применения. Они имеют одно важное свойство. Конденсатор может накапливать энергию более или менее длительное время, а при разрядке его через цепь малого сопротивления он отдает энергию почти мгновенно. Вот это свойство и используют широко на практике.

Лампа-вспышка, например, применяемая в фотографии, питается электрическим током разрядки конденсатора, заряжаемого предварительно специальной батареей. Возбужде-

ние квантовых источников света — лазеров осуществляется с помощью газоразрядной трубки, вспышка которой происходит при разрядке батареи конденсаторов большой емкости.

Однако основное применение конденсаторы находят в радиотехнике. Конденсаторы используются в различных электрических цепях для получения определенного изменения напряжения за счет изменения заряда. Причем конденсаторы большой емкости способны накапливать или отдавать большой заряд без значительного изменения напряжения.

*Энергия конденсатора пропорциональна его электрической емкости и квадрату напряжения между пластинами. Вся эта энергия сосредоточена в электрическом поле. Плотность энергии поля пропорциональна квадрату напряженности поля.*

1. При последовательном соединении конденсаторов емкость батареи меньше емкости отдельных конденсаторов. Существуют ли другие причины, кроме уменьшения емкости, заставляющие прибегать к последовательному соединению конденсаторов?
2. Некоторые типы бумажных конденсаторов состоят из нескольких полосок алюминиевой фольги, переложённых парафинированной бумагой. Один из выводов такого конденсатора присоединен ко всем четным полоскам фольги, другой — ко всем нечетным. В целом устройство можно рассматривать как батарею соединённых конденсаторов. Последовательным или параллельным является такое соединение?
3. Два конденсатора разной емкости соединены параллельно. Какой из них обладает большей энергией?
4. Почему энергия заряда в поле равна  $q\phi$ , а энергия заряженного проводника равна  $\frac{q\phi}{2}$ ?
5. Два точечных заряда создают в малой области пространства поля с напряженностями  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ . Равна ли энергия поля в этой области сумме энергий полей первого и второго зарядов?

## § 1.28. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Электрическая емкость — последняя тема главы «Электростатика». При решении задач на эту тему могут потребоваться все сведения, полученные при изучении электростатики: сохранение электрического заряда, понятия напряженности поля и потенциала, поведение проводников в электростатическом поле, изменение напряженности поля в диэлектриках, закон сохранения энергии применительно к электростатическим явлениям. Только при хорошем усвоении всех основных понятий электростатики решение задач на электрическую емкость не вызовет особых затруднений.

Основными формулами при решении задач на емкость являются следующие: формула (1.24.2) — определение емкости, формула (1.24.3) — емкость уединенного шара, выражения для емкости плоского конденсатора (1.25.3) и сферического конденсатора (1.25.7), а также формулы для определения емкости батареи конденсаторов при последовательном и параллельном их соединении (1.26.4) и (1.26.2).

Надо знать еще формулы (1.27.3) и (1.27.9) для энергии заряженного конденсатора и заряженного уединенного тела.

### Задача 1

Два одинаковых металлических шарика радиусом  $r$  расположены в вакууме на расстоянии  $d$  друг от друга, причем  $d \gg r$ . Шарики заряжены одинаковыми по модулю и противоположными по знаку зарядами. Какова электрическая емкость системы, образованной шариками?

**Решение.** Искомая емкость равна отношению заряда  $q$  одного из шариков к разности потенциалов между ними:

$$C = \frac{q}{U}.$$

Найдем  $U$ . Потенциал  $\phi_1$  первого шарика, несущего заряд  $+q$ , складывается из его собственного потенциала  $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$  и потенциала в поле второго шарика, равного  $-\frac{q}{4\pi\epsilon_0 d}$  (см. задачу 16 § 1.23).

Следовательно,

$$\phi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r} - \frac{q}{d} \right).$$

Аналогично потенциал второго шарика

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{q}{r} + \frac{q}{d} \right).$$

Отсюда разность потенциалов

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{d} \right).$$

Поскольку  $d \gg r$ , то с большой степенью точности можно считать, что

$$U = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Следовательно,

$$C = 2\pi\epsilon_0 r.$$

## Задача 2

Найдите емкость  $C$  конденсатора, площадь пластин которого  $S$  и расстояние между ними  $l$ , если в конденсатор вставлена металлическая пластина толщиной  $d$ , параллельная его обкладкам (рис. 1.107).

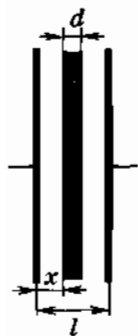


Рис. 1.107

**Решение.** Конденсатор со вставленной в него пластиной можно рассматривать как два последовательно соединенных конденсатора. Емкость

первого из них  $C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{x}$ , где  $x$  — расстояние от одной из обкладок до пластины. Емкость второго

конденсатора  $C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{l-d-x}$ . При последовательном соединении электрическая емкость батареи определяется уравнением:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{l-d}{\epsilon_0 S}.$$

Следовательно,

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{l-d}.$$

Емкость не зависит от положения пластины. При очень тонкой пластине ( $d \rightarrow 0$ ) емкость конденсатора не зависит от наличия пластины.

### Задача 3

В плоский конденсатор с расстоянием  $d$  между обкладками вводится диэлектрическая пластина, толщина которой  $d_1 < d$ . Определите емкость конденсатора с диэлектрической пластиной. Диэлектрическая проницаемость материала пластины  $\epsilon$ . Площадь пластины и каждой обкладки конденсатора  $S$ .

**Решение.** Если в плоский конденсатор внести очень тонкую проводящую пластину, параллельную обкладкам, то на ее поверхностях появятся заряды противоположных знаков, равные по модулю. При этом емкость конденсатора не изменяется (см. задачу 2). Поэтому можно считать, что на поверхностях диэлектрической пластины нанесены тонкие проводящие слои. В этом случае образуются три последовательно соединенных конденсатора с емкостями

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d_1}, C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d_2} \text{ и } C_3 = \frac{\epsilon_0 S}{d_3},$$

где  $d_2$  и  $d_3$  — расстояния между поверхностями диэлектрической пластины и обкладками, причем  $d_2 + d_3 = d - d_1$  (рис. 1.108). Емкость  $C$  батареи из трех конденсаторов определяется из формулы

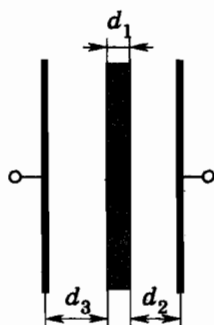


Рис. 1.108

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{\epsilon_0 S} \left( \frac{d_1}{\epsilon} + d_2 + d_3 \right).$$

Отсюда

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{\epsilon d + d_1(1 - \epsilon)}.$$

### Задача 4

На рисунке 1.109 изображена батарея конденсаторов. Их емкости равны  $C_1 = C$ ,  $C_2 = 2C$ ,  $C_3 = 3C$ ,  $C_4 = 6C$ . Изменится ли емкость батареи, если между точками  $A$  и  $B$  включить конденсатор с емкостью  $C_5 = 8C$ ?

**Решение.** Обозначим потенциалы на зажимах батареи  $\phi_1$  и  $\phi_2$ , а в точках  $A$  и  $B$  соответственно  $\phi_3$  и  $\phi_4$ .



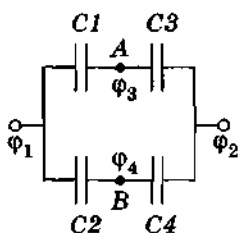


Рис. 1.109

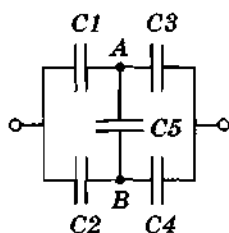


Рис. 1.110

Так как конденсаторы  $C1$  и  $C3$  соединены последовательно, то их заряды одинаковы, т. е.

$$C_1(\varphi_1 - \varphi_3) = C_3(\varphi_3 - \varphi_2). \quad (1.28.1)$$

Аналогично

$$C_2(\varphi_1 - \varphi_4) = C_4(\varphi_4 - \varphi_2). \quad (1.28.2)$$

Разделив почленно равенство (1.28.1) на равенство (1.28.2) и учитывая, что, согласно условию задачи,

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_4},$$

получим:

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_3}{\varphi_1 - \varphi_4} = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{\varphi_4 - \varphi_2}.$$

Отсюда найдем, что  $\varphi_3 = \varphi_4$ , т. е. точки  $A$  и  $B$  имеют одинаковые потенциалы. Поэтому если включить какой-либо конденсатор между точками  $A$  и  $B$  (рис. 1.110), то он не зарядится и, следовательно, не повлияет на емкость системы.

Схема, подобная схеме, изображенной на рисунке 1.110, называется мостовой. Конденсаторы  $C1$  и  $C2$ ,  $C3$  и  $C4$  называются плечами моста. Обратите внимание, что если емкости плеч моста пропорциональны  $\left(\frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{2} \text{ и } \frac{C_3}{C_4} = \frac{1}{2}\right)$ , то точки  $A$  и  $B$  имеют одинаковые потенциалы. Конденсатор  $C5$  не заряжается, и его из схемы можно удалить (см. рис. 1.109).

### Задача 5

Найдите емкость батареи конденсаторов, изображенной на рисунке 1.111. Емкость каждого конденсатора равна  $C$ .

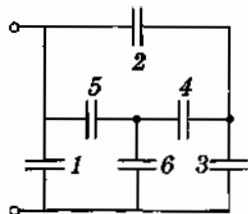


Рис. 1.111

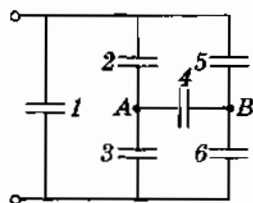


Рис. 1.112

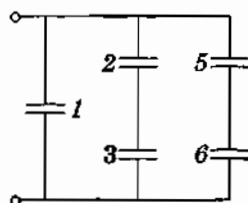


Рис. 1.113

**Решение.** Данная схема соединения конденсаторов эквивалентна схеме, изображенной на рисунке 1.112. В этом можно убедиться, проверив, что каждый из конденсаторов соединен с источником и с другими конденсаторами точно так же, как в исходной схеме. Вследствие равенства емкостей всех конденсаторов разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  равна нулю. Поэтому конденсатор 4 можно исключить (см. задачу 4). В результате получится схема, изображенная на рисунке 1.113. Она состоит из трех параллельных ветвей, две из которых содержат по два последовательно включенных конденсатора. Общая емкость системы

$$C = C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} + \frac{C_5 C_6}{C_5 + C_6} = 2C.$$

### Задача 6

Два маленьких шарика радиусом  $r$  несут заряды  $q_1$  и  $q_2$ , различные по модулю, но одинаковые по знаку. Шарики первоначально находятся на расстоянии  $l$  друг от друга. Один из шариков закреплен. Второй шарик, удаляясь под действием электростатических сил, приобретает максимальную кинетическую энергию  $W_{k1}$ . Если перед началом движения второго шарика оба шарика на некоторое время были соединены проводником, то второй шарик, удаляясь, приобретает максимальную кинетическую энергию  $W_{k2} > W_{k1}$ . Определите количество теплоты, выделившееся в проводнике при соединении шариков, и выясните, за счет какой энергии выделяется эта теплота и увеличивается кинетическая энергия второго шарика.

**Решение.** Согласно закону сохранения энергии в первом случае

$$W_{k01} + W_{p01} + W_{0c} = W_{k1} + W_{p1} + W_{1c},$$

где  $W_{k01}$  и  $W_{p01} + W_{0c}$  — начальные, а  $W_{k1}$  и  $W_{p1} + W_{1c}$  — конечные значения кинетической и потенциальной энергий системы двух шариков. Причем  $W_{p01}$  и  $W_{p1}$  — потенциальные энергии взаимодействия шариков, а  $W_{0c}$  и  $W_{1c}$  — их суммарные собственные энергии, одинаковые по модулю. Считая потенциальную энергию взаимодействия при бесконечно большом расстоянии между шариками равной нулю и учитывая, что  $W_{k01} = 0$ , получим:

$$W_{k1} = W_{p01} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 l}.$$

После соединения проводником заряды шариков становятся одинаковыми и равными  $q = \frac{q_1 + q_2}{2}$ . Начальная потенциальная энергия шариков изменяется. Кинетическая энергия второго шарика на бесконечности теперь равна:

$$W_{k2} = W_{p02} = \frac{(q_1 + q_2)^2}{16\pi\epsilon_0 l}.$$

Нетрудно видеть, что действительно  $W_{k2} > W_{k1}$ . Кроме того, в проводнике выделяется количество теплоты  $Q$ . Однако, разумеется, полная энергия должна сохраняться. Увеличение кинетической энергии и выделение теплоты во втором случае происходит за счет уменьшения собственной потенциальной энергии заряженных шариков при их соединении.

С учетом собственной энергии шариков конечную энергию в первом случае можно представить в виде

$$W_1 = W_{k1} + W_{1c},$$

где  $W_{1c} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1^2}{2r} + \frac{q_2^2}{2r} \right)$  — собственная энергия шариков. Ко-

нечную энергию во втором случае запишем так:

$$W_2 = W_1 = W_{k2} + W_{2c} + Q,$$

где

$$W_{2c} = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left( \frac{q_1 + q_2}{2} \right)^2}{2r} = \frac{(q_1 + q_2)^2}{16\pi\epsilon_0 r}.$$

Количество выделенной теплоты равно:

$$Q = W_{1c} + W_{k1} - W_{2c} - W_{k2} = \frac{(q_1 - q_2)^2}{16\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{l} \right).$$

#### Упражнение 4

1. Пластины заряженного конденсатора попеременно заземляются. Будет ли при этом конденсатор разряжаться?
2. Плоский конденсатор, расстояние между обкладками которого  $d_1 = 10$  мм, зарядили до разности потенциалов  $U_1 = 100$  В, а затем отключили от сети. Определите разность потенциалов  $U_2$  между обкладками конденсатора, если их раздвинули до расстояния  $d_2 = 20$  мм.
3. Определите емкость конденсатора, площадь пластин которого равна  $S$ , а расстояние между пластинами  $d$ , если пластины погружены вертикально в жидкий диэлектрик до середины. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика равна  $\epsilon$ .
4. В конденсатор емкостью  $C_0$  внесли диэлектрическую пластинку с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2$ . Пластинку расположили так, как указано на рисунке 1.114. Определите, во сколько раз изменилась емкость конденсатора при внесении в него пластинки. Площадь пластинки в 2 раза меньше площади обкладки конденсатора, а ее толщина в 2 раза меньше расстояния между обкладками.
5. Плоский конденсатор, пространство между пластинами которого заполнено керосином ( $\epsilon = 2$ ), расположен вертикально, заряжен и отключен от источника напряжения. Напряженность электрического поля при этом в керосине  $E = 20$  кВ/см. Из-за дефекта в корпусе конденсатора керосин начинает вытекать, а его место занимает воздух. Предельная напряженность электрического поля в воздухе, при которой наступает электрический пробой (разряд),  $E_{пр} = 30$  кВ/см. Какая доля  $\delta$  керосина вытечет из конденсатора к моменту пробоя конденсатора?



Рис. 1.114

6. Оцените приближенно электрическую емкость тела человека.
7. Найдите емкость металлического шара радиусом  $r$ , окруженного прилегающим concentрическим слоем диэлектрика с внешним радиусом  $R$  и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ .
8. К пластинам плоского конденсатора, находящимся на расстоянии  $d = 1$  см друг от друга, приложена разность потенциалов  $U = 300$  В. В пространство между пластинами помещается плоскопараллельная пластина из стекла толщиной  $d_1 = 0,3$  см и плоскопараллельная пластина из парафина толщиной  $d_2 = 0,7$  см. Найдите напряжения между поверхностями стеклянной и парафиновой пластин. Диэлектрические проницаемости стекла и парафина соответственно равны  $\epsilon_1 = 6$  и  $\epsilon_2 = 2,6$ .
9. Определите емкость конденсатора с трехслойным диэлектриком, диэлектрические проницаемости слоев равны  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$  (рис. 1.115). Толщина каждого диэлектрика (слоя) равна  $d$ . Площадь пластин  $S$ .
10. Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на равных расстояниях  $d$  друг от друга ( $d$  мало по сравнению с размерами пластин). Площадь каждой из пластин равна  $S$ . Пластина 1 соединена проводником с пластиной 3, а от пластин 2 и 4 сделаны выводы (рис. 1.116). Определите емкость  $C$  такого конденсатора.
11. Определите емкость  $C$  батареи конденсаторов, схематически изображенной на рисунке 1.117. У каждого конденсатора указано значение его емкости, выраженное в микрофарадах.

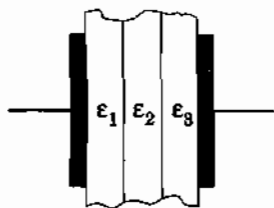


Рис. 1.115



Рис. 1.116

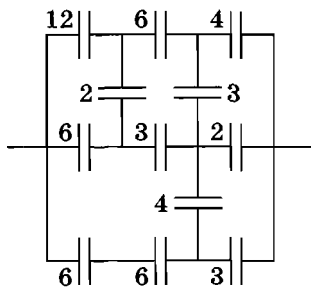


Рис. 1.117

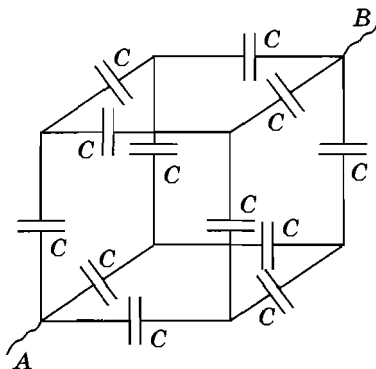


Рис. 1.118

12. Из проволоки сделан куб, в каждое ребро которого включено по одному конденсатору емкостью  $C$  (рис. 1.118). Найдите емкость получившейся батареи конденсаторов, если она включается в цепь проводниками, присоединенными к вершинам  $A$  и  $B$  куба.
13. Имеется  $N$  точек в пространстве. Между каждой парой точек включен конденсатор емкостью  $C$ . Найдите емкость образовавшейся батареи конденсаторов, если она включается в цепь выводами, присоединенными к двум произвольным точкам.
14. Плоский конденсатор емкостью  $C = 15$  пФ зарядили до разности потенциалов  $U = 100$  В, затем отключили от источника и погрузили полностью в жидкий диэлектрик ( $\epsilon = 1,5$ ). Определите изменение энергии конденсатора  $\Delta W_p$ .
15. Три конденсатора емкостью  $C = 1$  мкФ каждый соединены последовательно. Конденсаторы зарядили и отключили от источника. Заряд этой батареи  $q = 10^{-4}$  Кл. Затем пространство между обкладками одного из конденсаторов заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2$ . Найдите энергию, запасенную в электрическом поле этих конденсаторов, и напряжение на зажимах батареи после заполнения диэлектриком одного из конденсаторов.
16. Энергия заряженного плоского конденсатора, заполненного диэлектриком, равна  $W_p = 2 \cdot 10^{-5}$  Дж. После отключения конденсатора от источника напряжения диэлектрик

из конденсатора вынули, совершив при этом работу  $A = 7 \cdot 10^{-5}$  Дж. Найдите диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

17. Сделаем в пластинах плоского конденсатора два малых отверстия — одно напротив другого. Пусть через одно из отверстий в заряженный конденсатор влетает с небольшой начальной скоростью частица так, чтобы электрическое поле конденсатора ускоряло ее (рис. 1.119).

Пролетев через конденсатор, частица вылетает из другого отверстия, приобретая дополнительную энергию  $\Delta W_p = qU$ , где  $q$  — заряд частицы, а  $U$  — разность потенциалов на пластинах конденсатора. Теперь с помощью магнитного поля направление движения частицы изменяется таким образом, чтобы она снова влетела через первое отверстие в конденсатор (см. рис. 1.119). (В главе 4 вы узнаете, что сила, действующая со стороны магнитного поля на движущуюся заряженную частицу, не совершает работы.)

При повторном пролете через конденсатор частица вновь приобретает дополнительную энергию  $\Delta W_p$ , в следующем цикле — еще  $\Delta W_p$  и т. д. Получается циклический ускоритель, который не нуждается в источнике энергии! Где ошибка в приведенных рассуждениях?

18. Два конденсатора емкостью  $C_1$  и  $C_2$  заряжены до разности потенциалов  $U_1$  и  $U_2$  ( $U_1 \neq U_2$ ). Докажите, что при параллельном соединении этих конденсаторов их общая энергия уменьшается. Объясните, почему происходит уменьшение энергии.

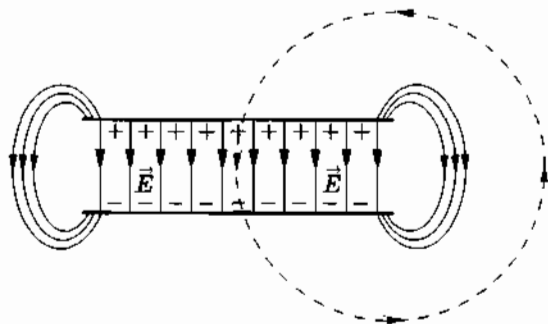


Рис. 1.119

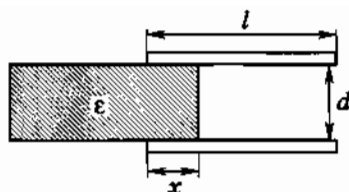


Рис. 1.120

19. Две прямоугольные пластины длиной  $l$  и площадью  $S$  расположены параллельно друг другу на расстоянии  $d$  (плоский конденсатор). Пластины заряжены до разности потенциалов  $U$ . В пространство между пластинами втягивается диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Толщина диэлектрика равна  $d$ , его ширина равна ширине пластин, а длина больше  $l$  (рис. 1.120). Трение отсутствует. Найдите зависимость силы, действующей на диэлектрик со стороны поля, от расстояния  $x$ .
20. Решите задачу 19 при условии, что разность потенциалов между пластинами поддерживается постоянной и равной  $U$ .

\* \* \*

Мы потратили довольно много времени на изучение электричества, а рассмотрели лишь простейший частный случай неподвижных заряженных тел — электростатику. Может быть, не стоило уделять электростатике такое большое внимание? Нет, стоило! Мы ввели важнейшие понятия, используемые во всей электродинамике: «электрический заряд», «электрическое поле», «потенциал» и «разность потенциалов», «электрическая емкость», «энергия электрического поля». На простом частном случае выяснить суть этих фундаментальных понятий не так трудно, как в общем случае движущихся зарядов.

Теперь перейдем к изучению электромагнитных процессов, наблюдаемых при движении заряженных частиц.



## Глава 2

### ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

*Неподвижные электрические заряды редко используются на практике. Для того чтобы заставить электрические заряды служить нам, их нужно привести в движение — создать электрический ток. Электрический ток освещает квартиры, приводит в движение станки, создает радиоволны, циркулирует во всех электронно-вычислительных машинах.*

*Мы начнем с наиболее простого случая движения заряженных частиц — рассмотрим постоянный электрический ток.*

#### § 2.1. ЧТО ТАКОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК?

*Дадим строгое определение тому, что называют электрическим током. Выясним, какие действия вызывает электрический ток.*

#### **Упорядоченное движение заряженных частиц**

В предыдущей главе мы рассматривали разнообразные явления, связанные с электрически заряженными телами, находящимися в равновесии (в покое). Однако наибольший практический интерес имеет движение заряженных частиц.

Упорядоченное (направленное) движение заряженных частиц называют электрическим током.

Электрический ток существует лишь тогда, когда происходит перенос электрических зарядов с одного места в другое. Если заряженные частицы совершают беспорядочное тепловое движение, как, например, свободные электроны в куске металла, то переноса заряда не происходит (рис. 2.1). Электрический заряд перемещается через поперечное сечение проводника в определенную сторону лишь в том случае, если наряду с беспорядочным движением электроны участвуют в упорядоченном движении заряженных частиц (рис. 2.2). В этом случае говорят, что в проводнике устанавливается электрический ток.

Электрический ток возникает не только при упорядоченном движении свободных электронов в металле, но и при упорядоченном движении положительных и отрицательных ионов в водных растворах и расплавах электролитов (солей, кислот, щелочей), ионов и электронов в газах, при падении заряженных капель дождя, при движении заряженного эбонитового стержня и т. д.

Однако если перемещать нейтральное в целом тело, то, несмотря на упорядоченное движение огромного числа электронов и атомных ядер, электрический ток не возникнет, так как полный (суммарный) заряд, переносимый через любое сечение, будет равен нулю. Электрический ток существует лишь в том случае, когда имеет место движение нескомпенсированного (избыточного) положительного или отрицательного заряда.

Следует ясно себе представлять, что такое упорядоченное движение заряженных частиц. При упорядоченном движении заряженные частицы могут участвовать и в тепловом движении, т. е. двигаться хаотически. На беспорядочные смещения частиц накладываются перемещения в каком-либо определенном направлении. Грубо упорядоченное движение заряженных частиц можно уподобить облаку беспорядочно толкущейся мошкары, которое перемещается в определенном направлении под действием ветра.



Рис. 2.1



Рис. 2.2

## Направление электрического тока

Электрическому току приписывают определенное направление. *За направление тока принимают направление движения положительно заряженных частиц. Поэтому если ток образован движением отрицательно заряженных частиц, то направление тока считают противоположным направлению движения частиц.* Такой выбор направления тока не очень удачен, так как в большинстве случаев ток представляет собой движение электронов — отрицательно заряженных частиц. Выбор направления тока был сделан в то время, когда о свободных электронах в металлах еще ничего не знали.

## Действия тока

Движение заряженных частиц в проводнике мы не видим. Однако о наличии электрического тока можно судить по различным явлениям, которые вызывает электрический ток. Такие явления называются действиями электрического тока.

Во-первых, *проводник, по которому течет ток, нагревается.* Это тепловое действие тока. Именно благодаря тепловому действию тока происходит нагрев спирали в электроплитке, уютге, раскаляется добела вольфрамовая нить в электрической лампочке. Однако соединительные провода в электрических цепях почти не нагреваются током. Причина этого будет объяснена в § 2.9.

Во-вторых, *электрический ток может изменять химический состав проводника.* Это химическое действие тока. Например, при прохождении тока через раствор медного купороса из раствора выделяется медь, а при прохождении тока через подкисленную воду она разлагается на водород и кислород.

В-третьих, ток оказывает магнитное действие. Расположенная вдоль проводника с током магнитная стрелка поворачивается перпендикулярно проводнику (рис. 2.3) (это впервые было обнаружено датским физиком Х. Эрстедом в 1820 г.). Если изолированную проволоку намотать на железный гвоздь, то он становится магнитом и притягивает железные опилки (рис. 2.4). Магнитное действие тока лежит в основе работы электрических двигателей, генераторов, трансформаторов, электрических измерительных приборов и т. д.

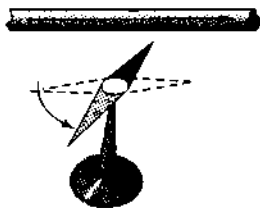


Рис. 2.3

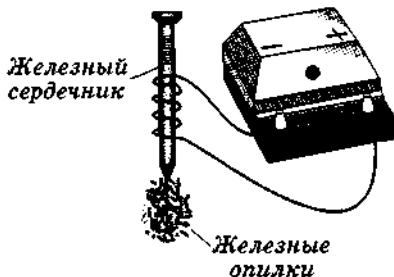


Рис. 2.4

Магнитное действие тока в отличие от теплового и химического действия является основным, так как оно сопровождает ток всегда, без каких-либо исключений. Химическое действие имеет место лишь при прохождении тока через растворы или расплавы электролитов, а нагревание током отсутствует при прохождении его через сверхпроводники (см. § 2.6).

*Упорядоченное движение заряженных частиц мы непосредственно не наблюдаем. О наличии электрического тока судят по его действиям: тепловому, химическому и магнитному.*

## § 2.2. ПЛОТНОСТЬ ТОКА. СИЛА ТОКА

*Количественно электрический ток характеризуется векторной величиной — плотностью электрического тока  $\vec{j}$  и скалярной величиной — силой тока  $I$ .*

### Плотность тока

Введем понятие плотности электрического тока для наиболее простого случая упорядоченного движения одинаковых заряженных частиц. Выделим в среде, в которой существует ток, очень малый объем в форме прямого цилиндра с площадью основания  $\Delta S$  (рис. 2.5). Цилиндр ориентирован так, что его основания перпендикулярны скорости упорядоченного движения частиц  $\vec{v}$ . Под скоростью упорядоченного движения частиц в малом объеме  $\Delta V$  (но содержащем много частиц) мы понимаем отношение

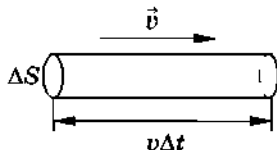


Рис. 2.5

геометрической суммы скоростей частиц к числу их в этом объеме:

$$\vec{v} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{v}_i}{N}.$$

Средняя скорость хаотически движущихся частиц равна нулю.

Высота цилиндра пусть равна пути  $v\Delta t$ , проходимому частицами за время  $\Delta t$ . Здесь  $v$  — модуль скорости упорядоченного движения частиц. Тогда все заряженные частицы, находящиеся внутри цилиндра, за время  $\Delta t$  пересекут правое основание цилиндра с площадью  $\Delta S$ . Если концентрация заряженных частиц в среде  $n$ , то за время  $\Delta t$  через сечение с площадью  $\Delta S$  будет перенесен заряд  $\Delta q = q_0 n v \Delta t \Delta S$ , где  $q_0$  — заряд отдельной частицы.

Вектором плотности тока  $\vec{j}$  называют вектор, направление которого совпадает с направлением скорости упорядоченного движения положительно заряженных частиц, а модуль равен отношению заряда, переносимого за время  $\Delta t$  через сечение площадью  $\Delta S$ , расположенное перпендикулярно к скорости движения, к произведению  $\Delta S \cdot \Delta t$ :

$$\vec{j} = q_0 n \vec{v}, \quad (2.2.1)$$

или

$$\vec{j} = \rho \vec{v}, \quad (2.2.2)$$

где  $\rho = q_0 n$  — пространственная плотность электрического заряда.

В случае движения отрицательно заряженных частиц ( $q_0 < 0$ ) векторы  $\vec{j}$  и  $\vec{v}$  направлены противоположно друг другу. Если среда однородна, то модуль плотности тока численно равен электрическому заряду, переносимому в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную скорости  $\vec{v}$ .

## Сила тока

Вектор плотности тока представляет собой локальную (или дифференциальную) характеристику тока: он определяет переносимый заряд через малую площадку в проводящей среде и направление движения заряженных частиц. Введем теперь

полную для всего сечения характеристику тока — силу тока<sup>1</sup>.

Силой тока называют отношение заряда  $\Delta q$ , переносимого через поперечное сечение проводника площадью  $S$  за промежуток времени  $\Delta t$ , к этому промежутку:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}. \quad (2.2.3)$$

Формула (2.2.3) выражает среднее за время  $\Delta t$  значение силы тока.

Сила тока в данный момент — мгновенная сила тока — представляет собой предел отношения электрического заряда  $\Delta q$ , прошедшего через поперечное сечение проводника за малый промежуток времени  $\Delta t$ , к этому промежутку при  $\Delta t$ , стремящемуся к нулю:

$$I_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}. \quad (2.2.4)$$

Если за любые равные между собой промежутки времени через поперечное сечение проводника проходят одинаковые заряды, т. е. если сила тока не изменяется с течением времени, то электрический ток называют *постоянным*. Сила постоянного тока численно равна заряду, проходящему через поперечное сечение проводника за 1 с:

$$I = \frac{q}{t}. \quad (2.2.5)$$

Сила тока, подобно заряду, может быть как положительной, так и отрицательной. Знак силы тока зависит от того, какое из направлений вдоль проводника принято за положительное. Сила тока  $I > 0$ , если направление тока совпадает с условно выбранным положительным направлением вдоль проводника. В противном случае  $I < 0$ .

Сила тока однозначно выражается через плотность тока. В частном случае при равномерном распределении плотности тока по сечению проводника сила тока

$$I = j_n S, \quad (2.2.6)$$

---

<sup>1</sup>Термин сила тока нельзя считать удачным, так как слово «сила», применяемое к току, не имеет никакого отношения к понятию «сила» в механике. Но термин «сила тока» был введен давно и утвердился в науке.

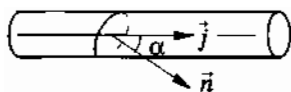


Рис. 2.6

где  $j_n = j \cos \alpha$  — проекция вектора плотности тока на нормаль  $\vec{n}$  к плоскости сечения проводника, а  $S$  — площадь этого сечения (рис. 2.6). Направление нормали  $\vec{n}$  совпадает с условно выбранным направлением обхода. Знак силы тока определяется знаком косинуса угла  $\alpha$  между направлением вектора плотности тока  $\vec{j}$  и направлением нормали  $\vec{n}$ . Если направления векторов  $\vec{j}$  и  $\vec{n}$  совпадают, то  $\alpha = 0$  и сила тока

$$I = jS = |q_0|nvS \quad (2.2.7)$$

выражается положительным числом.

Таким образом, сила тока в проводнике прямо пропорциональна заряду, переносимому каждой частицей, концентрации частиц, скорости их направленного движения и площади поперечного сечения проводника.

### Единицы силы тока и плотности тока

В абсолютной системе единиц за единицу силы тока принимается сила постоянного тока, при которой через поперечное сечение проводника в каждую секунду протекает заряд, равный одной абсолютной электростатической единице заряда:

$$1 \text{ ед. тока СГСЭ} = \frac{1 \text{ ед. заряда СГСЭ}}{1 \text{ с}},$$

или короче

$$1 \text{ СГСЭ}_I = 1 \frac{\text{СГСЭ}_q}{\text{с}}.$$

Единица плотности тока в этой системе единиц равна:

$$1 \text{ СГСЭ}_j = 1 \text{ СГСЭ}_I / \text{см}^2.$$

В Международной системе единиц единица силы тока является не производной, а основной. Эту единицу, называемую ампером (А), устанавливают на основе магнитного взаимодействия токов (см. § 4.7).

В предыдущей главе единица заряда — кулон была введена как произведение 1 А на 1 с: 1 Кл = 1 А · с. Отсюда следует, что

$$1 \text{ А} = 1 \text{ Кл/с}.$$

Так как  $1 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q$ , то

$$1 \text{ А} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_I.$$

Единица плотности тока в СИ

$$1 \text{ А/м}^2 = \frac{3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_I}{10^4 \text{ см}^2} = 3 \cdot 10^5 \text{ СГСЭ}_j.$$

### Скорость упорядоченного движения электронов в металлическом проводнике

Найдем скорость упорядоченного перемещения электронов в металлическом проводнике. Согласно формуле (2.2.1)

$$v = \frac{j}{|q_0|n}. \quad (2.2.8)$$

Для металлического проводника заряд  $|q_0|$ , переносимый каждой частицей, — это заряд электрона:  $|q_0| = e$ . Следовательно,

$$v = \frac{j}{en}. \quad (2.2.9)$$

Число электронов в  $1 \text{ м}^3$  меди (объемная концентрация электронов  $n$ ) равно числу атомов в этом объеме, так как один из валентных электронов каждого атома меди коллективизирован и является свободным. Поэтому

$$n = \frac{N}{V} = \frac{mN_A}{MV} = \frac{\rho N_A}{M}, \quad (2.2.10)$$

где  $\rho = 8900 \text{ кг/м}^3$  — плотность меди,  $M = 0,0635 \text{ кг/моль}$  — ее молярная масса, а  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  — постоянная Авогадро.

Подставляя в формулу (2.2.9) выражение для объемной концентрации электронов  $n$ , получим:

$$v = \frac{jM}{e\rho N_A}. \quad (2.2.11)$$

Если для плотности тока  $j$  взять максимально допустимое ее значение для медного провода  $j = 10^7 \text{ А/м}^2$ , то для скорости



упорядоченного движения электронов в медном проводнике получим:

$$v = \frac{10^7 \text{ А/м}^2 \cdot 0,0635 \text{ кг/моль}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 8900 \text{ кг/м}^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ м/с.}$$

Скорость направленного движения электронов при прохождении электрического тока по медному проводнику оказалась неожиданно малой. Она намного меньше средней скорости их теплового движения. Неожиданно потому, что при повороте выключателя лампочка вспыхивает сразу, а ведь при такой скорости электроны не успеют дойти от выключателя до лампочки. В следующем параграфе мы увидим, в чем здесь дело.

*Наиболее детальной (локальной) характеристикой тока является вектор плотности тока.*

*Скорость заряженных частиц (электронов) в проводниках вашей квартиры очень мала — около 0,1 мм/с.*

## § 2.3. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПРОВОДНИКА С ТОКОМ

*Что необходимо для создания электрического тока в проводнике? Есть ли в проводнике электрическое поле и как оно может возникнуть?*

### Условия возникновения и поддержания электрического тока

Для возникновения и поддержания электрического тока необходимы два условия:

1) наличие свободных (не связанных между собой) заряженных частиц (носителей заряда). Такими носителями заряда<sup>1</sup> в металлах и полупроводниках являются электроны, в растворах электролитов — положительные и отрицательные ионы, в газах — электроны и ионы;

2) нужны еще какие-то причины, вызывающие упорядоченное движение этих частиц. Если, например, мы хотим

---

<sup>1</sup> Подробнее об этом будет рассказано в главе «Электрический ток в различных средах».

в вакууме обеспечить упорядоченное движение электронов в определенном направлении, им необходимо хотя бы в начале движения сообщить скорость. Если дальше на пути движения электронов не встретится никаких препятствий, они будут двигаться по инерции с этой начальной скоростью.

В веществе заряженным частицам двигаться упорядоченно в определенном направлении труднее. Например, электроны, обеспечивающие электрический ток в металлическом проводнике, могут сталкиваться с ионами кристаллической решетки; взаимодействие между ионами раствора электролита и нейтральными молекулами приводит к силам «трения» между ними; упорядоченному движению заряженных частиц в газе мешают столкновения с другими заряженными или нейтральными частицами газа и т. д. Чтобы все эти помехи не прекратили упорядоченного, дрейфового движения заряженных частиц, необходима сила, действующая на частицы в определенном направлении.

На заряженные частицы, как мы знаем, действует электрическое поле с силой  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Обычно именно электрическое поле внутри проводника служит причиной, вызывающей и поддерживающей упорядоченное движение заряженных частиц. Только в статическом случае, когда заряды покоятся, электрическое поле внутри проводника равно нулю.

Если внутри проводника имеется электрическое поле, то между концами проводника существует разность потенциалов. Когда разность потенциалов не меняется во времени, в проводнике устанавливается постоянный ток. Устройства, создающие и поддерживающие разность потенциалов на концах проводника, называются источниками тока или генераторами.

*Вдоль проводника, по которому течет постоянный электрический ток, потенциал уменьшается от максимального значения на одном конце проводника до минимального — на другом.* Это уменьшение потенциала можно обнаружить на простом опыте.

В качестве проводника можно использовать бумажную (телеграфную) ленту, на поверхность которой наносится мягким графитом равномерный проводящий слой по всей длине. Собирают установку (рис. 2.7). Один конец ленты присоединяют к полюсу (кондуктору) электрофорной машины, ленту натягивают и другой ее конец закрепляют под винтовой зажим на изолирующем штативе.

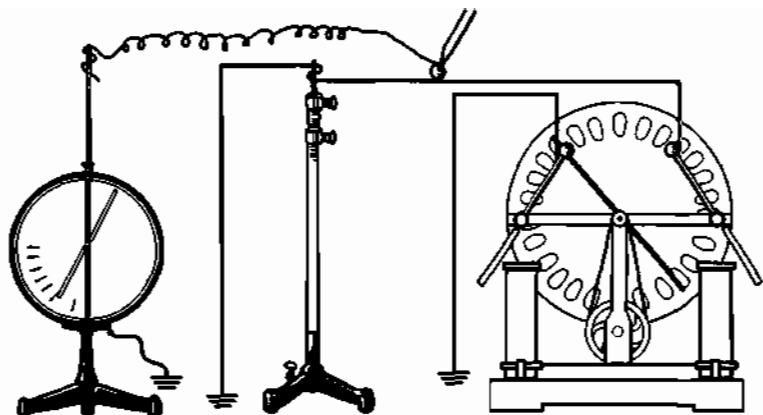


Рис. 2.7

При отсутствии тока (конец ленты на изолирующем штативе ни с чем не соединен) лента имеет одинаковый потенциал по всей ее длине. В этом легко убедиться, если пробным шариком, соединенным с электрометром, корпус которого заземлен, касаться ленты в разных ее точках. Показания электрометра, измеряющего потенциал проводника относительно земли, при этом будут одинаковыми.

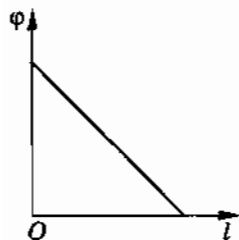


Рис. 2.8

Заземлим теперь один конец ленты, соединенный с зажимом штатива, и снова будем измерять потенциалы в различных точках ленты. Результаты измерений теперь показывают, что эти потенциалы оказываются неодинаковыми, т. е. поверхность проводника, по которому течет ток, не является поверхностью равного потенциала (эквипотенциальной). У полюса электрофорной машины показания электрометра максимальны, а по мере приближения к штативу наблюдается постепенное уменьшение значения потенциала, и у штатива оно доходит до нуля. Изменение потенциала вдоль проводника графически представлено на рисунке 2.8.

### Электрическое поле внутри проводника с током

Проводникам с током можно придавать самую разнообразную форму. Провода можно намотать на катушку, согнуть под любым углом и т. д. При этом с помощью амперметра (прибо-

ра для измерения силы тока) можно обнаружить, что сила тока в проводнике не зависит от его формы.

Если не меняется сила тока в проводнике, то, согласно соотношению (2.2.7), не меняется и скорость направленного движения электронов в проводнике. Во всех сечениях проводника одного и того же диаметра она одинакова. Но скорость упорядоченного движения электронов зависит от силы, действующей на них, т. е. от напряженности электрического поля внутри проводника.

Значит, *напряженность поля во всех сечениях проводника должна быть одинаковой по модулю и не меняться при изменении формы проводника.*

*Линии напряженности электрического поля на протяжении всего проводника параллельны его поверхности (оси проводника). Они не могут пронизывать поверхность проводника и при любой форме проводника повторяют его изгибы (рис. 2.9). Если бы линии напряженности пронизывали поверхность проводника изнутри, то вектор  $\vec{E}$  имел бы составляющую, перпендикулярную поверхности проводника. Заряженные частицы двигались бы к поверхности и накапливались на ней. Созданное этими зарядами поле неизбежно влияло бы на движение заряженных частиц, и сила тока не могла оставаться постоянной.*

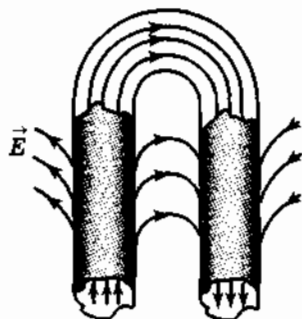


Рис. 2.9

### **Электрическое поле вне проводника с током**

Линии напряженности электростатического поля вне проводника перпендикулярны его поверхности, и поверхность проводника эквипотенциальна. Вдоль проводника с током, как мы видели, потенциал меняется. Поэтому есть составляющая напряженности  $\vec{E}$ , направленная вдоль проводника. В результате линии напряженности  $\vec{E}$  поля вне проводника располагаются под углом к его поверхности. В этом можно убедиться на опыте (см. рис. 2.7). На верхний провод подвешивают легкую стрелку — индикатор так, чтобы она могла свободно поворачиваться вдоль проводника. При отсутствии тока стрелка располагается перпендикулярно заряженному проводу. Если верхний и нижний провода соединить, то пойдет ток

и стрелка установится не перпендикулярно, а под некоторым углом к проводу, указывая на изменение направления линий напряженности  $\vec{E}$ .

В отличие от внутреннего поля внешнее поле имеет более сложную структуру. Оно зависит от формы проводника, расположения источника тока и окружающих тел.

### **Как образуется электрическое поле внутри и вне проводника с током?**

Электрическое поле создается электрическими зарядами. Следовательно, на полюсах источника тока или втулках розетки в вашей квартире обязательно скапливаются заряды противоположного знака. Это, в свою очередь, означает, что внутри источника тока (батареи или генератора электростанции) происходят процессы<sup>1</sup>, благодаря которым заряженные частицы приходят в движение.

Но ведь заряженные частицы на полюсах батареи не могут создать электрическое поле в проводнике протяженностью в сотни километров, например в телеграфной линии Москва — Санкт-Петербург? Конечно, не могут! Это поле появляется в результате того, что при замыкании цепи почти сразу же на всей поверхности проводника возникает поверхностный заряд. Плотность поверхностного заряда постепенно уменьшается по мере удаления от источника тока. Именно этот заряд создает электрическое поле, существующее внутри и вне проводника, на всем его протяжении.

Как же образуется поверхностный заряд на проводнике с током? В первый момент после замыкания цепи электрическое поле появляется только на концах проводника. Оно вызывает смещение электронов в проводнике по всем направлениям (рис. 2.10). На рисунке 2.10 схематично изображена отрицательная клемма  $K$  источника тока и сечение присоединенного к ней конца металлического провода. Штрихом показаны некоторые линии напряженности поля клеммы в первый момент после присоединения к ней провода, а стрелками — силы, действующие со стороны этого поля на свободные электроны провода, находящиеся в точках  $1, 2, 3, \dots$ . В результате электрон,

---

<sup>1</sup> Что это за процессы, будет выяснено в дальнейшем (см. § 2.11—2.13).

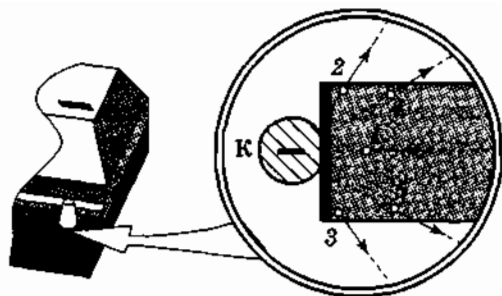


Рис. 2.10

находящийся в точке 1, начинает двигаться вдоль оси проводника. Электроны 2, 3, 4, 5 смещаются также вдоль проводника, но одновременно перемещаются к его поверхности и скапливаются на ней. Перемещение электронов вдоль провода представляет собой зарождение тока. Перемещение же электронов в направлении к поверхности провода продолжается до тех пор, пока они не достигнут ее и не образуют на проводе поверхностный заряд (рис. 2.11). Этот поверхностный заряд создает достаточно сильное поле в следующем участке проводника. Там процесс повторится: произойдет смещение зарядов вдоль проводника, образование поверхностных зарядов и, значит, создание электрического поля на следующем участке проводника. Этот процесс будет распространяться со скоростью, близкой к скорости света (300 000 км/с), пока вдоль всей поверхности проводника не появится поверхностный заряд.

Теперь понятно, почему, несмотря на очень малые скорости упорядоченного движения электронов (см. § 2.2), электрический ток устанавливается почти сразу же после замыкания цепи длиной в сотни километров. Это происходит потому, что через очень малый промежуток времени во всем проводнике и вокруг него возникает электрическое поле.

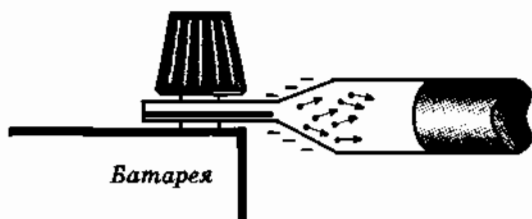


Рис. 2.11

Процесс установления электрического тока в проводнике напоминает процесс установления течения воды в трубе. Когда поршень насоса начнет двигаться, то благодаря наличию стенок трубы жидкость сильно сжимается и импульс давления в ней распространяется по трубе со скоростью нескольких сотен метров в секунду. Поэтому почти сразу же все частички воды в трубе придут в движение под действием сил давления. Скорость же движения самих частичек воды невелика: несколько десятков сантиметров в секунду.

### **Стационарное электрическое поле**

Электрическое поле в проводнике с током создают поверхностные заряды. При постоянной силе тока кулоновское электрическое поле движущихся поверхностных зарядов внутри и вне проводника не меняется с течением времени подобно электростатическому полю неподвижных зарядов. Такое поле называется **с т а ц и о н а р н ы м**.

Поле не меняется со временем вследствие того, что поверхностная плотность зарядов, создающих это поле, остается неизменной. Заряды движутся, но на место ушедшего за время  $\Delta t$  заряда на данный участок поверхности приходит точно такой же новый заряд.

*Электрический ток может быть получен в веществе, в котором имеются свободные заряженные частицы. Чтобы они пришли в движение, нужно создать в проводнике электрическое поле. Это электрическое поле называется стационарным. Оно потенциально, как и электростатическое поле, но в отличие от статического поля может существовать внутри проводника.*

### **§ 2.4. ЗАКОН ОМА ДЛЯ УЧАСТКА ЦЕПИ. СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРОВОДНИКА**

*Вы уже изучали закон Ома. Этот закон прост, но столь важен, что его необходимо повторить. Кроме того, установим дифференциальную форму закона Ома.*

#### **Вольт-амперная характеристика**

В предыдущем параграфе было установлено, что упорядоченное движение свободных заряженных частиц в проводнике вызывается электрическим полем. В случае постоянного тока

это поле представляет собой потенциальное стационарное поле. Разность потенциалов между концами проводника определяет силу тока в нем:  $I = f(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Эта зависимость называется вольт-амперной характеристикой проводника. Установление ее играет первостепенную роль при изучении явлений, связанных с прохождением тока.

## Закон Ома

Наиболее простой вид имеет вольт-амперная характеристика металлических проводников и растворов электролитов.

Впервые (для металлов) ее установил немецкий ученый Георг Ом в 1826 г., поэтому зависимость силы тока от напряжения носит название закона Ома.

Георг Ом начал свои опыты по установлению зависимости между силой тока в проводнике и разностью потенциалов на его концах в 20-х гг. XIX в. Ом экспериментировал с проволоками разной длины, разной толщины (будучи сыном слесаря, он знал, как вытягивать металлическую проволоку разной толщины для своих опытов), изготовленными из разных металлов, и даже проводил опыты при различной температуре, варьируя каждый фактор поочередно как все настоящие ученые. Батареи в те времена были еще очень слабые, они создавали непостоянный ток. Поэтому Ом пользовался в качестве источника тока термопарой<sup>1</sup>, один из спаев которой был поме-



Ом Георг Симон (1787—1854) — выдающийся немецкий физик. Работал школьным учителем. Открыл закон зависимости силы тока от напряжения на участке цепи, а также закон, определяющий силу тока в замкнутой цепи. Кроме того, Ом нашел зависимость сопротивления проводника от длины и площади его поперечного сечения.

<sup>1</sup>Если спаять концы двух проводников из разных металлов, например из висмута и меди, и нагреть один из спаев, оставляя другой холодным, то в такой цепи возникает электрический ток. Этот ток называется термоэлектрическим, а два соединенных разнородных проводника, дающих такой ток, называются термоэлементом или термопарой.



ицен в пламя. Он использовал грубый магнитный амперметр, а разности потенциалов изменял путем изменения температуры или числа термоспаев.

Теоретические выводы и экспериментальные результаты были изложены Омом в опубликованной в 1826 г. книге. Однако они не нашли понимания. Метод грубого экспериментирования по заранее намеченному плану казался малопривлекательным в эпоху увлечения философией. Признание пришло лишь 23 года спустя после выхода книги. В 1849 г. Ом получил должность профессора Мюнхенского университета.

На рисунке 2.12 изображен участок цепи 1, 2. Условимся считать положительным направление слева направо. Тогда напряжение (разность потенциалов) на рассматриваемом участке равно  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ , где  $\varphi_1$  — потенциал в точке 1 (в начале участка), а  $\varphi_2$  — потенциал в точке 2 (в конце участка). Если  $\varphi_1 > \varphi_2$ , то  $U > 0$  и ток течет в направлении от точки 1 к точке 2, так как в эту сторону направлены линии напряженности электрического поля внутри проводника. Следовательно, и сила тока  $I$  тоже положительна ( $I > 0$ ).

Ом экспериментально установил прямую пропорциональную зависимость между силой тока и напряжением:

$$I \sim U. \quad (2.4.1)$$

Эта зависимость справедлива как для металлов, так и для растворов (расплавов) электролитов.

Зависимость (2.4.1) можно записать в виде равенства

$$I = G(\varphi_1 - \varphi_2) = GU. \quad (2.4.2)$$

Это равенство и называется законом Ома для участка цепи. Здесь  $G$  — коэффициент пропорциональности, значение которого не зависит от напряжения на концах проводника и от силы тока в нем. Коэффициент пропорциональности зависит от самого проводника и поэтому является его характеристикой. Этот коэффициент называют проводимостью проводника.

Таким образом, закон Ома для участка цепи содержит проверенное на опыте утверждение о том, что сила тока прямо пропорциональна разности потенциалов; одновременно он содержит определение проводимости проводника. Закон Ома можно сформулировать так: сила тока в проводнике прямо

пропорциональна проводимости проводника и напряжению (разности потенциалов) на его концах.

Величину, обратную проводимости проводника

$$R = \frac{1}{G},$$

называют электрическим сопротивлением или просто сопротивлением. Следовательно, сопротивление тоже является характеристикой проводника. Исторически сложилось, что именно *сопротивление* считается основной электрической характеристикой проводника.

Если проводимость  $G$  выразить через сопротивление ( $G = \frac{1}{R}$ ), то формула (2.4.2) примет вид:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (2.4.3)$$

Выражение (2.4.3) представляет собой другую формулировку закона Ома для участка цепи: сила тока в цепи прямо пропорциональна напряжению на ее участке и обратно пропорциональна сопротивлению этого участка.

Следует иметь в виду, что закон Ома в форме (2.4.3) или (2.4.2) справедлив только для участка цепи, в котором нет источника тока<sup>1</sup>.

Закон Ома имеет очень простую форму, но доказать экспериментально его справедливость довольно трудно. Дело в том, что разность потенциалов на участке металлического проводника даже при большой силе тока мала, так как мало сопротивление проводника. Электромметр, о котором шла речь в § 1.21, непригоден для измерения столь малых напряжений: его чувствительность слишком мала. Нужен несравненно более чувствительный прибор, например электростатический вольтметр. Применение же обычных приборов для измерения напряжения — вольтметров — основано на использовании закона Ома. Принцип действия вольтметра такой же, как и амперметра: угол поворота стрелки прибора пропорционален силе тока. Сила тока, проходящего по вольтметру, согласно закону Ома, определяется напряжением между точками цепи,

<sup>1</sup> Как формулируется закон Ома для участка цепи, в котором имеется источник тока, будет рассказано в § 2.15.

к которым он подключен. Поэтому, зная сопротивление вольтметра, можно по силе тока определить напряжение. На практике прибор сразу градуируют в единицах напряжения.

Закон Ома является эмпирическим, а не фундаментальным законом природы. Однако он выполняется весьма точно в широких пределах для металлов. В этом случае закон Ома практически справедлив для любых постоянных напряжений, при применении которых проводник не плавится.

Менее широки рамки применения закона Ома для растворов (и расплавов) электролитов и сильно ионизованных газов — плазмы. При больших напряжениях он перестает выполняться.

### Сопротивление

Закон Ома определяет новую электрическую характеристику проводника — сопротивление. От этой величины зависит сила тока в проводнике при заданном напряжении. Сопротивление проводника представляет собой как бы меру противодействия проводника установлению в нем электрического тока. Сопротивление проводника можно определить с помощью закона Ома (2.4.3):

$$R = \frac{U}{I}. \quad (2.4.4)$$

Сопротивление равно отношению разности потенциалов на концах проводника к силе тока в нем.

### Единицы сопротивления

В абсолютной системе единиц за единицу сопротивления принимают сопротивление проводника, в котором при напряжении на его концах в одну электростатическую единицу напряжения сила тока равна одной электростатической единице силы тока:

$$1 \text{ СГСЭ}_R = \frac{1 \text{ СГСЭ}_U}{1 \text{ СГСЭ}_I}.$$

Единицей сопротивления в СИ является о м. 1 Ом — *сопротивление проводника, в котором при напряжении на его концах в 1 В сила тока в нем равна 1 А.*

$$1 \text{ Ом} = \frac{1}{300} \frac{\text{СГСЭ}_U}{\text{СГСЭ}_I} = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ СГСЭ}_R.$$

Заметим, что термин «сопротивление» употребляют в двух смыслах:

во-первых, электрическое сопротивление — это величина, определяющая силу тока при заданном напряжении. В этом смысле, например, говорят: лампа накаливания обладает сопротивлением 400 Ом или провод имеет сопротивление 0,5 Ом;

во-вторых, **р е з и с т о р о м** (или сопротивлением) называют устройство, предназначенное для включения в электрическую цепь с целью регулирования, уменьшения или ограничения тока цепи. Таким устройством может служить, например, реостат для регулирования силы тока в цепи путем изменения сопротивления. Резисторы широко применяются в радиоприемниках, телевизорах и других устройствах. Условное обозначение резистора показано на рисунке 2.12.

### Удельное сопротивление

Сопротивление зависит от материала проводника и его геометрических размеров. Опыт показывает, что при неизменной температуре сопротивление однородного проводника постоянно пропорционально его длине  $l$  и обратно пропорционально площади  $S$  поперечного сечения проводника:

$$R \sim \frac{l}{S}. \quad (2.4.5)$$

Введем коэффициент пропорциональности и запишем последнюю зависимость в виде равенства

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (2.4.6)$$

Коэффициент пропорциональности  $\rho$  численно равен сопротивлению проводника единичной длины и единичного поперечного сечения и называется **удельным сопротивлением** проводника. Удельное сопротивление зависит от рода вещества и его состояния (в первую очередь, от температуры).

Из формулы (2.4.6) находим:

$$\rho = \frac{RS}{l}.$$

Отсюда видно, что единицей удельного сопротивления в СИ является

$$\frac{1 \text{ Ом} \cdot 1 \text{ м}^2}{1 \text{ м}} = 1 \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

Ом-метр равен удельному сопротивлению проводника площадью поперечного сечения  $1 \text{ м}^2$  и длиной  $1 \text{ м}$ , имеющего сопротивление  $1 \text{ Ом}$ .

Удельное сопротивление металлов мало. Например, удельное сопротивление обычной технической меди при  $20^\circ \text{C}$  равно  $1,72 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Механическая и термическая обработка заметно влияет на электрическое сопротивление металлов. Так, после холодной протяжки удельное сопротивление медной проволоки возрастает до  $1,77 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

Еще поразительнее зависимость сопротивления от наличия ничтожных примесей. Тщательная очистка уменьшает удельное сопротивление меди при температуре  $20^\circ \text{C}$  до  $1,69 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Но достаточно добавить к меди  $1\%$  марганца, чтобы удельное сопротивление ее возросло до  $4,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , т. е. почти в 3 раза! Примерно так же влияют на удельное сопротивление добавки железа, кобальта, иридия и др.

У сплавов, содержащих примеси в значительном количестве, сопротивление очень велико. Удельное сопротивление этих сплавов в несколько раз больше, чем у каждой из составных частей. Так, константан, состоящий из  $60\%$  меди и  $40\%$  никеля, имеет удельное сопротивление  $4,4 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , в то время как у чистой меди оно равно  $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , а у никеля —  $7,2 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}^1$ .

«Королем» подобных сплавов можно назвать нихром, удельное сопротивление которого около  $10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Недаром он нашел такое широкое применение в нагревательных приборах.

Диэлектрики обладают очень большим, но конечным удельным сопротивлением. Так, удельное сопротивление фарфора  $10^{13} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

В таблице 3 приведены примеры значений удельного сопротивления некоторых веществ.

Величина, обратная удельному сопротивлению проводника, называется удельной проводимостью и обозначается буквой  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{1}{\rho}.$$

---

<sup>1</sup> Все данные здесь приведены для температуры  $20^\circ \text{C}$ .

Таблица 3

Вещество	Удельное сопротивление при температуре 20 °С, Ом · м
Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Медь	$1,8 \cdot 10^{-8}$
Графит	$3 \cdot 10^{-8}$
10% -ный водный раствор NaCl	0,08
Кремний	$10^3$
Вода (химически чистая)	$10^6$
Фарфор	$10^{13}$

Единица удельной проводимости —  $(\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$ . Через удельную проводимость сопротивление проводника выражается так:

$$R = \frac{l}{\gamma S}. \quad (2.4.7)$$

### Закон Ома в дифференциальной форме

Закон Ома в форме (2.4.3) связывает силу тока в проводнике с напряжением на его концах и сопротивлением проводника. Используя ее, можно найти связь между плотностью тока  $\vec{j}$ , удельной проводимостью  $\gamma$  и напряженностью поля  $\vec{E}$ .

Рассмотрим цилиндрический проводник длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$  (рис. 2.13). В нем устанавливается однородное стационарное поле с линиями напряженности, параллельными оси проводника (см. § 2.3). Поэтому разность потенциалов на концах проводника связана с напряженностью поля соотношением:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = El. \quad (2.4.8)$$

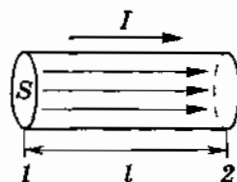


Рис. 2.13

Силу тока при равномерном распределении плотности тока можно представить так:

$$I = jS. \quad (2.4.9)$$

Подставив выражения (2.4.7), (2.4.8) и (2.4.9) в закон Ома (2.4.3), получим:

$$j = \gamma E.$$

Вектор плотности тока  $\vec{j}$  в каждой точке совпадает по направлению с вектором напряженности  $\vec{E}$  электрического поля внутри проводника. Поэтому

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad (2.4.10)$$

Это и есть закон Ома в дифференциальной (локальной) форме, так как связывает три величины —  $\vec{j}$ ,  $\gamma$ ,  $\vec{E}$  — в одной точке проводника.

Мы получили закон Ома в форме (2.4.10) для частного случая однородного цилиндрического проводника. В действительности же он справедлив для проводников любой формы, как однородных, так и неоднородных.

*Закон Ома — основа всей электротехники постоянных токов. Формулу  $I = \frac{U}{R}$  надо хорошо осознать и запомнить.*

## § 2.5. ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

*Различные вещества имеют разные удельные сопротивления. Зависит ли сопротивление от состояния проводника, от его температуры? Ответ должен дать опыт.*

Изменение температуры проводника вызывает изменение его сопротивления. Вот некоторые предварительные соображения.

С одной стороны, повышение температуры проводников приводит к увеличению числа столкновений упорядоченно движущихся заряженных частиц с частицами, составляющими проводник. В результате уменьшается средняя скорость направленного движения заряженных частиц, и соответственно уменьшается сила тока. Следовательно, увеличение температуры может привести к увеличению сопротивления.

С другой стороны, повышение температуры может привести к увеличению числа свободных заряженных частиц проводника в единице объема (например, число ионов раствора

электролита растет с повышением температуры). Это обстоятельство способствует увеличению силы тока. Следовательно, повышение температуры может привести и к уменьшению сопротивления проводника.

В зависимости от преобладания того или другого фактора с увеличением температуры сопротивление проводника может или увеличиваться (металлы), или уменьшаться (растворы электролитов, уголь), или оставаться практически неизменным (специальные сплавы).

Все это подтверждается на опыте. Включим в цепь последовательно электрическую лампу и железную проволоку, свернутую спиралью. Нагревая спираль на горелке, мы увидим, что свечение лампы становится менее ярким. Если в цепь вместо лампы включить амперметр, то он покажет, что при нагревании железной спирали сила тока в цепи уменьшается. Отсюда следует, что при нагревании проволоки ее сопротивление увеличивается. Точно таким же образом можно провести опыты с другими металлами, сплавами металлов, растворами электролитов.

Если при  $0^\circ\text{C}$  сопротивление проводника равно  $R_0$ , а при температуре  $t$  оно равно  $R$ , то относительное изменение сопротивления, как показывает опыт, с большой степенью точности можно считать пропорциональным изменению температуры  $\Delta t$ :

$$\frac{R - R_0}{R_0} = \alpha \Delta t. \quad (2.5.1)$$

Коэффициент пропорциональности  $\alpha$  называют температурным коэффициентом сопротивления. Он характеризует зависимость сопротивления вещества от температуры. Температурный коэффициент сопротивления численно равен относительному изменению сопротивления проводника при нагревании на 1 К. Для всех металлических проводников  $\alpha > 0$  и незначительно меняется с изменением температуры. Если интервал изменения температуры невелик, то температурный коэффициент можно считать постоянным и равным его среднему значению на этом интервале температур. У чистых (не имеющих примесей) металлов

$$\alpha \approx \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}.$$

У растворов электролитов  $\alpha < 0$ , так как с ростом температуры их сопротивление уменьшается. Например, для 10%-ного раствора поваренной соли  $\alpha = -0,02 \text{ K}^{-1}$ .



При нагревании геометрические размеры проводника меняются мало. Сопротивление проводника меняется в основном за счет изменения удельного сопротивления. Зависимость удельного сопротивления от температуры легко найти, если в формулу (2.5.1) подставить значения  $R = \rho \frac{l}{s}$  и  $R_0 = \rho_0 \frac{l}{s}$ . После простых преобразований найдем, что

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \Delta t). \quad (2.5.2)$$

Таким образом, удельное сопротивление линейно зависит от температуры. На рисунке 2.14 эта зависимость изображена для металлических проводников, а на рисунке 2.15 — для растворов электролитов.

Хотя коэффициент  $\alpha$  довольно мал, учет зависимости сопротивления от температуры при расчете нагревательных приборов совершенно необходим. Так, сопротивление вольфрамовой нити обыкновенной лампы накаливания увеличивается при прохождении тока по ней более чем в 10 раз!

У некоторых сплавов, например у сплава меди с никелем — константана, температурный коэффициент сопротивления очень мал:  $\alpha \approx 10^{-5} \text{ К}^{-1}$ . Еще меньше температурный коэффициент сопротивления у манганина. Эти сплавы одновременно обладают большим удельным сопротивлением. Поэтому они используются для изготовления эталонных сопротивлений, магазинов сопротивлений, применяются для изготовления шунтов и добавочных сопротивлений к измерительным приборам (см. § 2.8) и т. д., т. е. в тех случаях, когда сопротивление не должно изменяться при колебаниях температуры.

В таблице 4 приведены значения температурного коэффициента сопротивления для некоторых чистых веществ и сплавов.

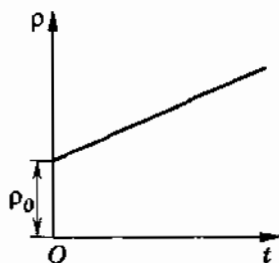


Рис. 2.14

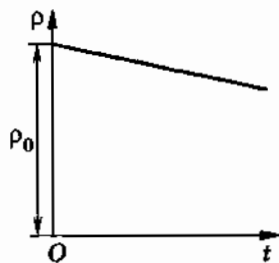


Рис. 2.15

Вещество	Температурный коэффициент сопротивления, $K^{-1}$
Алюминий	$3,8 \cdot 10^{-3}$
Железо	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Медь	$4,3 \cdot 10^{-3}$
Ртуть (жидк.)	$9 \cdot 10^{-4}$
Константан (40% Ni, $\approx$ 60% Cu)	$2 \cdot 10^{-5}$
Нихром (20% Cr, 75% Ni, 5% Fe)	$1 \cdot 10^{-4}$
Фехраль (13% Cr, 4% Al, 1% Si, 0,7% Mn, остальное Fe)	$2 \cdot 10^{-4}$
Хромаль (25% Cr, 5% Al, 70% Fe)	$4 \cdot 10^{-5}$

Зависимость сопротивления металлов от температуры используется в термометрах сопротивления. Самый простой термометр сопротивления — это намотанная на слюдяную пластинку тонкая платиновая проволока (рис. 2.16), зависимость сопротивления которой от температуры хорошо известна. Термометр сопротивления приводят в тепловой контакт с телом, температуру которого желают измерить (например, помещают в печь), а концы обмотки включают в цепь. Измеряя сопротивление обмотки, можно определить температуру. Такие термометры позволяют измерять очень низкие и очень высокие

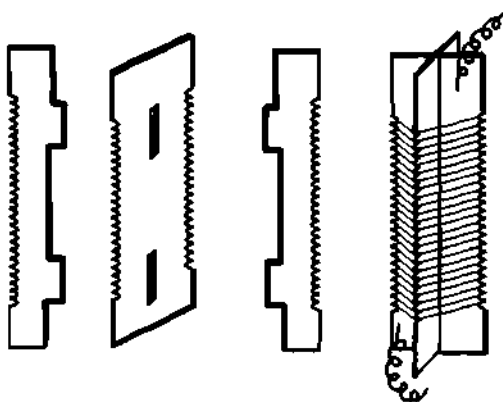


Рис. 2.16

температуры, когда обычные жидкостные термометры непригодны.

Платиновыми термометрами можно измерять температуру от  $-200$  до  $+600$  °С с погрешностью до  $0,0001$  °С.

*Удельное сопротивление металлов растет линейно с увеличением температуры. У растворов электролитов оно уменьшается при увеличении температуры.*

## § 2.6. СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ

*Поведение вещества вблизи абсолютного нуля зачастую не имеет ничего общего с его поведением при обычных температурах. При низких температурах обнаруживаются многочисленные эффекты, которые при обычных условиях, как правило, оказываются замаскированными тепловым движением частиц. При температурах, близких к абсолютному нулю, наблюдается сверхпроводимость — способность вещества пропускать ток, не оказывая ему ни малейшего сопротивления.*

### Опыты Камерлинг-Оннеса

Открытие этого замечательного явления принадлежит выдающемуся голландскому ученому Гейке Камерлинг-Оннесу. Камерлинг-Оннес первым получил жидкий гелий (1908). Именно возможность работать при «гелиевых» температурах и позволила Камерлинг-Оннесу обнаружить сверхпроводимость.

В начале прошлого века существовали теории, которые давали совершенно противоположные предсказания относительно влияния низких температур на электропроводность.

С одной стороны, при понижении температуры колебания атомов в металлах становятся более слабыми и электроны сталкиваются с атомами реже. В результате проводимость возрастает и при  $T = 0$  сопротивление должно стремиться к нулю.

С другой стороны, электроны проводимости при низких температурах теснее связываются с атомами, что приводит к бесконечно большому сопротивлению при  $T = 0$ .

Этот спор мог разрешить только опыт, который блестяще выполнил Камерлинг-Оннес. Сначала он измерял сопротивление платины при низких температурах. Полученные им ре-

зультаты не укладывались в рамки существовавших теорий — при понижении температуры сопротивление платины приближалось к постоянному значению. Однако Камерлинг-Оннес обратил внимание на то, что сопротивление различных образцов при прочих равных условиях было тем меньше, чем чище оказывался металл. Отсюда он заключил, что существование сопротивления при  $T \rightarrow 0$  К связано с наличием примесей в металле, и чистый металл при нулевой температуре должен обладать бесконечной проводимостью. Задача, таким образом, заключалась в исследовании возможно более чистого образца. Далее были проведены опыты с золотом, которое легче очистить от примесей, чем платину. При  $T \rightarrow 0$  К удельное сопротивление золота оказалось меньше, чем у платины. Потом Камерлинг-Оннес обратился к исследованию ртути. Поскольку при обычной температуре ртуть находится в жидкой фазе, ее путем последовательной перегонки (дистилляции) удается очень хорошо освободить от примесей.

Результаты экспериментов с ртутью оказались неожиданными. С понижением температуры удельное сопротивление ртути сначала плавно убывало, а при температуре 4,1 К (что несколько ниже температуры кипения жидкого гелия) резко падало и становилось неизмеримо малым. Примерная зависимость удельного сопротивления от температуры для ртути представлена на рисунке 2.17.

28 апреля 1911 г. Камерлинг-Оннес сообщил о результатах своих экспериментов Нидерландской Королевской академии. Открытое явление он назвал **сверхпроводимостью**.

После открытия сверхпроводимости Камерлинг-Оннес поставил перед собой задачу: выяснить, насколько малым становится сопротивление сверхпроводника. Для этой цели ему необходимо было научиться измерять очень малые удельные

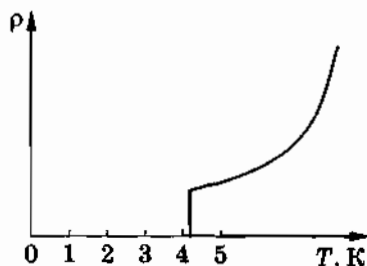


Рис. 2.17

сопротивления. С этой задачей он блестяще справился. По результатам проведенных экспериментов Камерлинг-Оннес пришел к выводу, что *сопротивление сверхпроводника равно нулю*.

Самое длительное зафиксированное до сих пор существование незатухающего тока в сверхпроводнике — около двух лет. (Этот ток циркулировал бы гораздо дольше, если бы не перерыв в снабжении жидким гелием, вызванный забастовкой транспортных рабочих.) Даже спустя два года никакого уменьшения силы циркулирующего тока не было замечено, что позволяет с полным основанием считать сопротивление сверхпроводника равным нулю.

Но этот вывод относится только к постоянному току. Для переменных токов сопротивление сверхпроводников отлично от нуля.

Практическое применение сверхпроводимости обещало быть очень перспективным. Ведь сверхпроводящий электромагнит совсем не потребляет электроэнергию, и с его помощью можно было бы легко получить сильные магнитные поля. Получение сильного магнитного поля требует больших токов, что приводит к выделению огромного количества теплоты в обмотках электромагнита. Это обстоятельство и ограничивает возможность получения сильных магнитных полей. Применение сверхпроводников в трансформаторах, генераторах, электродвигателях, ускорителях и т. д. сулило огромные преимущества, с лихвой окупающие необходимость работать при «гелиевых» температурах.

Камерлинг-Оннес первым приступил к созданию сверхпроводящего магнита. Однако здесь его поджидало разочарование. В 1913 г. он обнаружил, что в магнитном поле, индукция которого превышает некоторое пороговое значение, сверхпроводимость исчезает. Пропускание сильного электрического тока также разрушало сверхпроводимость.

Лишь много времени спустя были открыты сверхпроводящие материалы, способные выдерживать сильные магнитные поля и пропускать большие токи без разрушения сверхпроводимости. Понадобилось более сорока лет для создания первых сверхпроводящих магнитов, имеющих практическое значение.

В таблице 5 приведены температуры перехода в сверхпроводящее состояние некоторых веществ.

Таблица 5

Вещество	Температура перехода в сверхпроводящее состояние, К
Титан	0,4
Уран	0,8
Цинк	0,9
Алюминий	1,2
Олово	3,8
Ртуть	4,1
Свинец	7,2
Нитрат ниобия	15,2

Объяснение сверхпроводимости было дано в 1967 г. учеными Дж. Бардиным, Л. Купером и Дж. Шриффером (США) и Н. Н. Боголюбовым (Россия) на основе квантовой теории.

### Применение сверхпроводящих магнитов

Сверхпроводящие магниты весьма широко и разнообразно используются. Они играют важную роль в физике высоких энергий, помогают исследовать твердые тела, применяются в электротехнике и даже на транспорте.

Сверхпроводящие магниты находят применение в поездах на магнитной подушке. В Японии, например, действует экспериментальная семикилометровая линия, на которой поезд на магнитной подушке мчится со скоростью около 500 км/ч.

В электротехнике использование сверхпроводящих магнитов становится целесообразным при создании электрических двигателей и генераторов гигантской мощности — в сотни и более мегаватт.

Мощные сверхпроводящие магниты используют в ускорителях заряженных частиц, установках управляемого термоядерного синтеза. В нашей стране действует первая в мире сверхпроводящая система для установки термоядерного синтеза «Токамак-7», и разработана установка «Токамак-15», в которой будет накапливаться магнитная энергия в 600 МДж. Создание подобных устройств следующих поколений, рассчитанных на более высокие энергии, без использования сверхпроводимости просто невозможно.

При исследовании твердых тел, молекул, атомов и ядер необходимо создавать сильные магнитные поля в малых объемах. Сверхпроводящие магниты здесь незаменимы и сейчас широко используются в физических лабораториях.

Для энергетики будущего очень важно разработать новые эффективные способы хранения и передачи электроэнергии. Сверхпроводники и здесь окажутся очень перспективными. Ученые Висконсинского университета (США) разработали проект системы хранения электроэнергии. Гигантская сверхпроводящая катушка диаметром более 100 м будет установлена в специальном тоннеле, пробитом в горах. В нем с помощью жидкого гелия будет поддерживаться температура, близкая к абсолютному нулю. Незатухающий сверхпроводящий ток в такой катушке запасет гигантскую энергию:  $4 \cdot 10^{11}$  Дж. А передача электроэнергии без потерь по сверхпроводящим кабелям? Пока что можно только мечтать о линиях электропередач, которые переносили бы электрическую энергию без потерь на огромные расстояния.

### **Высокотемпературная сверхпроводимость**

В 1986 г. была открыта высокотемпературная сверхпроводимость. Получены сложные оксидные соединения лантана, бария и других элементов (керамики) с температурой перехода в сверхпроводящее состояние около 100 К. Это выше температуры кипения жидкого азота при атмосферном давлении.

Созданные образцы из материалов, обладающих высокотемпературной сверхпроводимостью, имеют небольшие размеры. Они очень хрупки, и из них не удастся получить длинно-размерных образцов, кабелей: при прокатке или волочении они рассыпаются в порошок. Задача состоит не только в поиске сверхпроводящих материалов, но и в том, чтобы сделать их технологичными.

Высокотемпературная сверхпроводимость в недалеком будущем приведет наверняка к новой технической революции во всей электротехнике, радиотехнике, конструировании ЭВМ. Сейчас прогресс в этой области тормозит необходимость охлаждения проводников до температур кипения дорогого газа — гелия.

Надо надеяться, что удастся создать сверхпроводники при комнатной температуре. Генераторы и электродвигатели ста-

нут исключительно компактными (уменьшаются в несколько раз) и экономичными. Электроэнергию можно будет передавать на любые расстояния без потерь и аккумулировать в простых устройствах.

*Многие металлы и сплавы при температурах ниже 25 К полностью теряют сопротивление — становятся сверхпроводниками.*

*Недавно была открыта высокотемпературная сверхпроводимость.*

## **§ 2.7. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ТОКА. ЗАКОН ДЖОУЛЯ—ЛЕНЦА**

*Электрический ток получил такое широкое применение потому, что он несет с собой энергию. Эта энергия может быть превращена в любую форму.*

### **Работа тока**

При упорядоченном движении заряженных частиц в проводнике электрическое поле совершает работу. Эту работу принято называть **работой тока**.

Если за промежуток времени  $\Delta t$  через поперечное сечение произвольного участка проводника проходит заряд  $\Delta q$ , то электрическое поле за это время совершит работу (см. § 1.19)

$$A = \Delta q U,$$

где  $U$  — напряжение на концах проводника. Так как сила тока

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t},$$

то эта работа равна:

$$A = IU\Delta t. \quad (2.7.1)$$

**Работа тока на участке цепи равна произведению силы тока, напряжения на этом участке и времени, в течение которого совершалась работа.**

Согласно закону сохранения энергии эта работа должна быть равна изменению энергии рассматриваемого участка цепи. Поэтому энергия, выделяемая на данном участке цепи за время  $\Delta t$ , равна работе тока [см. формулу (2.7.1)].



Если в формуле (2.7.1) выразить либо напряжение через силу тока ( $U = IR$ ), либо силу тока через напряжение ( $I = \frac{U}{R}$ ), то получим еще две формулы для работы тока:

$$A = I^2 R \Delta t, \quad (2.7.2)$$

$$A = \frac{U^2}{R} \Delta t. \quad (2.7.3)$$

Формула (2.7.1) является *универсальной*, так как для ее вывода мы пользовались только законом сохранения энергии, который справедлив во всех случаях. Формулы (2.7.2) и (2.7.3) получены из формулы (2.7.1) с помощью закона Ома для однородных участков цепи. Поэтому эти формулы справедливы только в том случае, когда работа тока полностью идет на увеличение внутренней энергии проводника.

Формулой (2.7.2) удобно пользоваться при последовательном соединении проводников, так как сила тока в этом случае одинакова во всех проводниках. Формула (2.7.3) удобна при параллельном соединении проводников, так как напряжение на всех проводниках одинаково.

### Мощность тока

Любой электрический прибор (лампа, электродвигатель и т. д.) рассчитан на потребление определенного количества энергии в единицу времени. Поэтому наряду с работой тока очень важное значение имеет понятие **мощности тока**. Мощность тока  $P$  равна отношению работы тока  $A$  за время  $\Delta t$  к этому интервалу времени:

$$P = \frac{A}{\Delta t}. \quad (2.7.4)$$

Пользуясь формулой (2.7.1), можно равенству (2.7.4) придать форму:

$$P = IU. \quad (2.7.5)$$

Формула (2.7.5) является универсальной формулой для вычисления мощности тока. С помощью закона Ома можно получить еще две формулы мощности тока:

$$P = I^2 R, \quad (2.7.6)$$

$$P = \frac{U^2}{R}. \quad (2.7.7)$$

Формулы (2.7.6) и (2.7.7), как и (2.7.2) и (2.7.3), пригодны только тогда, когда работа тока полностью идет на увеличение внутренней энергии.

В СИ единицей работы тока является джоуль (Дж), а мощности — ватт (Вт). На практике широко используется внесистемная единица работы тока — киловатт-час (кВт·ч):  $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$ .

### Закон Джоуля—Ленца

Если на участке цепи не совершается механическая работа и ток не производит химических действий, то происходит только нагревание проводника. Нагретый проводник отдает теплоту окружающим телам.

Нагревание металлического проводника происходит следующим образом. Электрическое поле ускоряет электроны. После столкновения с ионами кристаллической решетки они передают ионам свою энергию. В результате энергия хаотического движения ионов около положений равновесия возрастает. Это и означает увеличение внутренней энергии. Температура проводника повышается, и он начинает передавать теплоту окружающим телам. Спустя небольшое время после замыкания цепи процесс устанавливается, и температура перестает изменяться со временем. К проводнику за счет работы электрического поля непрерывно поступает энергия. Но его внутренняя энергия остается неизменной, так как проводник передает окружающим телам количество теплоты, равное работе тока. Последнее справедливо только тогда, когда работа электрического тока полностью расходуется на увеличение внутренней энергии. В этом случае количество теплоты, передаваемое проводником с током другим телам, можно вычислить по любой из формул (2.7.1)—(2.7.3):

$$Q = IU\Delta t = I^2 R \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t. \quad (2.7.8)$$

Однако если на данном участке цепи имеют место превращения энергии в механическую или химическую, то количество теплоты, выделяемое проводником с током, меньше работы тока<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Подробнее об этом будет рассказано в § 2.16.

Для вычисления количества выделяемой теплоты в этом случае пригодна только формула (2.7.2):

$$Q = I^2 R \Delta t. \quad (2.7.9)$$

Это и есть закон Джоуля—Ленца, установленный опытным путем в 1842 г. русским академиком Э. Х. Ленцем и независимо от него английским физиком Д. Джоулем.

Закон Джоуля—Ленца формулируется так: количество теплоты, выделяемое проводником с током, равно произведению квадрата силы тока, сопротивления проводника и времени прохождения тока.

Закон Джоуля—Ленца (2.7.9) справедлив не только для металлических проводников, но и для растворов электролитов и газов. В этих случаях внутренняя энергия жидкого и газообразного проводящего ток вещества также увеличивается из-за столкновений упорядоченно движущихся заряженных частиц с другими заряженными или нейтральными частицами вещества.

*Прохождение по проводнику электрического тока сопровождается выделением в нем энергии. Эта энергия определяется работой тока: произведением перенесенного заряда и напряжения на концах проводника.*

## **§ 2.8. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ И ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ**

*Энергия передается от источника тока к потребителям (лампам, электродвигателям, радиоприемникам и т. д.) по проводам. Источник тока, потребители энергии (их может быть, как правило, несколько), соединительные провода и выключатели для включения или выключения потребителей энергии образуют электрическую цепь. Часто в электрическую цепь включают приборы, контролирующие силу тока и напряжение на различных участках цепи, — амперметры и вольтметры. Все элементы электрической цепи определенным образом соединяют между собой. На практике проводники чаще всего соединяют последовательно или параллельно.*

## Разветвление токов

Очень часто в электрических цепях в одной точке сходятся несколько (больше двух) проводников. Например, при включении вольтметра для измерения напряжения на зажимах лампы (рис. 2.18) в точках 1 и 2 сходятся по три проводника. Такие точки называются точками разветвления или узлами.

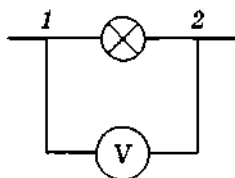


Рис. 2.18

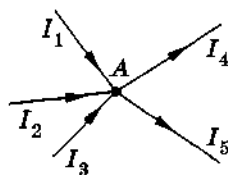


Рис. 2.19

На рисунке 2.19 в точке разветвления  $A$  сходятся пять проводников. Обозначим силу тока в них  $I_1, I_2, I_3, I_4$  и  $I_5$ . Из рисунка видно, что токи  $I_1, I_2, I_3$  направлены к узлу и за произвольный промежуток времени  $\Delta t$  приносят в этот узел суммарный заряд  $(I_1 + I_2 + I_3) \Delta t$ . Токи  $I_4$  и  $I_5$  направлены от узла и уносят за это же время заряд  $(I_4 + I_5) \Delta t$ . Полное изменение заряда в узле за промежуток времени  $\Delta t$  равно:

$$\Delta q = (I_1 + I_2 + I_3) \Delta t - (I_4 + I_5) \Delta t = (I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5) \Delta t.$$

В цепи постоянного тока потенциалы всех точек цепи, а значит, и узлов, должны оставаться неизменными. Следовательно, в этих узлах не могут накапливаться электрические заряды ни положительного, ни отрицательного знака. В частности, для узла  $A$  изменение заряда  $\Delta q$  должно равняться нулю для любого интервала времени, т. е.

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0. \quad (2.8.1)$$

Рассматривая силу тока как алгебраическую величину, имеющую знак «плюс», если ток подходит к узлу, и знак «минус», если ток направлен от узла, последнее равенство можно записать так:

$$\sum_{i=1}^5 I_i = 0.$$

Если в узле сходятся  $N$  токов, то

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0. \quad (2.8.2)$$

Это равенство называется **первым правилом Кирхгофа**: алгебраическая сумма сил токов в проводниках, сходящихся в узле, равна нулю.

### Последовательное соединение проводников

*Последовательным соединением проводников называется такое их соединение, при котором конец первого проводника соединяется с началом второго, конец второго — с началом третьего и т. д.* На рисунке 2.20 показано последовательное соединение трех проводников, имеющих сопротивления  $R_1, R_2, R_3$ .

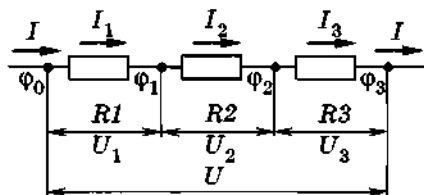


Рис. 2.20

При последовательном соединении проводников выполняются ряд простых соотношений.

1. *Сила тока во всех последовательно соединенных проводниках одинакова:*

$$I_1 = I_2 = I_3 = I. \quad (2.8.3)$$

2. *Напряжение (или разность потенциалов) на концах рассматриваемого участка цепи равно сумме напряжений на отдельных проводниках:*

$$U = U_1 + U_2 + U_3. \quad (2.8.4)$$

Действительно:  $U_1 = \phi_0 - \phi_1$ ;  $U_2 = \phi_1 - \phi_2$  и  $U_3 = \phi_2 - \phi_3$ . Складывая  $U_1, U_2$  и  $U_3$ , получим  $\phi_0 - \phi_3 = U$ .

В справедливости равенства (2.8.4) можно убедиться и непосредственным измерением при помощи вольтметра напряжений на всем участке цепи и на отдельных проводниках.

3. Согласно закону Ома напряжения на отдельных проводниках равны:  $U_1 = IR_1$ ;  $U_2 = IR_2$ ;  $U_3 = IR_3$ .

Отсюда следует, что

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}; \frac{U_2}{U_3} = \frac{R_2}{R_3},$$

или

$$U_1 : U_2 : U_3 = R_1 : R_2 : R_3. \quad (2.8.5)$$

При последовательном соединении напряжения на проводниках пропорциональны их сопротивлениям.

4. Разделив равенство (2.8.4) почленно на силу тока  $I$ , получим:

$$\frac{U}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} + \frac{U_3}{I},$$

или

$$R = R_1 + R_2 + R_3, \quad (2.8.6)$$

где  $R$  — сопротивление всего рассматриваемого участка цепи.

Таким образом, сопротивление участка цепи, состоящего из нескольких последовательно соединенных проводников (общее сопротивление), равно сумме сопротивлений отдельных проводников.

5. Умножив теперь все члены равенства (2.8.4) на силу тока  $I$ , получим:

$$IU = IU_1 + IU_2 + IU_3,$$

или

$$P = P_1 + P_2 + P_3. \quad (2.8.7)$$

Мощность тока на всем участке цепи равна сумме мощностей тока на отдельных последовательно соединенных проводниках.

Все изложенные выше выводы справедливы не только для трех, но и для любого числа последовательно соединенных проводников.

### Параллельное соединение проводников

Параллельным соединением проводников называется такое их соединение, когда одни концы всех проводников соединяются в один узел (А), а другие концы — в другой (В) (рис. 2.21). При параллельном соединении различают ветви — отдельные проводники между узлами, разветвление — часть цепи между двумя узлами, неразветвленную часть цепи, лежащую вне разветвления.

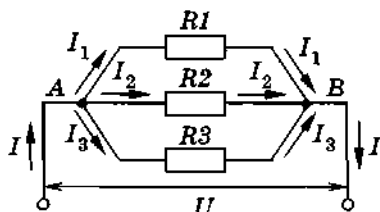


Рис. 2.21

При параллельном соединении выполняются следующие соотношения:

1. Напряжения на всех ветвях и на разветвлении одинаковы, так как все они равны разности потенциалов точек  $A$  и  $B$ :

$$U_1 = U_2 = U_3 = U = \varphi_A - \varphi_B. \quad (2.8.8)$$

2. По первому правилу Кирхгофа

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (2.8.9)$$

Сила тока в неразветвленной части цепи равна сумме сил токов в ветвях.

3. По закону Ома

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; I_2 = \frac{U}{R_2}; I_3 = \frac{U}{R_3}.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}; \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}. \quad (2.8.10)$$

Силы токов в ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям этих ветвей.

4. Сопротивлением разветвления  $R$  называют сопротивление такого проводника, которым можно заменить разветвление без изменения силы тока в неразветвленной части цепи и напряжения между узлами.

Заменив в равенстве (2.8.9) значения сил токов, согласно закону Ома, получим:

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}.$$

Разделив обе части равенства на  $U$ , будем иметь:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \quad (2.8.11)$$

*Величина, обратная сопротивлению разветвления, равна сумме величин, обратных сопротивлениям отдельных ветвей.*

Если учесть, что величина, обратная сопротивлению, представляет собой проводимость проводника, то равенство (2.8.11) можно записать так:

$$G = G_1 + G_2 + G_3. \quad (2.8.12)$$

*Проводимость разветвления равна сумме проводимостей ветвей.*

Заметим, что сопротивление разветвления меньше наименьшего из сопротивлений его ветвей. В самом деле, пусть сопротивление  $i$ -й ветви является наименьшим, тогда из равенства

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_k} + \dots$$

следует, что  $\frac{1}{R} > \frac{1}{R_i}$  (сумма больше каждого из отдельных слагаемых). Отсюда  $R < R_i$ .

Если разветвление состоит из двух ветвей, то

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Отсюда

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (2.8.13)$$

*Сопротивление двух параллельно соединенных проводников равно произведению сопротивлений этих проводников, деленному на их сумму.*

Если сопротивления отдельных ветвей равны между собой:

$$R_1 = R_2 = R_3 = \dots = R_n = r,$$

то

$$\frac{1}{R} = \underbrace{\frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \dots + \frac{1}{r}}_{n \text{ раз}} = \frac{n}{r}.$$

Отсюда

$$R = \frac{r}{n}. \quad (2.8.14)$$

Общее сопротивление  $n$  одинаковых параллельно соединенных проводников равно сопротивлению одного проводника, деленному на их число.



5. Умножив обе части равенства (2.8.9) на напряжение  $U$  на разветвлении, получим:

$$IU = I_1U + I_2U + I_3U,$$

или

$$P = P_1 + P_2 + P_3. \quad (2.8.15)$$

*Мощность тока в разветвлении равна сумме мощностей тока в отдельных ветвях.*

### Смешанное соединение проводников

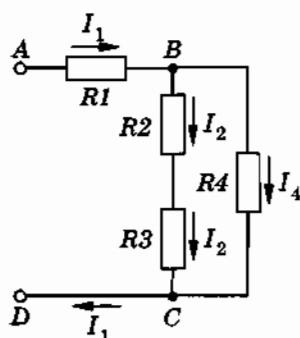


Рис. 2.22

На рисунке 2.22 в качестве примера приведена схема смешанного соединения проводников. В цепи имеются два последовательно соединенных участка: участок  $AB$ , состоящий из одного резистора  $R_1$ , и участок  $BC$ , состоящий из двух параллельных ветвей. Так как одна параллельная ветвь имеет сопротивление  $R_2 + R_3$  (ветвь содержит два последовательно соединенных резистора  $R_2$  и  $R_3$ ), а вторая —  $R_4$ , то сопротивление участка  $BC$

$$R_{BC} = \frac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4},$$

а общее сопротивление всех участков цепи

$$R = R_1 + R_{BC} = R_1 + \frac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

*Различные проводники в цепи соединяются друг с другом последовательно или параллельно. В первом случае сила тока одинакова во всех проводниках, а во втором случае одинаковы напряжения на проводниках. Чаще всего к осветительной сети различные потребители тока подключаются параллельно.*

### § 2.9. ИЗМЕРЕНИЕ СИЛЫ ТОКА, НАПРЯЖЕНИЯ И СОПРОТИВЛЕНИЯ

*Как измерить силу тока амперметром, а напряжение вольтметром, должен знать каждый.*

## Измерение силы тока

Для измерения силы тока в проводнике применяют специальный прибор — амперметр, который включают последовательно с этим проводником (рис. 2.23).

Угол отклонения стрелки амперметра зависит от силы тока в его измерительном механизме. В цепях постоянного тока сила тока измеряется обычно амперметрами магнитоэлектрической системы, устройство и принцип действия которых будут рассмотрены в главе 4.

Включение амперметра не должно вызывать изменения в режиме работы цепи, поэтому *сопротивление амперметра должно быть малым* по сравнению с сопротивлением соответствующего участка цепи.

## Шунты к амперметру

Для измерения силы тока, превышающей силу тока  $I_a$ , на которую рассчитан амперметр, можно воспользоваться этим же амперметром. Для этого надо параллельно амперметру подключить резистор так, чтобы сила тока через амперметр была не больше величины  $I_a$ . Такой резистор называется *шунтом* (рис. 2.24).

При шунтировании амперметра измеряемый ток ( $I$ ) в точке (узле) 1 делится на две части: часть тока проходит через амперметр ( $I_a$ ), а остальная часть — через шунт ( $I_{ш}$ ), т. е.  $I = I_a + I_{ш}$ . Разность потенциалов (напряжение) между точками 1 и 2 (см. рис. 2.24) равна:

$$U_{1,2} = I_a R_a = I \frac{R_a R_{ш}}{R_a + R_{ш}},$$

где  $R_a$  — сопротивление амперметра и  $R_{ш}$  — сопротивление шунта.

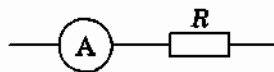


Рис. 2.23

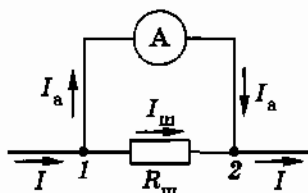


Рис. 2.24

Из последнего выражения находим:

$$I = I_a \frac{R_a + R_{ш}}{R_{ш}},$$

или

$$\frac{I}{I_a} = \frac{R_a}{R_{ш}} + 1. \quad (2.9.1)$$

Отношение  $\frac{I}{I_a}$  (обозначим его буквой  $n$ ) показывает, во сколько раз (с применением шунта) расширяется предел измерения силы тока амперметром, т. е. возрастает цена его деления. Иначе говоря, при включении шунта чувствительность амперметра уменьшается в  $n$  раз: стрелка прибора отклонится на угол, в  $n$  раз меньший, чем без шунта.

Из выражения (2.9.1) с учетом того, что  $\frac{I}{I_a} = n$ , найдем сопротивление шунта:

$$R_{ш} = \frac{R_a}{n - 1}. \quad (2.9.2)$$

Сечение шунтов должно быть таким, чтобы была исключена возможность их нагревания, так как в противном случае сопротивление шунта  $R_{ш}$  будет изменяться в процессе измерения.

## Измерение напряжения

О приборе для измерения напряжения — вольтметре — мы уже говорили в § 2.4 в связи с опытной проверкой закона Ома. Вольтметр присоединяют параллельно участку цепи, напряжение на котором хотят измерить (рис. 2.25). Напряжение на вольтметре такое же, как и на участке цепи. Однако включение вольтметра в цепь изменяет сопротивление участка, где он включен. Оно теперь равно не  $R$ , а

$R' = \frac{RR_B}{R + R_B} < R$ , где  $R_B$  — сопротивление вольтметра. Из-за этого измеряемое напряжение на участке уменьшается. Для того чтобы вольтметр не вносил заметных искажений в измеряемое напряжение, его сопротивление должно быть большим по сравнению

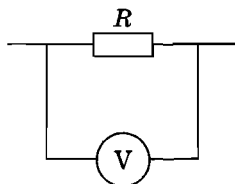


Рис. 2.25

нию с сопротивлением того участка цепи, параллельно которому он включается. В этом легко убедиться, если выражение для  $R'$  преобразовать так:

$$R' = \frac{R}{\frac{R}{R_b} + 1}.$$

Если  $R_b \gg R$ , то  $\frac{R}{R_b} \approx 0$  и  $R' \approx R$ .

### Добавочное сопротивление

Любой вольтметр рассчитан на измерение напряжения, не превышающего некоторого предела (номинальное напряжение)  $U_b$ . Однако в ряде случаев измеряемое напряжение  $U$  может оказаться больше номинального напряжения имеющегося в нашем распоряжении вольтметра. Но если к вольтметру присоединить последовательно с ним дополнительный резистор сопротивлением  $R_d$  (рис. 2.26), то предел измерения напряжения вольтметром расширится.

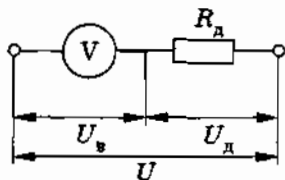


Рис. 2.26

При включении в цепь вольтметра добавочного сопротивления измеряемое напряжение  $U$  делится на две части: одна часть  $U_b$  приходится на вольтметр, другая  $U_d$  — на добавочный резистор:

$$U = U_b + U_d.$$

Сила тока в цепи вольтметра

$$I_b = \frac{U_b}{R_b} = \frac{U}{R_b + R_d}.$$

Отсюда

$$\frac{U}{U_b} = \frac{R_b + R_d}{R_b} = 1 + \frac{R_d}{R_b}. \quad (2.9.3)$$

Отношение  $\frac{U}{U_b} = n$  показывает, во сколько раз расширяется предел измерения напряжения вольтметром, т. е. возрастает цена его деления. Иначе говоря, при подсоединении дополнительного резистора чувствительность вольтметра уменьшается в  $n$  раз.

Из выражения (2.9.3) с учетом того, что  $\frac{U}{U_B} = n$ , найдем значение добавочного сопротивления к вольтметру:

$$R_d = R_B(n - 1). \quad (2.9.4)$$

### Измерение сопротивления амперметром и вольтметром

Включив в цепь постоянного тока приборы, соединенные по схеме, изображенной на рисунке 2.27, и записав их показания, можно по формуле

$$R'_x = \frac{U}{I}$$

определить значение сопротивления участка цепи между точками  $B$  и  $C$ . Однако  $R'_x$  больше искомого сопротивления  $R_x$  на сопротивление амперметра, так как вольтметр измеряет сумму напряжений на резисторе и на амперметре. Эту схему следует применять при измерении сопротивлений, значительно больших сопротивления амперметра.

Соединив приборы по схеме, изображенной на рисунке 2.28, и записав их показания, можно по аналогичной формуле определить значение сопротивления участка цепи  $BC$ :  $R''_x = \frac{U}{I}$ .

Однако  $R''_x$  теперь оказывается меньше искомого сопротивления  $R_x$ , так как сила тока, измеряемая амперметром, равна сумме сил токов в резисторе и вольтметре. Этой схемой следует пользоваться при измерении сопротивлений, значительно меньших сопротивления вольтметра.

Таким образом, ни одна из приведенных схем не дает возможности точного измерения сопротивления.

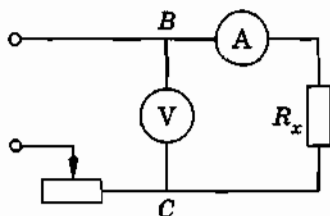


Рис. 2.27

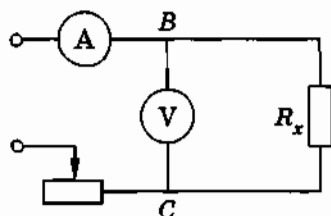


Рис. 2.28

## Определение сопротивления мостиком Уитстона

С помощью установки, называемой мостиком Уитстона, сопротивление измеряют более точно, чем на основе закона Ома.

В схему мостика Уитстона входит реохорд, состоящий из линейки с делениями, на которой натянута тонкая однородная проволока из никелина или другого сплава, имеющего большое удельное сопротивление (рис. 2.29). Между концами  $A$  и  $B$  проволоки включены соединенные последовательно: резистор с известным сопротивлением  $R$  (между точками  $A$  и  $C$ ) и резистор, сопротивление  $R_x$

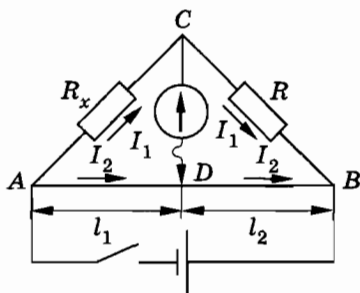


Рис. 2.29

которого должно быть измерено (между точками  $B$  и  $C$ ). Точка  $C$  соединена с одним из зажимов гальванометра с нулем посередине шкалы. Другой зажим гальванометра гибкой проволокой присоединен к ползунку  $D$ , скользящему вдоль проволоки реохорда. Эта часть прибора  $CD$  похожа на мостик, перекинутый между двумя ветвями измерительной цепи, и дает название всей установке.

К концам  $A$  и  $B$  реохорда присоединены провода от зажимов источника тока (аккумулятора или гальванического элемента).

При замыкании цепи ток пойдет по ветвям  $ACB$  и  $ADB$ . Ток пройдет также по мостику  $CD$  и вызовет отклонение стрелки гальванометра.

Передвигая ползунок  $D$  и тем самым меняя сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  частей проволоки, можно добиться того, чтобы стрелка гальванометра установилась на нуле. А это означает, что ток через мостик не идет. Следовательно, потенциалы точек  $C$  и  $D$  равны между собой:

$$\varphi_C = \varphi_D = \varphi.$$

Обозначим потенциалы точек  $A$  и  $B$  соответственно через  $\varphi_A$  и  $\varphi_B$ , а силу тока в ветвях  $ACB$  и  $ADB$  через  $I_1$  и  $I_2$ .

Тогда на основании закона Ома для участка цепи имеем:

$$\varphi_A - \varphi = I_1 R_x; \quad \varphi - \varphi_B = I_1 R;$$

$$\varphi_A - \varphi = I_2 R_1; \quad \varphi - \varphi_B = I_2 R_2.$$

Отсюда

$$I_1 R_x = I_2 R_1 \text{ и } I_1 R = I_2 R_2.$$

Разделим почленно первое равенство на второе:

$$\frac{R_x}{R} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Так как проволока реохорда однородная, то сопротивления ее частей пропорциональны их длинам:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Следовательно,

$$\frac{R_x}{R} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Отсюда

$$R_x = \frac{R l_1}{l_2}. \quad (2.9.5)$$

Эта формула позволяет измерить неизвестное сопротивление. Включив резисторы с измеряемым и известным сопротивлениями так, как показано на рисунке 2.29, передвигают ползунок до тех пор, пока стрелка гальванометра не установится на нуле. Затем измеряют «плечи» реохорда  $l_1$  и  $l_2$  и вычисляют неизвестное сопротивление по формуле (2.9.5).

*Амперметр включают последовательно с проводником, в котором измеряют силу тока. Вольтметр включают параллельно проводнику, на котором измеряют напряжение.*

## § 2.10. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

В задачах на материал предыдущих параграфов главы используется закон Ома (2.4.3), а также формулы (2.4.6), (2.5.1) и (2.5.2) для зависимости сопротивления от свойств проводника и температуры.

При решении задач на работу и мощность тока надо применять формулы (2.7.1)—(2.7.7). В задачах на тепловое действие тока используется закон Джоуля—Ленца. Причем формулой  $Q = I^2 R \Delta t$  удобно пользоваться для последовательного соединения проводников, так как сила тока в этом случае одинакова во всех проводниках. При параллельном соединении про-

водников удобна формула  $Q = \frac{U^2}{R} \Delta t$ , так как в этом случае одинаково напряжение на всех проводниках.

При решении задач на электрические цепи постоянного тока надо, как правило, нарисовать схему цепи и выяснить, какие проводники соединены между собой последовательно, какие — параллельно, и воспользоваться необходимыми формулами для последовательного и параллельного соединения проводников (2.8.3)—(2.8.15).

В более сложных случаях, когда в схеме невозможно выделить последовательно и параллельно соединенные проводники, следует попытаться найти точки с одинаковыми потенциалами. Эти точки можно или разъединить, исключив соединяющие их проводники, или соединить в общий узел. Токи в электрической цепи от этого не изменятся, так как между такими точками ток не идет. Точки с равными потенциалами легко найти в схемах, обладающих симметричными контурами. После соединения или разъединения точек с равными потенциалами обычно получается эквивалентная схема, состоящая из последовательно и параллельно соединенных проводников.

Однако встречаются сложные схемы, в которых не существует точек с одинаковыми потенциалами. Решение таких задач требует некоторой изобретательности (см. решение задачи 9).

### Задача 1

Плоский воздушный конденсатор с квадратными пластинами (сторона пластины  $a = 20$  см) равномерно погружается в жидкий диэлектрик ( $\epsilon = 3,3$ ) так, что пластины оказываются перпендикулярными уровню жидкости. Расстояние между пластинами  $d = 2,5$  мм. К конденсатору подключен источник постоянного напряжения  $U = 100$  В. Какова сила тока в проводах, соединяющих пластины с полюсами источника, в процессе погружения конденсатора в диэлектрик со скоростью  $v = 0,5$  м/с?

**Решение.** Сила тока, согласно формуле (2.2.3), равна:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Найдем изменение заряда  $\Delta q$  на одной из пластин конденсатора за время  $\Delta t$  полного его погружения в диэлектрик.



В момент начала погружения заряд на пластине конденсатора

$$q_1 = C_1 U = \frac{\epsilon_0 S}{d} U = \frac{\epsilon_0 a^2 U}{d},$$

где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м — электрическая постоянная. В конце погружения заряд на пластине конденсатора

$$q_2 = C_2 U = \frac{\epsilon \epsilon_0 a^2 U}{d}.$$

Следовательно,  $\Delta q = q_2 - q_1 = \frac{\epsilon_0 a^2 U}{d} (\epsilon - 1)$ . Время погружения

$$\Delta t = \frac{a}{v}.$$

Отсюда

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1) a v U}{d} \approx 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ А.}$$

## Задача 2

Удельное сопротивление графитового стержня от карандаша  $\rho = 4 \cdot 10^{-4}$  Ом · м. Чему равна сила тока  $I$  в стержне, если к его концам приложено напряжение  $U = 6$  В? Длина стержня  $l = 20$  см, его диаметр  $d = 2$  мм.

**Решение.** По закону Ома (2.4.3)  $I = \frac{U}{R}$ , где  $R = \rho \frac{l}{S}$ . Площадь поперечного сечения стержня  $S = \frac{\pi d^2}{4}$ . Следовательно,

$$R = \frac{4\rho l}{\pi d^2}.$$

Значит,

$$I = \frac{\pi d^2 U}{4\rho l} \approx 0,24 \text{ А.}$$

## Задача 3

Два проводника с температурными коэффициентами сопротивления  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  имеют при  $0^\circ\text{C}$  сопротивления  $R_{01}$  и  $R_{02}$ . Чему равен температурный коэффициент сопротивления провод-

ника, составленного из двух данных проводников, соединенных: а) последовательно; б) параллельно?

**Решение.** Согласно соотношению (2.5.1) сопротивления проводников при температуре  $t$  соответственно равны:

$$R_1 = R_{01}(1 + \alpha_1 t),$$

$$R_2 = R_{02}(1 + \alpha_2 t).$$

а) При последовательном соединении, согласно формуле (2.8.6), общее сопротивление

$$R = R_1 + R_2 = R_{01} + R_{02} + (\alpha_1 R_{01} + \alpha_2 R_{02})t.$$

С другой стороны, можно написать:

$$R = R_0(1 + \alpha' t),$$

где  $R_0 = R_{01} + R_{02}$ , а  $\alpha'$  — искомый температурный коэффициент. Отсюда

$$\alpha' = \frac{R_{01}\alpha_1 + R_{02}\alpha_2}{R_{01} + R_{02}}.$$

б) При параллельном соединении, согласно формуле (2.8.13), общее сопротивление

$$R' = \frac{R_{01}R_{02}(1 + \alpha_1 t)(1 + \alpha_2 t)}{R_{01}(1 + \alpha_1 t) + R_{02}(1 + \alpha_2 t)} = R'_0(1 + \alpha'' t),$$

где  $R'_0 = \frac{R_{01}R_{02}}{R_{01} + R_{02}}$  — сопротивление параллельно соединенных проводников при  $0^\circ\text{C}$ . Пренебрегая членами, пропорциональными произведениям температурных коэффициентов, как малыми, получим:

$$\alpha'' = \frac{R_{02}\alpha_1 + R_{01}\alpha_2}{R_{01} + R_{02}}.$$

#### Задача 4

Линия электропередачи имеет сопротивление  $R = 250$  Ом. Какое напряжение должно быть на зажимах генератора для того, чтобы при передаче по этой линии к потребителю мощности  $P = 25$  кВт потери в линии не превышали  $\beta = 4\%$  передаваемой потребителю мощности?

**Решение.** Передаваемая мощность

$$P = IU, \quad (2.10.1)$$

где  $I$  — сила тока в линии, а  $U$  — искомое напряжение. Потери мощности в линии электропередачи

$$P_{\text{потерь}} = \beta P = \beta IU. \quad (2.10.2)$$

С другой стороны,

$$P_{\text{потерь}} = I^2 R. \quad (2.10.3)$$

Из равенств (2.10.2) и (2.10.3) находим:

$$I = \frac{\beta U}{R}. \quad (2.10.4)$$

Подставляя найденное значение силы тока в выражение для передаваемой мощности (2.10.1), получим:

$$U = \sqrt{\frac{PR}{\beta}} = 12500 \text{ В} = 12,5 \text{ кВ}.$$

### Задача 5

Три нагревательных прибора мощностью  $P_1 = 50$  Вт,  $P_2 = 25$  Вт и  $P_3 = 50$  Вт, рассчитанные на напряжение  $U = 110$  В каждый, соединены, как показано на рисунке 2.30, и включены в сеть с напряжением  $U_1 = 2U = 220$  В. Определите мощность, выделяемую каждым нагревательным прибором.

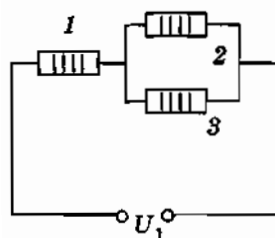


Рис. 2.30

**Решение.** Номинальные мощности приборов, согласно формуле (2.7.7), равны соответственно:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1}; P_2 = \frac{U^2}{R_2}; P_3 = \frac{U^2}{R_3}.$$

Отсюда находим сопротивления приборов (в рабочем состоянии):

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1}; R_2 = \frac{U^2}{P_2}; R_3 = \frac{U^2}{P_3}.$$

Если не учитывать изменение сопротивления приборов при их работе, то общее сопротивление всех нагревательных приборов

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{U^2(P_1 + P_2 + P_3)}{P_1(P_2 + P_3)}.$$

Сила тока в цепи (и в нагревательном элементе)

$$I = \frac{2U}{R} = \frac{2P_1(P_2 + P_3)}{U(P_1 + P_2 + P_3)}.$$

Мощность  $P'_1$ , выделяемую прибором 1, удобно найти по формуле (2.7.6):

$$P'_1 = I^2 R_1 = \frac{4P_1(P_2 + P_3)^2}{(P_1 + P_2 + P_3)^2} = 72 \text{ Вт.}$$

Напряжение на нагревательных элементах 2 и 3 по закону Ома равно:

$$U_{2,3} = IR_{2,3} = I \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

Теперь найдем мощность, выделяемую приборами 2 и 3:

$$P'_2 = \frac{U_{2,3}^2}{R_2} = \frac{I^2 R_2 R_3^2}{(R_2 + R_3)^2} = \frac{4P_1^2 P_2}{(P_1 + P_2 + P_3)^2} = 16 \text{ Вт.}$$

$$P'_3 = \frac{U_{2,3}^2}{R_3} = \frac{4P_1^2 P_3}{(P_1 + P_2 + P_3)^2} = 32 \text{ Вт.}$$

### Задача 6

В цепи, схема которой изображена на рисунке 2.31, сопротивления всех резисторов известны и равны соответственно  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 10 \text{ Ом}$ . Сила тока в резисторе  $R_4$   $I_4 = 0,5 \text{ А}$ . Определите силу тока во всех остальных резисторах и напряжение на зажимах цепи.

**Решение.** Решение задачи значительно облегчается, если приведенную на рисунке 2.31 схему заменить эквивалентной (рис. 2.32).

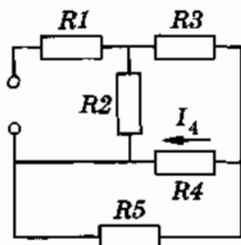


Рис. 2.31

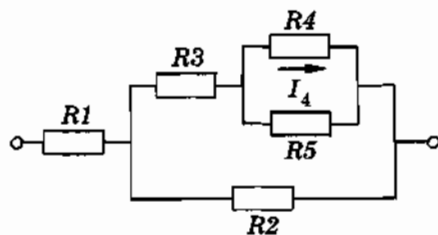


Рис. 2.32

В задачах на сложное соединение большого количества резисторов расчеты в общем виде можно не производить. Проще для каждой величины сразу получать числовой ответ. Найдем силу тока в резисторе  $R_5$ . Она равна напряжению на разветвлении 4—5, деленному на  $R_5$ :

$$I_5 = \frac{I_4 R_4}{R_5} = \frac{0,5 \text{ А} \cdot 40 \text{ Ом}}{10 \text{ Ом}} = 2 \text{ А.}$$

$$I_3 = I_4 + I_5 = 2,5 \text{ А.}$$

$$R_{3,4,5} = R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = 2 \text{ Ом} + \frac{40 \cdot 10}{50} \text{ Ом} = 10 \text{ Ом.}$$

Отсюда

$$I_2 = \frac{I_3 R_{3,4,5}}{R_2} = \frac{2,5 \text{ А} \cdot 10 \text{ Ом}}{5 \text{ Ом}} = 5 \text{ А.}$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 7,5 \text{ А.}$$

Напряжение на зажимах цепи

$$U = I_1 R_1 + I_2 R_2 = 7,5 \text{ А} \cdot 2 \text{ Ом} + 5 \text{ А} \cdot 5 \text{ Ом} = 40 \text{ В.}$$

Итак,  $I_1 = 7,5 \text{ А}$ ;  $I_2 = 5 \text{ А}$ ;  $I_3 = 2,5 \text{ А}$ ;  $I_5 = 2 \text{ А}$ ;  $U = 40 \text{ В}$ .

### Задача 7

На рисунке 2.33 изображена схема потенциометра (делителя напряжения) — устройства, предназначенного для получения плавно изменяемого напряжения  $U$  от источника постоянного напряжения  $U_0$  ( $U \leq U_0$ ). Сопротивление потенциометра  $R_0 = 4 \text{ кОм}$ , напряжение  $U_0 = 220 \text{ В}$ . Определите напряжение  $U$  на нагрузке (потребителе), сопротивление которой  $R = 10 \text{ кОм}$ , когда скользящий контакт  $D$  установлен посередине проводника  $AB$ .

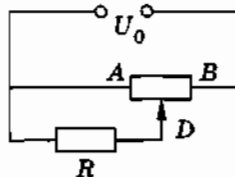


Рис. 2.33

**Решение.** В цепи имеются два последовательно соединенных участка: участок  $AD$ , состоящий из половины проводника  $AB$  (сопротивлением  $R_0/2$ ) и нагрузки (сопро-

тивлением  $R$ ), соединенных параллельно, и участок  $DB$  сопротивлением  $R_0/2$ . Сопротивление участка  $AD$  равно:

$$R_{AD} = \frac{\frac{R_0}{2}R}{\frac{R_0}{2} + R} = \frac{R_0R}{R_0 + 2R}.$$

Общее сопротивление цепи:

$$R_{AB} = R_{AD} + \frac{R_0}{2} = \frac{2R_{AD} + R_0}{2}.$$

Сила тока в цепи:

$$I = \frac{U_0}{R_{AB}} = \frac{2U_0}{2R_{AD} + R_0}.$$

Искомое напряжение

$$U = IR_{AD} = \frac{2U_0R_{AD}}{2R_{AD} + R_0} = \frac{2U_0R}{R_0 + 4R} = 100 \text{ В}.$$

### Задача 8

Найдите сопротивление шестиугольника, изображенного на рисунке 2.34, если напряжение подведено к точкам  $A$  и  $B$ . Сопротивление каждого проводника схемы равно  $R$ .

**Решение.** Заменяем первоначальную схему (см. рис. 2.34) эквивалентной схемой (рис. 2.35). Допустимость такой замены можно обосновать следующим образом. Ввиду симметрии схемы (см. рис. 2.35) относительно оси (прямой)  $AB$  потенциалы

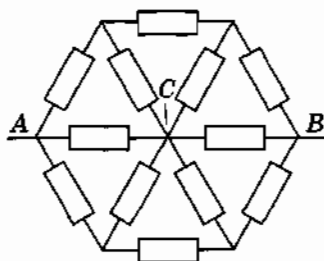


Рис. 2.34

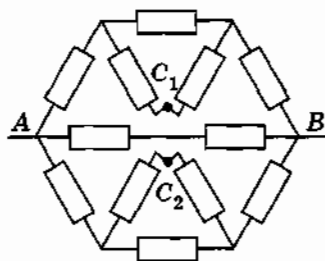


Рис. 2.35

в точках  $C_1$  и  $C_2$  одинаковы ( $\varphi_1 = \varphi_2$ ). Поэтому эти точки можно соединить в одну точку  $C$  и получить таким образом исходную схему (см. рис. 2.34).

Сопротивление цепи по схеме рисунка 2.35 легко вычислить. Верхняя ветвь обладает сопротивлением  $R_1 = R + \frac{R \cdot 2R}{3R} + R = \frac{8}{3}R$ . Таково же сопротивление нижней ветви. Сопротивление средней ветви  $R_2 = 2R$ . Согласно формуле (2.8.11) имеем:

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{8/3R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{8/3R}.$$

Отсюда

$$R_x = \frac{4}{5}R.$$

### Задача 9

Определите общее сопротивление  $R_0$  цепи, схема которой изображена на рисунке 2.36.

**Решение.** Зададим (произвольно) направления токов в ветвях (см. рис. 2.36). Запишем по первому правилу Кирхгофа уравнения для узлов  $A$ ,  $B$  и  $D$ :

$$I_0 = I_1 + I_2 \quad (\text{для узла } A);$$

$$I_4 = I_1 + I_3 \quad (\text{для узла } B);$$

$$I_2 = I_3 + I_5 \quad (\text{для узла } D),$$

где  $I_0, I_1, \dots, I_5$  — модули сил токов в неразветвленной части цепи и в отдельных ветвях.

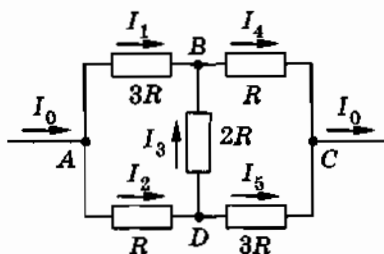


Рис. 2.36

Еще два уравнения можно записать, пользуясь тем, что падения напряжений на участках  $AB$  и  $DC$  соответственно равны сумме падений напряжений на участках  $AD$  и  $DB$ ,  $DB$  и  $BC$ :

$$\varphi_A - \varphi_B = \varphi_A - \varphi_D + \varphi_D - \varphi_B$$

и

$$\varphi_D - \varphi_C = \varphi_D - \varphi_B + \varphi_B - \varphi_C,$$

или

$$I_1 \cdot 3R = I_2 R + I_3 \cdot 2R,$$

$$I_5 \cdot 3R = I_3 \cdot 2R + I_4 R.$$

В итоге мы получили систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_0, \\ I_1 + I_3 = I_4, \\ I_3 + I_5 = I_2, \\ 3I_1 - I_2 = 2I_3, \\ I_4 + 2I_3 = 3I_5. \end{cases} \quad (2.10.5)$$

Искомое сопротивление  $R_0$  можно определить, пользуясь тем, что разность потенциалов между точками (узлами)  $A$  и  $C$  равна либо  $I_0 R_0$ , либо  $I_1 \cdot 3R + I_4 R$ , так как  $\varphi_A - \varphi_C = \varphi_A - \varphi_B + \varphi_B - \varphi_C$ .

Таким образом,

$$I_0 R_0 = (3I_1 + I_4)R.$$

Решая систему уравнений (2.10.5), найдем, что

$$3I_1 + I_4 = \frac{7}{4}I_0.$$

Следовательно,

$$I_0 R_0 = \frac{7}{4}I_0 R.$$

Отсюда  $R_0 = \frac{7}{4}R$ .

### Задача 10

В схеме, изображенной на рисунке 2.37, сопротивления резисторов, емкость конденсатора и напряжение на зажимах цепи известны. Определите заряд на конденсаторе.

**Решение.** При расчете цепей постоянного тока, содержащих конденсаторы, следует обратить внимание на то, что постоян-



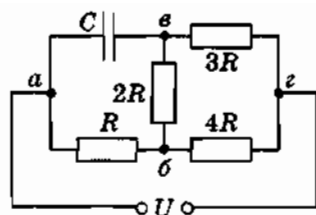


Рис. 2.37

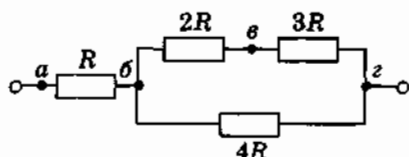


Рис. 2.38

ный ток через конденсатор не проходит. Поэтому режим данной цепи не изменится, если конденсатор из нее исключить. После этого получим схему, изображенную на рисунке 2.38.

Чтобы найти заряд на конденсаторе, надо найти разность потенциалов на его обкладках:  $\varphi_a - \varphi_c$ . Из рисунка 2.37 видно, что

$$\varphi_a - \varphi_c = \varphi_a - \varphi_b + \varphi_b - \varphi_c = U_{ab} + U_{bc}.$$

Общее сопротивление цепи

$$R_0 = R + \frac{5R \cdot 4R}{9R} = \frac{29}{9} R.$$

Сила тока в цепи равна:

$$I = \frac{U}{R_0} = \frac{9U}{29R}.$$

Отсюда

$$U_{ab} = IR = \frac{9}{29} U.$$

Напряжение на участке  $bc$ :

$$U_{bc} = U - U_{ab} = \frac{20}{29} U.$$

Сила тока в верхней ветви участка  $bc$ , равная силе тока в резисторе сопротивлением  $2R$ , определится так:

$$I_{bcz} = \frac{U_{bc}}{5R} = \frac{4U}{29R}.$$

Отсюда

$$U_{bc} = I_{bcz} \cdot 2R = \frac{8U}{29}$$

и

$$U_{ac} = \frac{9}{29} U + \frac{8}{29} U = \frac{17}{29} U.$$

Заряд на конденсаторе

$$q \approx U_{ас} C = \frac{17}{29} CU.$$

### Задача 11

Измерительный прибор с внутренним сопротивлением  $R_0 = 75$  Ом имеет шкалу на  $n = 150$  делений. Цена деления  $U_0 = 10$  мВ/дел. Как этим прибором измерить: а) силу тока до  $I = 1,5$  А; б) напряжение до  $U = 750$  В?

**Решение.** а) Для того чтобы измерительный прибор превратить в амперметр, надо параллельно прибору включить шунт. Рассчитаем его сопротивление. Предел измерительного прибора по напряжению равен  $U_n = nU_0$ , а по силе тока, согласно закону Ома,

$$I_n = \frac{nU_0}{R_0}.$$

Число, показывающее, во сколько раз надо расширить предел измерения прибора, чтобы измерять им силу тока  $I$ , равно:

$$\frac{I}{I_n} = \frac{IR_0}{nU_0}.$$

Согласно соотношению (2.9.2)

$$R_{ш} = \frac{R_0}{\frac{IR_0}{nU_0} - 1} = \frac{nU_0 R_0}{IR_0 - nU_0}.$$

Итак, для измерения силы тока до  $I = 1,5$  А надо параллельно прибору включить шунт сопротивлением

$$R_{ш} = \frac{nU_0 R_0}{IR_0 - nU_0} = 1,01 \text{ Ом.}$$

б) Для использования измерительного прибора в качестве вольтметра для измерения напряжения до  $U = 750$  В надо, согласно соотношению (2.9.4), последовательно с прибором включить дополнительный резистор сопротивлением

$$R_{д} = R_0 \left( \frac{U}{nU_0} - 1 \right) \approx 37 \text{ 400 Ом.}$$

## Упражнение 5

1. Определите плотность тока  $j$  в проводнике длиной  $l = 10$  м с удельным сопротивлением  $\rho = 5,5 \cdot 10^{-7}$  Ом  $\cdot$  м, если напряжение на его концах  $U = 10$  В.
2. Двум одинаковым плоским конденсаторам, соединенным параллельно, сообщен заряд  $q$ . В момент времени  $t = 0$  расстояние между пластинами первого конденсатора начинает равномерно увеличиваться по закону  $d_1 = d_0 + vt$ , а расстояние между пластинами второго — равномерно уменьшаться по закону  $d_2 = d_0 - vt$ . Пренебрегая сопротивлением подводющих проводов, найдите силу тока в цепи во время движения пластин конденсаторов.
3. Какой заряд прошел через поперечное сечение проводника, если известно, что сила электрического тока в этом проводнике равномерно увеличилась от нуля до  $I = 5$  А за  $t = 10$  с?
4. При включении в электрическую цепь проводника диаметром  $d = 0,5$  мм и длиной  $l = 470$  мм разность потенциалов на концах проводника оказалась равной  $U = 1,2$  В при силе тока в цепи  $I = 1$  А. Определите удельное сопротивление  $\rho$  материала проводника.
5. Для измерения температуры применили железную проволоку, имеющую при температуре  $t = 10$  °С сопротивление  $R = 15$  Ом. При некоторой температуре  $t_1$  сопротивление ее стало  $R_1 = 18$  Ом. Определите эту температуру, если температурный коэффициент сопротивления железа  $\alpha = 0,006$  К $^{-1}$ .
6. Падение напряжения на единицу длины вольфрамовой нити накаливания горячей электролампочки  $\Delta U = 300$  В/м; диаметр нити  $d = 6 \cdot 10^{-2}$  мм. Найдите силу тока в нити, если ее температура  $t = 2000$  °С. Удельное сопротивление вольфрама при 0 °С  $\rho_0 = 5,5 \cdot 10^{-7}$  Ом  $\cdot$  м. Температурный коэффициент сопротивления  $\alpha = 0,0046$  К $^{-1}$ .
7. Почему при включении в сеть нагревательного прибора большой мощности (например, электрокамина) накал лампочек в квартире сразу же заметно падает, а через небольшой промежуток времени увеличивается, достигая примерно прежней яркости?
8. Электрическую плитку, рассчитанную на напряжение 220 В, требуется переделать, не меняя и не укорачивая спирали, на 110 В так, чтобы ее мощность осталась прежней. Что нужно для этого сделать?

9. Лифт массой  $m = 1,4$  т равномерно поднимается на высоту  $h = 20$  м. Определите время подъема, если известно, что сила тока в электродвигателе лифта  $I = 40$  А при напряжении на его зажимах  $U = 220$  В. КПД двигателя  $\eta = 90\%$ .
10. Какую массу льда, имеющего температуру  $t = -10^\circ\text{C}$ , можно растопить за время  $\tau = 10$  мин в электрокипяльнике, работающем от сети напряжением  $U = 220$  В при силе тока  $I = 3$  А? Коэффициент полезного действия электрокипяльника  $\eta = 80\%$ . Удельная теплоемкость льда  $c = 2,1 \cdot 10^3$  Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,35 \cdot 10^5$  Дж/кг.
11. Сколько витков никелиновой проволоки надо намотать на фарфоровый цилиндр диаметром  $d_1 = 1,5$  см, чтобы изготовить кипятыльник, в котором за время  $\tau = 10$  мин закипает вода объемом  $V = 1,2$  л, взятая при температуре  $t = 10^\circ\text{C}$ ? КПД установки  $\eta = 60\%$ ; диаметр проволоки  $d_2 = 0,2$  мм; напряжение сети  $U = 100$  В. Удельная теплоемкость воды  $c = 4,2 \cdot 10^3$  Дж/(кг · К); удельное сопротивление никелина  $\rho = 4,2 \cdot 10^{-7}$  Ом · м.
12. Какого сечения надо взять медный провод для устройства линии электропередачи от электростанции до потребителя, расположенного на расстоянии  $l = 1$  км, чтобы передать потребителю мощность  $P = 8$  кВт? Напряжение на станции  $U = 130$  В, допустимая потеря напряжения на линии  $\beta = 8\%$ . Удельное сопротивление меди  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$  Ом · м.
13. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них вода в нем закипает через промежуток времени  $t_1 = 10$  мин, а при включении другой — через  $t_2 = 15$  мин. Через сколько времени закипит вода в чайнике, если обе обмотки включить одновременно: а) параллельно; б) последовательно?
14. Найдите сопротивление цепи, схема которой изображена на рисунке 2.39. Сопротивлением соединительных проводов  $AC'C$  и  $BC''D$  пренебречь.

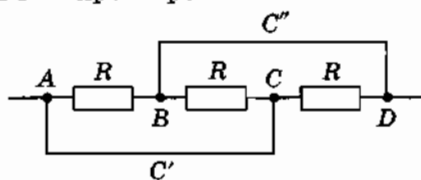


Рис. 2.39

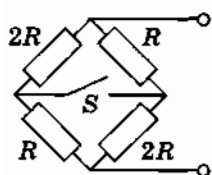


Рис. 2.40

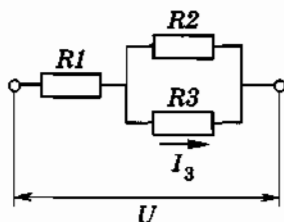


Рис. 2.41

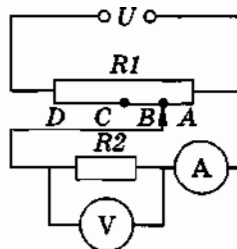


Рис. 2.42

15. Когда ключ  $S$  замкнут, сопротивление участка цепи, схема которой изображена на рисунке 2.40, равно  $R_1 = 80$  Ом. Определите сопротивление  $R_2$  этого участка цепи при разомкнутом ключе. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.
16. В цепи, схема которой представлена на рисунке 2.41,  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 40$  Ом; приложенное к зажимам цепи напряжение  $U = 120$  В. Определите сопротивление резистора  $R_3$ , если сила тока в нем  $I_3 = 2$  А.
17. Сопротивление делителя напряжения (потенциометра)  $R_1 = 80$  Ом (рис. 2.42). Сопротивление нагрузки  $R_2 = 100$  Ом. Напряжение на зажимах потенциометра  $U = 50$  В. Какими будут показания амперметра и вольтметра, если движок потенциометра поочередно устанавливать в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ ?  $R_{AB} = \frac{1}{4} R_1$ ,  $R_{AC} = \frac{1}{2} R_1$ . Сопротивлениями амперметра и соединительных проводов пренебречь, а сопротивление вольтметра считать бесконечно большим.
18. Какое сопротивление  $r$  необходимо включить между точками  $C$  и  $D$  (рис. 2.43), чтобы сопротивление всей цепочки (между точками  $A$  и  $B$ ) не зависело от числа элементарных ячеек?

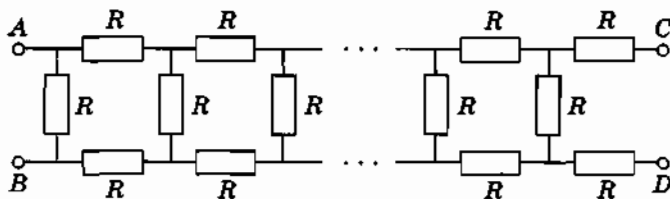


Рис. 2.43

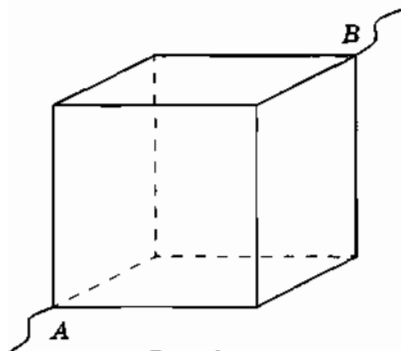


Рис. 2.44

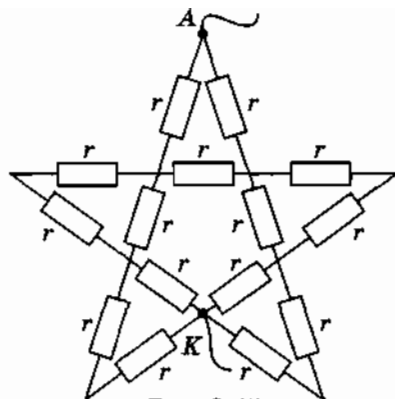


Рис. 2.45

19. Найдите сопротивление  $R_0$  тетраэдра (правильной треугольной пирамиды), изготовленного из шести проволок сопротивлением  $R$  каждая. Подводящие провода присоединены к любым двум вершинам тетраэдра.
20. Найдите сопротивление  $R_0$  проволочного куба при включении его в цепь между точками  $A$  и  $B$  (рис. 2.44). Сопротивление каждого ребра куба равно  $R$ .
21. Найдите сопротивление  $R_0$  пятиконечной звезды, показанной на рисунке 2.45, все участки которой обладают одинаковым сопротивлением  $r$ . Подводящие провода присоединены к точкам  $A$  и  $K$ .

22. Каков заряд пластин конденсатора  $C$  в цепи, схема которой изображена на рисунке 2.46? Сопротивления резисторов  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  и напряжение  $U$  считаются известными.

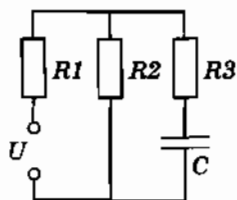


Рис. 2.46

23. Предел измерения миллиамперметра с внутренним сопротивлением  $R = 150$  Ом равен  $I = 10$  мА. Какой длины  $l$  нужно взять марганциновую проволоку диаметром  $d = 0,1$  мм в качестве добавочного резистора, чтобы использовать этот миллиамперметр как вольтметр с пределом измерения  $U = 10$  В? Удельное сопротивление марганца  $\rho = 4,2 \cdot 10^{-7}$  Ом  $\cdot$  м.
24. Если вольтметр соединить последовательно с резистором сопротивлением  $R = 10$  кОм, то при напряжении в цепи

$U = 120$  В он покажет  $U_1 = 50$  В. Если соединить его последовательно с резистором неизвестного сопротивления, то при том же напряжении он покажет  $U_2 = 10$  В. Чему равно неизвестное сопротивление?

25. Для определения напряжения на резисторе  $R$  к концам его подключают вольтметр. Какая относительная ошибка  $\delta$  будет допущена, если показания вольтметра принять за то напряжение, которое было на резисторе до включения прибора? Сила тока в цепи постоянна. Сопротивление вольтметра  $R_0$ .

## § 2.11. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА

Любой источник тока характеризуется электродвижущей силой, или ЭДС. Так, на круглой батарейке для карманного фонарика написано: 1,5 В. Что это значит?

В § 2.3 мы установили, что для длительного существования электрического тока в проводнике на его концах должна поддерживаться постоянная разность потенциалов. Как же это осуществить?

Если взять два заряженных тела (например, два шара)  $A$  и  $B$ , несущих заряды противоположного знака  $+q$  и  $-q$ , и соединить их проводником, то в нем возникнет электрическое поле и потечет ток (рис. 2.47, а). В процессе прохождения тока оба тела будут разряжаться (электроны с шара  $B$  будут переходить на шар  $A$ ), разность потенциалов между ними начнет падать; вскоре она станет равной нулю, и ток в проводнике  $AB$  прекратится.

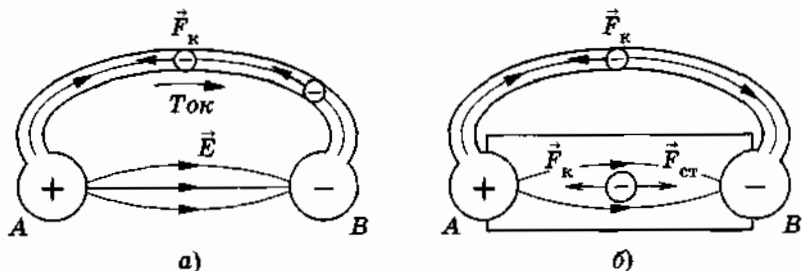


Рис. 2.47

## Сторонние силы

Для того чтобы ток в проводнике  $AB$  не прекращался, а был постоянным, надо шары  $A$  и  $B$  все время подзаряжать, чтобы обеспечить постоянную разность потенциалов между ними. Для этого необходимо иметь устройство (оно называется источником тока), которое непрерывно перемещало бы заряды в направлении, противоположном направлению кулоновских сил, действующих на эти заряды со стороны электрического поля заряженных шаров. В таком устройстве на заряды должны действовать силы, отличные от кулоновских (рис. 2.47, б). Одни лишь электростатические (кулоновские) силы не могут поддерживать постоянный ток в цепи.

*Любые силы, действующие на электрически заряженные частицы, за исключением электростатических (кулоновских) сил, называются сторонними силами.*

Вывод о необходимости действия сторонних сил для поддержания постоянного тока в электрической цепи станет еще очевиднее, если обратиться к закону сохранения энергии.

Мы уже говорили (см. § 2.3), что стационарное электрическое поле, связанное с проводником с током, является потенциальным. Работа этого поля при перемещении заряженных частиц вдоль замкнутой цепи равна нулю. Прохождение же тока по проводникам сопровождается выделением энергии — проводники нагреваются. Следовательно, в любой цепи должен быть какой-то источник энергии, поставляющий ее в цепь. В нем, помимо кулоновских сил, обязательно должны действовать сторонние непотенциальные силы, работа которых вдоль замкнутой цепи отлична от нуля. Именно за счет работы этих сил заряженные частицы приобретают энергию и отдают ее затем при движении в проводниках электрической цепи.

Сторонние силы приводят в движение заряженные частицы внутри источников тока: в генераторе на электростанции, в гальваническом элементе, аккумуляторе и т. д. В результате на клеммах источника появляются заряды противоположного знака, и между клеммами создается определенная разность потенциалов. При замыкании цепи начинает действовать механизм образования поверхностных зарядов, создающих электрическое поле во всей цепи (см. § 2.3).

Внутри источника заряды движутся под действием сторонних сил против сил электростатического поля (положительные — от отрицательно заряженного электрода к положитель-



но заряженному, а отрицательные — наоборот), а во всей остальной части цепи их приводит в движение стационарное электрическое поле (см. рис. 2.47, б).

### Механическая аналогия электрической цепи

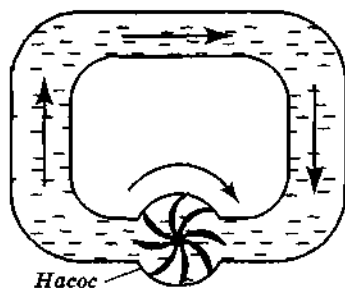


Рис. 2.48

Для лучшего понимания значения источника тока в замкнутой электрической цепи рассмотрим следующую механическую аналогию. На рисунке 2.48 изображен замкнутый контур, состоящий из труб и насоса. Чтобы исключить действие силы тяжести, предположим, что контур расположен горизонтально. Весь контур заполнен жидкостью, например водой. На

любом участке горизонтальной трубы жидкость течет за счет разности давлений на концах участка. Жидкость перемещается в сторону уменьшения давления. Но сила давления, появляющаяся вследствие сжатия жидкости, — это вид сил упругости, которые являются потенциальными. Поэтому работа этих сил на замкнутом пути, как и работа кулоновских сил, равна нулю. Следовательно, одни эти силы не могут вызвать длительную циркуляцию жидкости в замкнутом контуре, так как течение жидкости сопровождается потерями энергии вследствие действия сил трения.

Для циркуляции воды необходим насос — аналог источника тока. Крыльчатка этого насоса действует на частички жидкости и создает постоянную разность давлений (напор) на входе и выходе насоса, благодаря чему жидкость и течет по трубам. Роль сторонних сил в насосе играет сила, действующая на воду со стороны вращающейся крыльчатки. Внутри насоса вода течет от участков с меньшим давлением к участкам с большим давлением.

### Природа сторонних сил

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в аккумуляторе или гальваническом элементе эта сила возникает благодаря химическим реакциям на границе соприкосновения электродов с раствором электролита (см. § 2.12). В фо-

то элементе эти силы возникают благодаря действию света на вещество. В генераторах электростанций сторонняя сила — это может быть сила, действующая со стороны магнитного поля на электроны в движущемся проводнике (подробнее об этом будет говориться в главе 4).

### Электродвижущая сила

Физическая величина, характеризующая действие сторонних сил в источниках тока, называется **электродвижущей силой** (сокращенно ЭДС). Электродвижущая сила в замкнутом проводящем контуре равна отношению работы сторонних сил по перемещению заряда вдоль контура к этому заряду<sup>1</sup>.

Обозначим ЭДС буквой  $\mathcal{E}$ , работу сторонних сил —  $A_{ст}$ , а переносимый заряд —  $q$ , тогда из определения ЭДС следует, что

$$\mathcal{E} = \frac{A_{ст}}{q}. \quad (2.11.1)$$

Из этой формулы видно, что единицей ЭДС, как и напряжения, является вольт.

Можно говорить об электродвижущей силе на любом участке цепи. Это удельная работа сторонних сил не во всем контуре, а только на данном участке. Электродвижущая сила гальванического элемента, например, численно равна работе сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда внутри элемента от отрицательного его полюса к положительному.

Так как электродвижущая сила представляет собой удельную работу, то она является скалярной величиной, которая может быть как положительной, так и отрицательной. Знак ЭДС определяется в зависимости от произвольно выбранного направления обхода того участка электрической цепи, на котором включен данный источник тока. Если внутри источника тока обход совершается от отрицательного полюса к положительному, то ЭДС положительная ( $\mathcal{E} > 0$ ) (рис. 2.49, а). Сторонние силы внутри источника совершают при этом положительную работу. Если обход совершается от положительного

---

<sup>1</sup> Как видно из определения, ЭДС численно равна работе по перемещению единичного положительного заряда (удельной работе), а не силе в обычном понимании этого слова. Здесь опять используется не очень удачная, но давно устоявшаяся терминология.

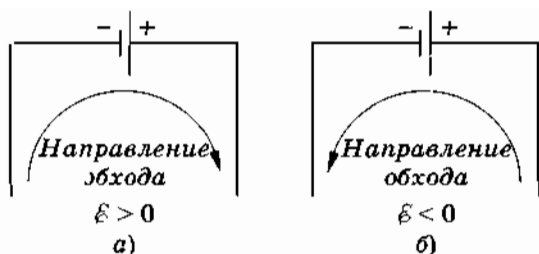


Рис. 2.49

полюса к отрицательному, то ЭДС отрицательная ( $\varepsilon < 0$ ) (рис. 2.49, б).

Теперь вы знаете, что такое ЭДС. Если на батарейке написано 1,5 В, то это означает, что сторонние силы (химические в данном случае) совершают работу 1,5 Дж при перемещении заряда в 1 Кл от одного полюса батарейки к другому. Постоянный ток не может существовать в замкнутой цепи, если в ней не действуют сторонние силы, т. е. нет источника ЭДС.

## § 2.12. ГАЛЬВАНИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

В начале прошлого века был создан первый источник постоянного электрического тока — гальванический элемент. После этого открылась возможность изучения и широкого практического использования электрического тока. В гальваническом элементе энергия, выделяемая в электрической цепи, получается за счет энергии, освобождающейся при химических реакциях, сопровождающих работу элемента.

Гальванические элементы в простейшем варианте состоят из двух химически различных электродов, опущенных в водный раствор того или иного электролита. Первый гальванический элемент, состоящий из медного и цинкового электродов, переложенных смоченным соленой водой сукном, был изобретен итальянским физиком Алессандро Вольта (1745—1827).

### Опыты Гальвани. Открытие Вольта

Гальванический элемент получил свое название по имени итальянского врача и анатома Луиджи Гальвани (1737—1798), опыты которого дали толчок к исследованиям Вольта.

Гальвани пытался обнаружить действие атмосферного электричества на мышцы живого организма — лягушки. Для этого он подвесил препарированную лягушку на медном крючке к железному забору, причем крючок проходил через спинной мозг лягушки. Прижимая крючок к перилам, Гальвани обнаружил сильное сокращение мышц. К счастью, он сумел догадаться, что дело здесь не в атмосферном электричестве. Сокращение наблюдалось всегда, когда прикасались к лапке лягушки двумя различными металлами, находящимися между собой в контакте.

Зная, что сокращение мышц возникает при электрическом разряде, Гальвани решил, что открыл «животное электричество», вырабатываемое в организме. Металлический проводник, как полагал Гальвани, позволяет электричеству быстро переходить из одних частей мышцы в другие, что и вызывает их сокращение.

Правильное объяснение открытому явлению дал соотечественник Гальвани Вольта. Это объяснение и привело Вольта к созданию первого источника постоянного тока. Вольта понял, что лягушачьи лапки — это лишь чувствительный «животный электромметр», более чувствительный, чем любой другой, и только. Явление же связано с наличием двух разнородных металлов, соприкасающихся с электропроводящей жидкостью животных тканей. Отсюда Вольта извлек идею первого гальванического элемента: набор медных и цинковых кружочков, переложенных смоченным соленой водой сукном. Это был «вольтов столб» — «самый замечательный, — по словам Араго, — прибор, когда-либо изобретенный людьми».

Вскоре были изобретены другие гальванические элементы: элемент Даниэля, Грене, Лекланше, нормальный элемент Вестона и др.

Рассмотрим более подробно основные принципы работы гальванических элементов на примере элемента Даниэля, хотя практически этот элемент в настоящее время не используют. Протекающие в нем процессы наиболее просты.

### **Элемент Даниэля**

Элемент Даниэля устроен так: в стеклянный сосуд помещен стакан из пористой необожженной глины (рис. 2.50, а); во внутренний стакан налит водный раствор соли  $ZnSO_4$  (цинковый купорос), а во внешний — раствор медного купороса ( $CuSO_4$ ); в ка-

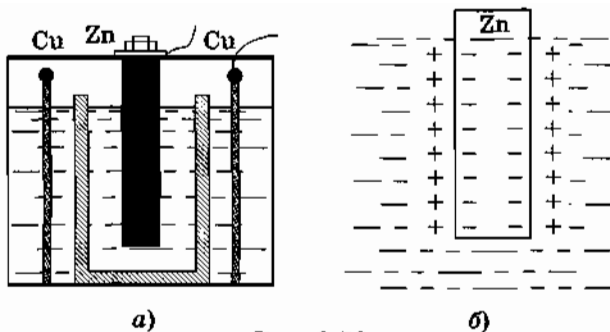


Рис. 2.50

честве электродов используют цинк и медь. Пористая перегородка препятствует быстрому перемешиванию растворов электролитов, но позволяет просачиваться ионам разных знаков.

Посмотрим вначале, что происходит с цинковым электродом. Если бы во внутреннем сосуде была серная кислота  $H_2SO_4$ , то началась бы химическая реакция, в результате которой цинковый электрод растворялся бы с образованием соли  $ZnSO_4$ . Тот же процесс происходит и в растворе соли цинкового купороса, если концентрация ионов цинка в нем не слишком велика. Причем в раствор переходят не нейтральные атомы цинка, а его положительные ионы, несущие двойной элементарный заряд ( $Zn^{2+}$ ). Этот процесс — результат действия химических сил, имеющих электромагнитную природу, но очень сложных по своему характеру. Мы не будем вникать в причины появления химических сил и в особенности их действия. Важно следующее: *цинковый электрод заряжается отрицательно, так как каждый уходящий атом цинка оставляет два своих электрона, а раствор электролита заряжается положительно*. Одновременно происходит и обратный процесс. Участвующий в тепловом движении молекул ион цинка может снова осесть на электроде. После опускания цинкового стержня в электролит с течением времени установится равновесное состояние, при котором число ионов цинка, покинувших электрод в единицу времени, равно числу ионов, осевших на нем за это же время.

Выясним условия возникновения этого равновесия. По мере растворения цинка между электродом и раствором электролита появляется возрастающая разность потенциалов, так как цинк заряжается отрицательно, а раствор — положительно

(рис. 2.50, б). Следовательно, в очень тонком слое контакта электрод — раствор возникает электрическое поле. Это поле препятствует выходу ионов  $Zn^{2+}$  из электрода. Растворение прекратится, когда сила электрического поля станет равной по модулю химической силе, вызывающей переход ионов  $Zn^{2+}$  в раствор. Эта химическая сила в рассматриваемом случае есть сторонняя сила, приводящая в движение заряженные частицы (ионы  $Zn^{2+}$ ) и вызывающая появление электрического тока в цепи.

Возникающий на границе электрод — раствор скачок потенциала зависит от концентрации ионов цинка в растворе электролита. Опыт показывает, что при нормальной массовой концентрации<sup>1</sup> ионов цинка в растворе цинкового купороса ( $32,7 \text{ кг/м}^3$ ) разность потенциалов между электродом и раствором электролита  $U_1 = -0,5 \text{ В}$ .

Теперь посмотрим, что происходит с медным электродом в растворе медного купороса. Если массовая концентрация ионов меди в этом растворе является нормальной ( $31,8 \text{ кг/м}^3$ ), то здесь происходит обратный процесс: ионы меди  $Cu^{2+}$  осаждаются на электроде, заряжая его положительно. Раствор медного купороса при этом заряжается отрицательно, так как при переходе иона меди  $Cu^{2+}$  из раствора на медный электрод от молекулы  $CuSO_4$  в растворе остается ион  $SO_4^{2-}$  (кислотный остаток). Это продолжается до тех пор, пока скачок потенциала на границе электрод — раствор электролита не достигнет значения  $U_2 = 0,61 \text{ В}$ .

В результате изменение потенциала в разомкнутом элементе имеет вид, изображенный на рисунке 2.51. Здесь учтено, что в отсутствие тока потенциалы обоих растворов электролитов одинаковы, так как растворы и пористая перегородка являются проводниками. Разность потенциалов между электродами элемента Даниэля при разомкнутой цепи (она равна по модулю ЭДС элемента) составляет

$$\mathcal{E} = U_2 - U_1 = 1,11 \text{ В},$$

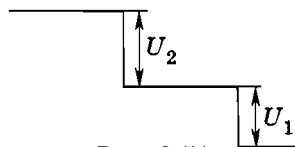


Рис. 2.51

<sup>1</sup> Массовой концентрацией компонента в растворе называется отношение массы компонента к объему раствора. Концентрация считается нормальной, когда масса ионов металла, содержащихся в  $1 \text{ м}^3$  раствора, численно равна отношению молярной массы металла, выраженной в килограммах на моль, к его валентности.

если массовые концентрации ионов в обоих растворах электролитов нормальные.

Таким образом, ЭДС элемента равна сумме скачков потенциала на границах электрод — раствор электролита. Она не зависит от площади электродов и определяется лишь материалом электродов и концентрацией ионов в растворах электролитов. При перемещении единичного положительного заряда внутри элемента от цинкового электрода к медному сторонние силы, действующие на границах электрод — раствор, совершают положительную работу. Эта работа численно равна сумме скачков потенциалов  $|U_1| + |U_2|$ , так как химические силы, действующие в прилегающем к электроду слое раствора электролита, равны по модулю электрическим.

Когда элемент разомкнут, металлы (электроды) не растворяются и не нарастают; концентрация ионов в растворах не изменяется. Что же произойдет, если соединить медный и цинковый электроды металлической проволокой?

Так как между электродами существует разность потенциалов, то по внешней цепи электроны начнут перемещаться от электрода с более низким потенциалом (цинкового) к электроду с более высоким потенциалом (медному). При этом равновесие между каждым электродом и окружающим его раствором электролита нарушается. Цинк становится недостаточно отрицательным (часть электронов с него ушла), а медь становится слишком отрицательной (сюда пришли лишние электроны). Вследствие этого цинк начнет растворяться: в раствор будут переходить дополнительные ионы  $Zn^{2+}$ , а на цинковом электроде будут оставаться электроны, восстанавливающие его заряд. На медном электроде ионы  $Cu^{2+}$  будут нейтрализоваться избыточными электронами и осаждаться на нем в виде нейтральных атомов. Таким образом, в результате растворения цинка и осаждения меди разность потенциалов между этими электродами будет все время сохранять постоянное значение, и в цепи будет идти длительный постоянный ток.

Мы видим, что при описанном процессе внутри пористого стакана должны были бы накапливаться избыточные ионы  $Zn^{2+}$ , а в стеклянном стакане — избыточные ионы  $SO_4^{2-}$ . Но эти противоположно заряженные частицы притягивают друг друга, и ионы  $SO_4^{2-}$  просачиваются через стенки пористого стакана, в результате чего во внутреннем стакане концентрация  $ZnSO_4$  возрастает. В стеклянном стакане, наоборот,

вследствие ухода ионов  $\text{Cu}^{2+}$  к меди и ионов  $\text{SO}_4^{2-}$  в пористый стакан концентрация  $\text{CuSO}_4$  в растворе у б ы в а е т. Понятно, что если бы элемент работал в этих условиях достаточно долго, то раствор  $\text{ZnSO}_4$  во внутреннем стакане достиг бы состояния насыщения и из раствора начали бы выпадать в виде осадка кристаллы  $\text{ZnSO}_4$ . В стеклянном стакане концентрация  $\text{CuSO}_4$  в растворе стала бы настолько малой, что ЭДС элемента упала бы до нуля, и элемент не мог бы дальше работать. Поэтому, чтобы обеспечить длительную работу элемента, вводят в раствор запас кристаллов  $\text{CuSO}_4$ , которые постепенно растворяются и поддерживают раствор в состоянии насыщения.

Таким образом, в то время как во внешней цепи гальванического элемента (в проволоке) движутся электроны от места с более низким потенциалом (от отрицательного полюса элемента) к месту с более высоким потенциалом (к положительному полюсу элемента), т. е. от цинкового электрода к медному, в растворе электролита движутся ионы: отрицательные ( $\text{SO}_4^{2-}$ ) — от меди к цинку и положительные ( $\text{Cu}^{2+}$  и  $\text{Zn}^{2+}$ ) — от цинка к меди. В результате устанавливается непрерывный круговорот зарядов как вне элемента по проводам, составляющим внешнюю цепь, так и внутри элемента, через раствор электролита.

Так же в основном происходит процесс возникновения ЭДС и тока в других гальванических элементах, хотя часто этот основной процесс осложняется вторичными реакциями, происходящими на электродах.

### **Поляризация гальванических элементов**

Гальванический элемент Вольта состоял из медного и цинкового электродов, как и элемент Даниэля, но оба электрода были погружены в раствор одного электролита — раствор серной кислоты. Элемент Вольта только небольшое время после замыкания цепи дает постоянный ток. Затем сила тока быстро уменьшается.

Дело здесь в следующем. В водном растворе  $\text{H}_2\text{SO}_4$  присутствуют положительные ионы водорода. При работе элемента они осаждаются на медном электроде. В результате через некоторое время после замыкания цепи этот электрод покрывается тонким слоем водорода. Вместо медного электрода получается «водородный» электрод. Этот процесс носит название **п о л я р и з а ц и и э л е м е н т а**.



Скачок потенциала на границе водород — раствор электролита меньше, чем на границе медь — раствор. Поэтому ЭДС уменьшается. Говоря другими словами, поляризация элемента приводит к появлению дополнительной поляризационной ЭДС, имеющей знак, противоположный знаку ЭДС элемента. Одновременно выделение водорода сильно увеличивает внутреннее сопротивление элемента, ибо пленка водорода на медном электроде имеет большое сопротивление.

Для стабильной работы элемента нужно воспрепятствовать накоплению водорода на положительном электроде элемента. Необходима, как говорят, деполяризация положительного электрода. В элементе Даниэля этого достигают применением двух растворов электролитов, подобранных так, что при работе элемента химический состав электродов не меняется. Медный электрод находится в растворе медного купороса, и при замкнутой цепи на положительном электроде осаждается не водород, а медь.

Наиболее распространенным является химический способ деполяризации, состоящий в окислении водорода и превращении его в воду. Именно на этом

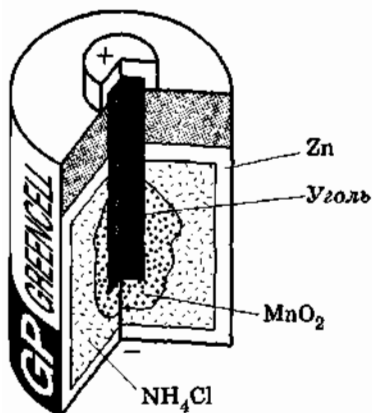
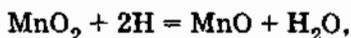


Рис. 2.52

принципе основана деполяризация в наиболее употребительном в настоящее время элементе — элементе Лекланше. Отрицательным электродом элемента Лекланше также служит цинк. Положительный электрод состоит из угольного стерженька, окруженного смесью сильного окислителя — пероксида марганца MnO<sub>2</sub> и графита для увеличения электропроводности (рис. 2.52). Эти электроды погружаются в раствор нашатыря (хлорида аммония — NH<sub>4</sub>Cl). В «сухих» эле-

ментах вместо жидкого раствора электролита используют густую крахмалистую массу, пропитанную нашатырем. Газообразный водород не образуется, так как происходит реакция



в результате которой получается оксид марганца и вода. ЭДС элемента Лекланше около 1,4 В.

## Применение гальванических элементов

Несмотря на то что гальванические элементы были первыми источниками тока и имеют уже почти двухвековую историю, они и сегодня находят ряд важных применений.

«Сухие» гальванические элементы широко используются в радиотехнике для питания приемников, портативных магнитофонов. Разнообразные сухие элементы применяются в электронных часах, в некоторых электроизмерительных приборах, в слуховых аппаратах для людей, потерявших слух, в детских игрушках, карманных фонарях и т. д.

*В гальванических элементах ЭДС возникает за счет действия химических сил. Однако в них происходят необратимые процессы, приводящие к расходованию электродов, раствора электролита. По истечении некоторого времени они становятся негодными, их надо заменять новыми.*

## § 2.13. АККУМУЛЯТОРЫ

*Существуют источники тока, работающие на принципе обратимых химических процессов. Их называют аккумуляторами (накопителями).*

### Принцип работы аккумулятора

Работа аккумулятора основана на явлении поляризации электродов. Мы видели, что в гальванических элементах оно было вредным. Однако оказалось, что это явление можно использовать для практического получения электрического тока.

Нальем в стакан раствор серной кислоты и опустим в него два одинаковых свинцовых электрода, поверхности которых покрыты оксидом свинца (II) PbO. Элемент в таком виде не обладает ЭДС, так как оба его электрода одинаковы. Присоединим теперь к электродам внешний источник тока (рис. 2.53, а) и пропустим через элемент ток (ток зарядки). Электрический ток, проходящий через водный раствор серной кислоты, вызовет разложение воды на водород и кислород. В результате на пластинке, соединенной с отрицательным полюсом источника

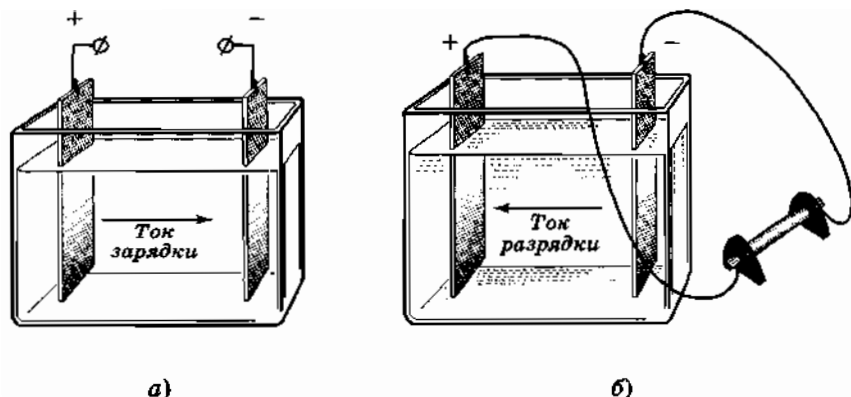
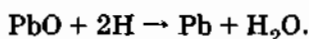
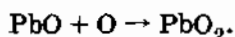


Рис. 2.53

тока (катоде), выделяется водород, который восстанавливает оксид свинца (II) в чистый свинец:

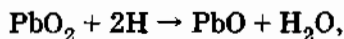


На электроде, соединенном с положительным полюсом источника тока (аноде), выделяется кислород, который окисляет оксид свинца (II) в оксид свинца (IV):

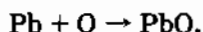


Таким образом, в результате пропускания тока через элемент, т. е. зарядки элемента, его электроды оказываются разными по химическому составу, и появляется определенная ЭДС — именно ЭДС поляризации, равная примерно 2 В. Элемент в таком состоянии уже сам является источником тока и при замыкании его на нагрузку может создавать в цепи в течение некоторого времени электрический ток (рис. 2.53, б) — ток разрядки, который направлен противоположно току зарядки. Такой элемент и есть аккумулятор.

При разрядке химические реакции на электродах идут в обратном направлении. Положительная пластинка восстанавливается водородом:



а отрицательная пластинка окисляется кислородом:



Как только обе пластинки окажутся одинаковыми, аккумулятор перестанет давать ток.

## Устройство кислотного (свинцового) аккумулятора

Рассмотренный нами аккумулятор не способен накопить сколько-нибудь значительный электрический заряд. Для увеличения его аккумулирующих способностей надо увеличить площадь поверхности электродов. Это достигается тем, что вместо электродов в виде пластин применяют блоки, заполненные активной массой. Положительные пластины, соединенные между собой свинцовой полосой, располагаются между отрицательными, также спаянными между собой (рис. 2.54, а). Эти блоки опускают в стеклянную банку с 20%-ным раствором серной кислоты.

Положительные пластины (рис. 2.54, б) состоят из целого ряда скрепленных между собой параллельных вертикальных свинцовых ребер, образующих ячейки наподобие пчелиных сот. В эти ячейки впрессовывается активная масса. У заряженного аккумулятора активная масса положительной пластины состоит из оксида свинца (IV) ( $PbO_2$ ). Положительные пластины имеют бурый цвет.

Отрицательные пластины серого цвета (рис. 2.54, в) имеют остов в виде свинцовой решетки, ячейки которой тоже заполнены активной массой. В заряженном аккумуляторе активная масса отрицательных пластин — чистый свинец, имеющий пористую структуру и называемый поэтому губчатым свинцом. Расстояние между пластинами делается малым для уменьшения внутреннего сопротивления аккумулятора. Внутреннее сопротивление кислотных аккумуляторов очень мало, поэтому нельзя соединять клеммы аккумулятора проводни-

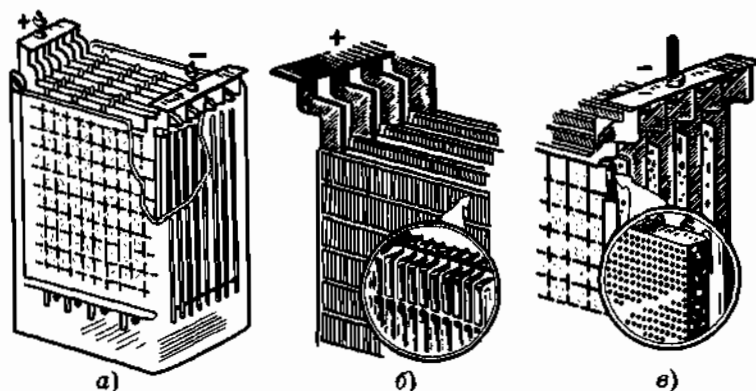


Рис. 2.54

ком с малым сопротивлением (короткое замыкание), так как возникающий при этом сильный ток оказывает очень вредное действие на аккумулятор.

Для каждого аккумулятора существуют предельные значения силы тока при зарядке и разрядке. Эти данные указываются в паспорте аккумулятора.

ЭДС кислотного аккумулятора сразу по окончании зарядки около 2,7 В. В начале работы аккумулятора она быстро падает до 2,1 В. Если ЭДС аккумулятора уменьшается до 1,8 В, его необходимо снова поставить на зарядку.

Кроме кислотных аккумуляторов широкое распространение получили щелочные аккумуляторы. ЭДС щелочного аккумулятора равна примерно 1,3 В.

### **Применение аккумуляторов**

В современной электротехнике аккумуляторы находят широкое применение. Без них не могут работать автомобили. Аккумуляторы здесь нужны для запуска автомобильного двигателя при помощи стартера (специального электродвигателя), для освещения на остановках, когда генератор не работает. Аккумуляторы применяют для освещения железнодорожных вагонов на стоянках в поездах, курсирующих по дорогам, где нет пока электротяги.

Аккумуляторы применяются на небольших электростанциях, например на электростанциях, использующих энергию ветра. Когда дует ветер и электрические генераторы работают на полную мощность, часть энергии идет на зарядку аккумуляторов. Затем энергию, запасенную в аккумуляторах, расходуют по мере надобности и независимо от метеорологических условий.

Без аккумуляторов не могут обходиться подводные лодки (кроме атомных). Аккумуляторы применяют на электрокарах (электрических грузовых тележках), в электромобилях (автомобилях с электрическими двигателями), для питания радиоаппаратуры, рудничных ламп и во многих других случаях. Широко используются аккумуляторы в лабораторной практике, где они являются хорошими источниками постоянного тока.

*В аккумуляторах ЭДС возникает за счет действия химических сил. В них происходят обратимые химические процессы, которые используются для практического получения электрического тока.*

## § 2.14. ЗАКОН ОМА ДЛЯ ПОЛНОЙ ЦЕПИ

В § 2.4 мы познакомились с законом Ома для участка цепи, не содержащего источник ЭДС. Пользуясь им, мы можем вычислить силу тока, если знаем напряжение на участке цепи и сопротивление участка. Закон Ома для полной цепи устанавливает зависимость между силой тока в цепи, ЭДС источника, питающего цепь, и полным сопротивлением цепи.

Рассмотрим простейшую полную (замкнутую) электрическую цепь (рис. 2.55), состоящую из источника тока (например, гальванического элемента или аккумулятора) и резистора сопротивлением  $R$ . Источник тока, имеющий ЭДС  $\mathcal{E}$ , обладает сопротивлением  $r$ . Его называют **внутренним сопротивлением источника** в отличие от сопротивления  $R$  цепи, называемого **внешним сопротивлением**. В генераторе  $r$  — это сопротивление его обмоток (медных проводов), в гальваническом элементе или аккумуляторе — это сопротивление раствора электролита и электродов. Для получения закона Ома для полной цепи используем закон сохранения энергии.

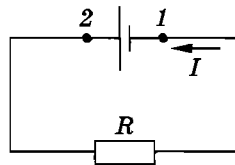


Рис. 2.55

Пусть за время  $\Delta t$  через поперечное сечение проводника пройдет заряд  $q$ . Тогда, согласно формуле (2.11.1), работа сторонних сил при перемещении заряда  $q$  равна  $A_{\text{ст}} = \mathcal{E}q$ . Из определения силы тока  $I$  (2.2.5) имеем:  $q = I\Delta t$ . Следовательно,

$$A_{\text{ст}} = \mathcal{E}I\Delta t. \quad (2.14.1)$$

Благодаря работе сторонних сил при прохождении тока в цепи на ее внешнем и внутреннем участках выделяется количество теплоты, по закону Джоуля—Ленца равное:

$$Q = I^2R\Delta t + I^2r\Delta t. \quad (2.14.2)$$

Согласно закону сохранения энергии  $A_{\text{ст}} = Q$ , поэтому

$$\mathcal{E}I\Delta t = I^2R\Delta t + I^2r\Delta t.$$

Отсюда

$$\mathcal{E} = IR + Ir. \quad (2.14.3)$$

Произведение силы тока на сопротивление участка цепи называют падением напряжения на этом участке. Таким образом, ЭДС источника тока равна сумме падений напряжений на внешнем и внутреннем участках замкнутой цепи:

$$\mathcal{E} = U + U_0, \quad (2.14.4)$$

где  $U = IR$  — падение напряжения на внешнем участке цепи, а  $U_0 = Ir$  — падение напряжения на внутреннем участке.

Из равенства (2.14.3) получаем:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (2.14.5)$$

Это и есть закон Ома для полной цепи. Сила тока в полной цепи равна отношению ЭДС источника к полному сопротивлению цепи.

Внутреннее сопротивление источника тока, если оно мало по сравнению с внешним сопротивлением ( $r \ll R$ ), оказывает малое влияние на силу тока. Но при коротком замыкании, когда  $R \approx 0$ , сила тока

$$I_{\text{к.з}} \approx \frac{\mathcal{E}}{r} \quad (2.14.6)$$

очень велика, так как  $r$  мало. Например, при  $\mathcal{E} \approx 2$  В и  $r = 0,1 \dots 0,004$  Ом  $I_{\text{к.з}} = 20 \dots 2000$  А. При такой силе тока провода могут расплавиться, а сам источник — выйти из строя.

Если цепь содержит несколько последовательно соединенных элементов (рис. 2.56) с ЭДС  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3$  и т. д., то полная ЭДС в цепи равна алгебраической сумме ЭДС отдельных элементов:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \dots + \mathcal{E}_N. \quad (2.14.7)$$

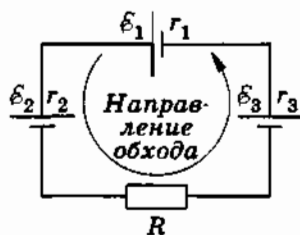


Рис. 2.56

Для определения знака ЭДС отдельных элементов следует руководствоваться правилом, изложенным в § 2.11. При выбранном (произвольно) направлении обхода против часовой стрелки для цепи, изображенной на рисунке 2.56,  $\mathcal{E}_1 > 0$ ,  $\mathcal{E}_2 < 0$  и  $\mathcal{E}_3 > 0$ , поэтому

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = |\mathcal{E}_1| - |\mathcal{E}_2| + |\mathcal{E}_3|.$$

Внутреннее сопротивление батареи, состоящей из последовательно соединенных элементов, равно сумме внутренних сопротивлений элементов:

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_N. \quad (2.14.8)$$

Если батарея состоит из  $N$  одинаковых последовательно соединенных элементов с одинаковыми знаками ЭДС, то из формул (2.14.7) и (2.14.8) следует, что

$$\mathcal{E}_6 = \mathcal{E}_3 N, \quad (2.14.9)$$

$$r_6 = r_3 N, \quad (2.14.10)$$

где  $\mathcal{E}_6$  и  $r_6$  — ЭДС и внутреннее сопротивление батареи, а  $\mathcal{E}_3$  и  $r_3$  — ЭДС и внутреннее сопротивление одного элемента.

*Сила тока в полной цепи равна ЭДС цепи, деленной на ее полное сопротивление.*

## **§ 2.15. ЗАКОН ОМА ДЛЯ УЧАСТКА ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕГО ЭДС**

*Наиболее общую форму имеет закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС.*

Рассмотрим участок цепи, содержащий гальванический элемент или аккумулятор, т. е. участок, на котором действуют сторонние силы. Таким участком является, например, участок 1—2 (см. рис. 2.55). Выразим разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  на концах этого участка через ЭДС  $\mathcal{E}$  источника, его сопротивление  $r$  и силу тока  $I$ . Для этого надо сначала выбрать (произвольно) положительное направление обхода в контуре цепи и строго придерживаться правил знаков, о которых мы говорили в § 2.2 и 2.11. Напомним их. Сила тока на рассматриваемом участке считается положительной, если направление тока (т. е. направление движения положительных зарядов) совпадает с выбранным направлением. ЭДС считается положительной, если работа сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи в направлении обхода положительна. (В случае гальванического элемента или аккумулятора ЭДС положительна, если этот



заряд внутри источника перемещается от отрицательного электрода к положительному.) Наконец, знак разности потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  (или напряжения  $U_{1,2}$ ) на данном участке зависит от того, что больше:  $\varphi_1$  или  $\varphi_2$ .

При выбранном направлении обхода против часовой стрелки для цепи, изображенной на рисунке 2.55,  $I > 0$ ,  $\mathcal{E} > 0$  и  $\varphi_1 - \varphi_2 = U_{1,2} < 0$ , так как потенциал точки 1 (начало участка) — отрицательного полюса источника тока меньше потенциала точки 2 (конец участка) — положительного полюса.

Применяя закон Ома (2.14.5) для полной цепи, получим:

$$\mathcal{E} = IR + Ir. \quad (2.15.1)$$

С другой стороны, применяя закон Ома (2.4.3) для участка цепи, не содержащего источник тока, а имеющего только резистор  $R$  (этот участок находится также между точками 1 и 2 в нижней части рис. 2.55), можно записать

$$IR = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (2.15.2)$$

Заменяя  $IR$  в формуле (2.15.1) на  $\varphi_2 - \varphi_1$  из уравнения (2.15.2), получим:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ir - \mathcal{E}. \quad (2.15.3)$$

Это и есть закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС. Разность потенциалов между началом и концом участка цепи равна падению напряжения на участке минус ЭДС этого участка.

При разомкнутой цепи  $I = 0$  и, следовательно,

$$\mathcal{E} = \varphi_2 - \varphi_1.$$

Таким образом, ЭДС элемента равна разности потенциалов между его полюсами при разомкнутой цепи.

Чтобы лучше понять смысл формулы (2.15.3), рассмотрим подробно два процесса — разрядку и зарядку аккумулятора.

### Разрядка аккумулятора

На рисунке 2.57 штриховой линией выделен участок цепи с ЭДС. При выбранном направлении обхода против часовой стрелки  $I > 0$ ,  $\mathcal{E} > 0$ , а  $U_{1,2} < 0$  (так как потенциал точки 1 — отрицательного полюса аккумулятора меньше потенциала

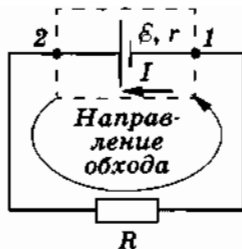


Рис. 2.57

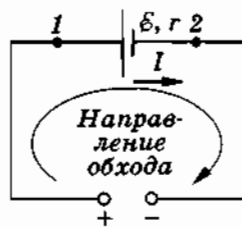


Рис. 2.58

точки 2 — положительного полюса), т. е. электрические (кулоновские) силы совершают отрицательную работу. Поэтому уравнение (2.15.3) для модулей запишется так:

$$|U_{1,2}| = |\mathcal{E}| - |I|r. \quad (2.15.4)$$

Напряжение равно ЭДС источника минус падение напряжения на участке (внутреннее падение напряжения).

### Зарядка аккумулятора

Схема зарядки аккумулятора показана на рисунке 2.58. Выберем направление обхода контура по часовой стрелке. Тогда  $I > 0$ ,  $U_{1,2} > 0$  (так как  $\phi_1 > \phi_2$ ), но  $\mathcal{E} < 0$ .

Следовательно,

$$|U_{1,2}| = |\mathcal{E}| + |I|r.$$

Напряжение на аккумуляторе теперь больше его ЭДС на величину падения напряжения внутри аккумулятора.

*Разность потенциалов (напряжение) на участке цепи, содержащем ЭДС, равна падению напряжения на участке минус его ЭДС. Падение напряжения обычно происходит на внутреннем сопротивлении источника.*

## § 2.16. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ТОКА НА УЧАСТКЕ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕМ ЭДС

*Зная закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, можно определить для такого участка работу и мощность тока.*

## Произвольный участок цепи

Рассмотрим произвольный участок цепи 1—2. Так как разность потенциалов  $\phi_1 - \phi_2 = U_{1,2}$  всегда численно равна работе по перемещению единичного положительного заряда от точки 1 к точке 2, то независимо от того, что является источником тока на этом участке (гальванические элементы, аккумуляторы, электродвигатели, генераторы и т. д.), полученные в § 2.7 формулы для работы и мощности:

$$\begin{aligned} A &= IU_{1,2}\Delta t, \\ P &= IU_{1,2} \end{aligned} \quad (2.16.1)$$

остаются справедливыми. Для вывода этих формул было использовано только определение разности потенциалов и закон сохранения энергии.

Однако выражения для определения мощности (2.7.6) и (2.7.7)

$$P = I^2R \text{ и } P = \frac{U_{1,2}^2}{R}$$

и аналогичные формулы для работы (2.7.2) и (2.7.3) не будут справедливыми, если участок 1—2 содержит ЭДС. Ведь в этом случае закон Ома в форме (2.4.3) неприменим.

Итак, исходной формулой для мощности тока в общем случае является формула (2.16.1).

Обратим внимание еще на одну особенность участка цепи с источником тока. Для однородного участка цепи (т. е. без ЭДС) мощность всегда положительна (действительно,  $P = I^2R > 0$ ). Энергия, поступающая на этот участок извне, увеличивает его внутреннюю энергию и затем передается окружающим телам в виде теплоты (выполняется закон Джоуля—Ленца).

## Мощность на участке цепи, содержащем ЭДС

При наличии сторонних сил на участке мощность может быть как положительной, так и отрицательной. Для наглядности обратимся еще раз к процессам зарядки и разрядки аккумулятора.

Как мы уже говорили в § 2.15, при зарядке аккумулятора сила тока и напряжение имеют одинаковые знаки (ток идет в направлении убыли потенциала, как и на однородном участке цепи), а знак ЭДС противоположен знаку силы тока.

Следовательно, мощность положительна ( $P = IU_{1,2} > 0$ ), т. е. аккумулятор потребляет мощность извне. На что она расходуется?

Перепишем выражение для мощности в другом виде. Согласно закону Ома (2.15.3) для участка цепи, содержащего ЭДС,

$$U_{1,2} = Ir - \mathcal{E}.$$

Тогда, учитывая, что знак ЭДС противоположен знаку силы тока, получим

$$P = I^2r - I\mathcal{E} = I^2r + |I||\mathcal{E}|. \quad (2.16.2)$$

Первое слагаемое — это известное из закона Джоуля—Ленца выражение для количества теплоты, выделяющегося в аккумуляторе в единицу времени. А второе слагаемое — это работа в единицу времени, совершаемая против сторонних (химических) сил; за счет этой работы увеличивается химическая энергия аккумулятора.

Таким образом, потребляемая энергия (поступившая извне) частично выделяется в виде теплоты, а частично идет на увеличение энергии аккумулятора.

Когда аккумулятор разряжается, знаки силы тока и напряжения противоположны (ток в аккумуляторе идет в сторону возрастания потенциала). Поэтому мощность отрицательна ( $P = IU_{1,2} < 0$ ). Это означает, что аккумулятор отдает мощность во внешнюю цепь.

Преобразуем выражение для мощности, используя формулу (2.15.3) и учитывая, что знаки ЭДС и силы тока одинаковы:

$$P = I^2r - I\mathcal{E} = I^2r - |I||\mathcal{E}|. \quad (2.16.3)$$

Из этого выражения видно, что часть мощности ( $I^2r$ ), расходуемой аккумулятором, выделяется в виде теплоты внутри аккумулятора. Остальная мощность отдается внешней цепи.

Подчеркнем, что приведенные рассуждения и полученные выводы (в частности, формулы (2.16.2) и (2.16.3)) справедливы независимо от того, каково происхождение ЭДС на рассматриваемом участке.

*Мощность на участке цепи, содержащем ЭДС, может как потребляться этим участком из цепи, так и отдаваться в цепь.*

## § 2.17. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

В общем случае электрическая цепь может быть образована несколькими источниками тока и резисторами, соединенными произвольным образом, например так, как показано на рисунке 2.59. Такая цепь называется сложной разветвленной электрической цепью.

Сложную электрическую цепь можно разбить на ряд отдельных замкнутых контуров (см. рис. 2.59):  $ABDA$ ,  $ABCA$  и т. д. Расчет таких цепей (например, нахождение сил токов во всех участках цепи) можно выполнить с помощью закона Ома. Однако во многих случаях расчет упрощается, если применить правила Кирхгофа.

С первым правилом Кирхгофа (2.8.2) мы познакомились в § 2.8. Оно гласит: алгебраическая сумма сил токов в проводниках, сходящихся в узел, равна нулю. Теперь рассмотрим второе правило.

### Второе правило Кирхгофа

Рассмотрим произвольно выбранный замкнутый контур  $ABCD$  (рис. 2.60). Применим к отдельным участкам этого контура закон Ома для участка цепи, содержащего источник ЭДС, в форме (2.15.3):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ir - \varepsilon. \quad (2.17.1)$$

Обозначим потенциалы узлов  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  соответственно через  $\varphi_A$ ,  $\varphi_B$ ,  $\varphi_C$  и  $\varphi_D$ . За направление обхода контура выберем направление по часовой стрелке. Тогда, согласно (2.17.1), можем написать:

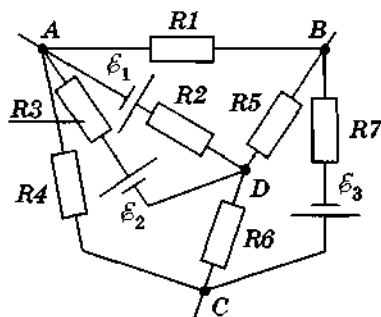


Рис. 2.59

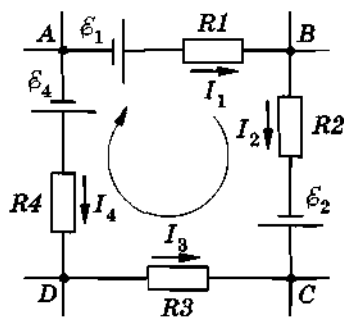


Рис. 2.60

$$\begin{aligned}
 \varphi_A - \varphi_B &= I_1 R_1 - \mathcal{E}_1, \\
 \varphi_B - \varphi_C &= I_2 R_2 - \mathcal{E}_2, \\
 \varphi_C - \varphi_D &= I_3 R_3, \\
 \varphi_D - \varphi_A &= I_4 R_4 - \mathcal{E}_4,
 \end{aligned}
 \tag{2.17.2}$$

где  $I_1, I_2, I_3, I_4$  — силы токов,  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_4$  — ЭДС, а  $R_1, R_2, R_3$  и  $R_4$  — сопротивления соответствующих участков контура. Складывая почленно равенства (2.17.2), получим

$$0 = \sum_{i=1}^4 I_i R_i - \sum_{i=1}^4 \mathcal{E}_i,$$

или

$$\sum_{i=1}^4 I_i R_i = \sum_{i=1}^4 \mathcal{E}_i.
 \tag{2.17.3}$$

Это и есть второе правило Кирхгофа: алгебраическая сумма падений напряжения в ветвях замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре.

В более общем виде второе правило Кирхгофа можно записать так:

$$\sum_{i=1}^N I_i R_i = \sum_{i=1}^N \mathcal{E}_i.
 \tag{2.17.4}$$

*При составлении уравнений на основе второго правила Кирхгофа (2.17.4) следует строго придерживаться принятых правил знаков (см. § 2.15).*

## § 2.18. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на материал § 2.11—2.17 надо, кроме формул предыдущих параграфов главы, применять закон Ома для полной цепи (2.14.5), закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС (2.15.3), правила Кирхгофа (2.8.2) и (2.17.4).

Еще раз обращаем внимание на необходимость четкого знания правил определения знаков ЭДС, силы тока и напряжения (см. § 2.15).

### Задача 1

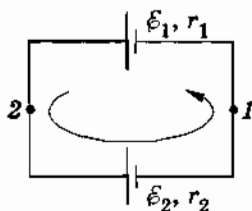


Рис. 2.61

Два элемента, электродвижущие силы которых  $\varepsilon_1 = 6$  В и  $\varepsilon_2 = 4$  В, внутренние сопротивления  $r_1 = 0,25$  Ом и  $r_2 = 0,75$  Ом, соединены по схеме, показанной на рисунке 2.61. Чему равна разность потенциалов между точками 1 и 2? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

**Решение.** Условимся считать положительным направление обхода против часовой стрелки. Полная ЭДС цепи равна  $\varepsilon = |\varepsilon_1| - |\varepsilon_2|$ , а сила тока в цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{r_1 + r_2} = \frac{|\varepsilon_1| - |\varepsilon_2|}{r_1 + r_2}.$$

Закон Ома для верхнего участка цепи между точками 1 и 2 запишется в виде:

$$U_{1,2} = Ir_1 - \varepsilon_1 = -\frac{|\varepsilon_1|r_2 + |\varepsilon_2|r_1}{r_1 + r_2} = -5,5 \text{ В}.$$

Знак минус указывает на то, что потенциал точки 1 меньше потенциала точки 2. Тот же результат можно получить, применяя закон Ома к нижнему участку цепи:

$$U_{2,1} = Ir_2 - \varepsilon_2 = \frac{|\varepsilon_1|r_2 + |\varepsilon_2|r_1}{r_1 + r_2} = 5,5 \text{ В}.$$

### Задача 2

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке 2.62, ЭДС батареи элементов  $\varepsilon = 10$  В, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны  $R = 5$  Ом. Емкости всех конденсаторов тоже одинаковы и равны  $C = 1000$  пФ. Найдите заряды на обкладках конденсаторов, если известно, что при коротком замыкании батареи сила тока в батарее увеличивается в  $n = 10$  раз. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

**Решение.** Из схемы видно, что ток не пойдет через резистор  $R2$  (он закорочен проводником) и  $R6$  (ветвь  $gh$  разомкнута

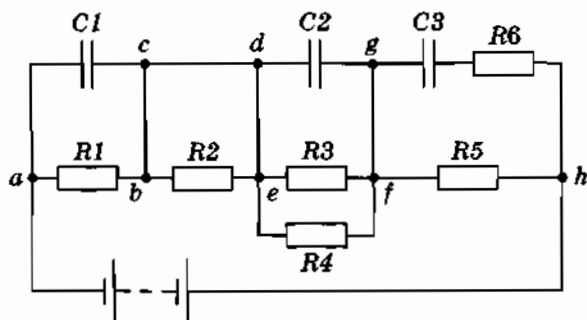


Рис. 2.62

конденсатором  $C3$ , так как постоянный ток через конденсатор не проходит). Поэтому эти резисторы можно исключить. Ток пойдет по цепи  $abcdefh$ .

Эквивалентное внешнее сопротивление

$$R_{\text{экв}} = R + \frac{R}{2} + R = 2,5R.$$

Согласно закону Ома для полной цепи ЭДС батареи,

$$\mathcal{E} = I(r + 2,5R), \quad (2.18.1)$$

где  $r$  — внутреннее сопротивление батареи. При коротком замыкании

$$\mathcal{E} = I_{\text{к.з}} r. \quad (2.18.2)$$

В соответствии с условием

$$I_{\text{к.з}} = In.$$

Приравнявая правые части равенств (2.18.1) и (2.18.2), получим:

$$I(r + 2,5R) = I_{\text{к.з}} r = Inr.$$

Отсюда

$$r = \frac{2,5R}{n-1}.$$

Сила тока в цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2,5R + r} = \frac{\mathcal{E}}{2,5R + \frac{2,5R}{n-1}} = \frac{\mathcal{E}(n-1)}{2,5Rn}.$$



Разность потенциалов на участках  $ab$  и  $fh$  одна и та же, она равна:

$$U_{1,3} = IR = \frac{\mathcal{E}(n-1)}{2,5n},$$

а на участке  $ef$ :

$$U_2 = I \frac{R}{2} = \frac{\mathcal{E}(n-1)}{5n}.$$

Заряды на обкладках конденсаторов  $C1$ ,  $C2$  и  $C3$  найдем так:

$$q_1 = q_3 = U_{1,3}C = \frac{\mathcal{E}C(n-1)}{2,5n};$$

$$q_1 = q_3 = \frac{10 \text{ В} \cdot 10^{-9} \text{ Ф} (10 - 1)}{2,5 \cdot 10} = 3,6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 3,6 \text{ нКл}.$$

$$q_2 = \frac{\mathcal{E}C(n-1)}{5n} = 1,8 \text{ нКл}.$$

### Задача 3

Изобразите графически примерный ход потенциала вдоль замкнутой цепи с гальваническим элементом (элементом Даниэля), изображенной на рисунке 2.57.

**Решение.** Если цепь разомкнута, то сила тока и падение напряжения во внешней цепи и внутри источника равны нулю. На границах электрод — раствор электролита в источнике существуют скачки потенциалов  $|U_1|$  и  $|U_2|$  (см. рис. 2.51). Сумма этих скачков равна ЭДС элемента:

$$\mathcal{E} = |U_1| + |U_2|.$$

При замыкании цепи скачки потенциалов на границах электрод — раствор электролита не изменяются. Но потенциал раствора электролита теперь не остается постоянным, а уменьшается в направлении тока, т. е. от отрицательного электрода к положительному. Падение напряжения на внутреннем сопротивлении  $U_0 = Ir$ .

На рисунке 2.63 приведен примерный график распределения потенциала в замкнутой цепи. Отрезок  $AC$  изображает по-

потенциал положительного электрода относительно некоторого произвольно выбранного нулевого уровня. Отрезок  $BF$  соответствует потенциалу отрицательного электрода. Расстояние между электродами равно  $AB$ . Отрезки  $AE$  и  $BD$  — потенциалы раствора электролита вблизи положительного и отрицательного электродов. Наклонная линия  $DE$  изображает падение потенциала внутри элемента. Его значение  $U_0$  представлено отрезком  $DK$ . Кривая  $CMF$  дает представление о падении потенциала во внешней цепи на сопротивлении  $R$ . Это падение напряжения  $U = IR$  изображается отрезком  $LF$ . Отрезки  $CE = LK = |U_2|$  и  $DF = |U_1|$  соответствуют скачкам потенциала на границах электрод — раствор электролита.

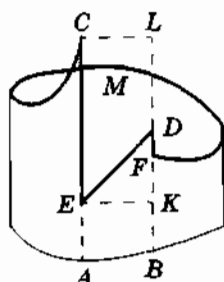


Рис. 2.63

Линия  $CMFDEC$ , изображающая ход потенциала во всей цепи, является замкнутой. Это означает равенство нулю полной работы электростатического поля на замкнутом пути. Действительно, поле совершает положительную работу на участках  $CMF$  и  $DE$  и отрицательную — в тех местах, где имеются скачки потенциала вверх ( $FD$  и  $EC$ ). По модулю положительная работа равна отрицательной. При перемещении единичного положительного заряда вдоль цепи положительная работа численно равна  $U_0 + U = DK + LF$ , а отрицательная работа численно равна  $|U_1| + |U_2| = \xi = LK + DF$ , т. е.  $U_0 + U = \xi$ , что представляет собой закон Ома для замкнутой цепи.

Может возникнуть вопрос: за счет чего же происходит выделение теплоты в цепи? На всех участках, кроме границ электрод — раствор электролита, действуют лишь электростатические силы. На границах, где есть скачки потенциала, действуют еще и сторонние (в данном случае химические) силы, причем отрицательная работа электростатических сил по модулю равна положительной работе сторонних сил. Поэтому положительная работа электростатических сил во всей остальной части цепи оказывается нескомпенсированной. За счет этой работы и происходит выделение теплоты.

Рисунок 2.63 позволяет наглядно истолковать закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС. Как видно из рисунка, модуль напряжения  $|U| = LF = LK - FK = LK - (DK - DF) = (LK + DF) - DK = |\xi| - |U_r|$ , т. е. напряжение на клеммах источника равно ЭДС минус падение напряжения внутри источника.

### Задача 4

Два элемента, электродвижущие силы которых  $\mathcal{E}_1 = 2$  В и  $\mathcal{E}_2 = 1$  В, соединены по схеме, показанной на рисунке 2.64. Сопротивление резистора  $R = 0,5$  Ом. Внутренние сопротивления элементов одинаковы и равны  $r = 1$  Ом каждое. Определите силы токов в элементах и резисторе. Сопротивление подводящих проводов не учитывать.

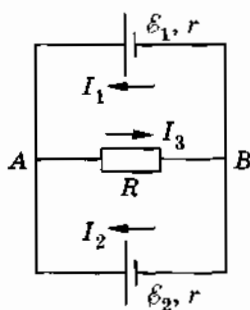


Рис. 2.64

**Решение.** Зададим произвольно направление токов (см. рис. 2.64)<sup>1</sup>.

Тогда на основании закона Ома для трех участков  $AB$  ( $A$  — начало каждого участка,  $B$  — его конец) можно записать следующие уравнения:

$$\varphi_A - \varphi_B = I_1 r - \mathcal{E}_1,$$

$$\varphi_A - \varphi_B = I_2 r - \mathcal{E}_2,$$

$$\varphi_A - \varphi_B = I_3 R.$$

При выбранном направлении от  $A$  к  $B$  (с учетом выбора направления токов) имеем:  $\mathcal{E}_1 < 0$ ;  $I_1 < 0$ ;  $\mathcal{E}_2 < 0$ ;  $I_2 < 0$ ;  $I_3 > 0$ ;  $\varphi_A - \varphi_B > 0$ . Поэтому уравнения для модулей запишутся так:

$$\begin{cases} \varphi_A - \varphi_B = |\mathcal{E}_1| - |I_1|r, \\ \varphi_A - \varphi_B = |\mathcal{E}_2| - |I_2|r, \\ \varphi_A - \varphi_B = |I_3|R. \end{cases} \quad (2.18.3)$$

Согласно первому правилу Кирхгофа для узла  $A$  имеем:

$$|I_1| + |I_2| = |I_3|.$$

Решая систему уравнений (2.18.3), с учетом предыдущего равенства находим искомые значения для модулей сил токов:

$$|I_1| = \frac{5}{4} \text{ А}; |I_2| = \frac{1}{4} \text{ А}; |I_3| = \frac{3}{2} \text{ А}.$$

<sup>1</sup> Если после решения задачи получится отрицательное значение силы тока, то это будет означать, что направление тока выбрано неправильно.

### Задача 5

Аккумулятор, ЭДС которого 2 В и внутреннее сопротивление  $r = 0,04$  Ом, замкнут на резистор (см. рис. 2.57). Мощность тока, выделяемая на резисторе,  $P = 9$  Вт. Определите напряжение на клеммах аккумулятора.

**Решение.** Мощность, выделяемая на резисторе, равна  $P = IU$ . Согласно закону Ома (2.15.3)

$$U_{1,2} = Ir - \mathcal{E}. \quad (2.18.4)$$

При выбранном направлении обхода (см. рис. 2.57) против часовой стрелки  $I > 0$ ,  $\mathcal{E} > 0$  и  $U_{1,2} < 0$ . Умножив обе части равенства (2.18.4) на  $-1$ , получим:

$$-U_{1,2} = \mathcal{E} - Ir. \quad (2.18.5)$$

Но  $-U_{1,2} = U_{2,1} = U$ , где  $U$  — модуль напряжения на резисторе. Следовательно,

$$U = \mathcal{E} - Ir.$$

Отсюда

$$I = \frac{\mathcal{E} - U}{r}.$$

Тогда

$$P = \frac{\mathcal{E}U - U^2}{r}.$$

Решая это квадратное уравнение относительно  $U$ , найдем:

$$U = \frac{\mathcal{E}}{2} \pm \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2}{4} - Pr}.$$

$$U_1 = 1,8 \text{ В}; U_2 = 0,2 \text{ В}.$$

Неоднозначность результата связана с тем, что одна и та же мощность тока может быть выделена при различных значениях сопротивления резистора, причем каждому значению сопротивления  $R$  соответствует своя сила тока.

$$\text{При } U_1 = 1,8 \text{ В} \quad I_1 = 5 \text{ А} \text{ и } R_1 = \frac{P}{I_1^2} = 0,36 \text{ Ом}.$$

$$\text{При } U_2 = 0,2 \text{ В} \quad I_2 = 45 \text{ А} \text{ и } R_2 = \frac{P}{I_2^2} = 0,0045 \text{ Ом}.$$

## Задача 6

Найдите силы токов в каждой ветви электрической цепи, схема которой показана на рисунке 2.65.  $\mathcal{E}_1 = 6,5$  В;  $\mathcal{E}_2 = 3,9$  В;  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 10$  Ом. Внутренние сопротивления источников не учитывать.

**Решение.** Зададим произвольно направления токов (см. рис. 2.65). Применим первое правило Кирхгофа для узлов  $b$ ,  $h$  и  $f$  (для упрощения записей модули сил токов обозначим буквами  $I_1, I_2, I_3$  и т. д.):

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \text{ для узла } b;$$

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0 \text{ для узла } h;$$

$$I_5 - I_1 - I_6 = 0 \text{ для узла } f.$$

Теперь применим второе правило Кирхгофа для контуров. Выберем произвольно направление обхода контуров: контура  $abfg$  — по часовой стрелке; контура  $bcdh$  — против часовой стрелки и контура  $hdef$  — по часовой стрелке (и здесь для упрощения записей модули ЭДС источников обозначим буквами  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ ):

$$I_1 R_1 + I_5 R_5 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \text{ — контур } abfg;$$

$$I_2(R_2 + R_3) + I_4 R_4 = -\mathcal{E}_2 \text{ — контур } bcdh;$$

$$I_4 R_4 - I_6 R_6 - I_5 R_5 = 0 \text{ — контур } hdef.$$

Учитывая, что  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R$ , получим в итоге следующую систему уравнений:

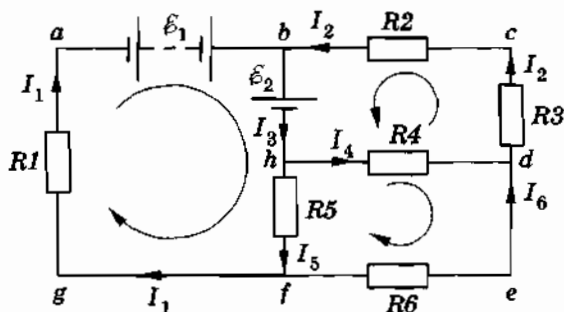


Рис. 2.65

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_3 - I_4 - I_5 = 0, \\ I_5 - I_1 - I_6 = 0, \\ I_1 + I_5 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R}, \\ 2I_2 + I_4 = -\frac{\varepsilon_2}{R}, \\ I_4 - I_6 - I_5 = 0. \end{array} \right. \quad (2.18.6)$$

Решение такой системы уравнений требует терпения и внимательности. Решим эту систему последовательным исключением неизвестных величин.

Из последнего уравнения системы (2.18.6) находим  $I_6 = I_4 - I_5$ . Подставив значение  $I_6$  в третье уравнение, получим систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_3 - I_4 - I_5 = 0, \\ I_1 + I_5 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R}, \\ 2I_2 + I_4 = -\frac{\varepsilon_2}{R}, \\ 2I_5 - I_1 - I_4 = 0. \end{array} \right. \quad (2.18.7)$$

Из второго уравнения системы (2.18.7) находим  $I_5 = I_3 - I_4$ . Подставив значение  $I_5$  в третье и пятое уравнения, получим систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 + I_3 - I_4 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R}, \\ 2I_2 + I_4 = -\frac{\varepsilon_2}{R}, \\ 2I_3 - I_1 - 3I_4 = 0. \end{array} \right. \quad (2.18.8)$$

Из третьего уравнения системы (2.18.8) находим  $I_4 = -\frac{\varepsilon_2}{R} - 2I_2$ . Подставив это значение тока во второе и четвертое уравнения, получим систему:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 + I_3 + 2I_2 = \frac{\mathcal{E}_1 - 2\mathcal{E}_2}{R}, \\ 2I_3 - I_1 + 6I_2 = -\frac{3\mathcal{E}_2}{R}. \end{cases} \quad (2.18.9)$$

Из первого уравнения следует:  $I_3 = I_1 + I_2$ . После подстановки значения тока  $I_3$  во второе и третье уравнения получаем:

$$\begin{cases} 2I_1 + 3I_2 = \frac{\mathcal{E}_1 - 2\mathcal{E}_2}{R}, \\ I_1 + 8I_2 = -\frac{3\mathcal{E}_2}{R}. \end{cases} \quad (2.18.10)$$

Наконец, из второго уравнения находим  $I_2 = \frac{-\frac{3\mathcal{E}_2}{R} - I_1}{8}$  и подставляем в первое уравнение. Это дает

$$I_1 = \frac{8\mathcal{E}_1 - 7\mathcal{E}_2}{13R} \approx 0,19 \text{ А.}$$

Затем находим:

$$I_2 = -\frac{\mathcal{E}_1 + 4\mathcal{E}_2}{13R} \approx -0,17 \text{ А,}$$

$$I_3 = \frac{7\mathcal{E}_1 - 11\mathcal{E}_2}{13R} \approx 0,02 \text{ А,}$$

$$I_4 = \frac{2\mathcal{E}_1 - 5\mathcal{E}_2}{13R} \approx -0,05 \text{ А,}$$

$$I_5 = \frac{5\mathcal{E}_1 - 6\mathcal{E}_2}{13R} \approx 0,07 \text{ А,}$$

$$I_6 = \frac{\mathcal{E}_2 - 3\mathcal{E}_1}{13R} \approx -0,12 \text{ А.}$$

Отрицательные значения сил токов  $I_2$ ,  $I_4$  и  $I_6$  означают, что при данных значениях ЭДС и сопротивлений эти токи имеют направления, противоположные указанным на рисунке.

### Задача 7

Батарея состоит из  $N$  параллельно соединенных источников тока (рис. 2.66). Определите ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока, эквивалентного этой батарее.

**Решение.** Обозначим ЭДС параллельно соединенных источников через  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_N$ , а их внутренние сопротивления — через  $r_1, r_2, \dots, r_N$ . Замкнем полюса данной батареи на резистор сопротивлением  $R$ , тогда по цепи пойдет ток. Силу тока в отдельных ветвях обозначим через  $I_1, I_2, \dots, I_N$ , а в резисторе — через  $I$ .

Применив закон Ома (2.15.3) для участка цепи, содержащего ЭДС, для каждой ветви (см. рис. 2.66), получим:

$$\begin{aligned} U_{1,2} &= I_1 r_1 - \mathcal{E}_1, \\ U_{1,2} &= I_2 r_2 - \mathcal{E}_2, \\ &\dots\dots\dots \\ U_{1,2} &= I_N r_N - \mathcal{E}_N. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U_{1,2} + \mathcal{E}_1}{r_1}, \\ I_2 &= \frac{U_{1,2} + \mathcal{E}_2}{r_2}, \\ &\dots\dots\dots \\ I_N &= \frac{U_{1,2} + \mathcal{E}_N}{r_N}. \end{aligned}$$

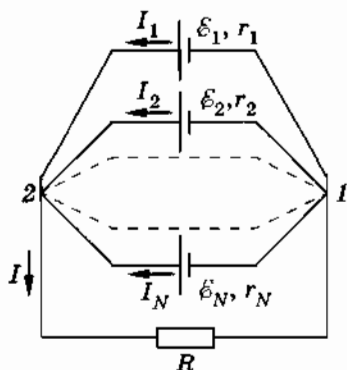


Рис. 2.66

Согласно первому правилу Кирхгофа

$$I = \sum_{i=1}^N I_i = \sum_{i=1}^N \frac{U_{1,2} + \mathcal{E}_i}{r_i},$$

или

$$I = U_{1,2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i} + \sum_{i=1}^N \frac{\mathcal{E}_i}{r_i}. \quad (2.18.11)$$

Пусть  $\mathcal{E}$  и  $r$  — соответственно ЭДС и внутреннее сопротивление источника, эквивалентного данной батарее. Тог-



да, заменив батарею эквивалентным ей источником, будем иметь:

$$I = \frac{U_{1,2} + \mathcal{E}}{r} = U_{1,2} \frac{1}{r} + \frac{\mathcal{E}}{r}. \quad (2.18.12)$$

Сравнивая выражения (2.18.11) и (2.18.12), видим, что

$$\frac{1}{r} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i},$$

$$\frac{\mathcal{E}}{r} = \sum_{i=1}^N \frac{\mathcal{E}_i}{r_i},$$

или

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_N}, \quad (2.18.13)$$

$$\frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} + \dots + \frac{\mathcal{E}_N}{r_N}. \quad (2.18.14)$$

Таким образом, при параллельном соединении нескольких источников тока полученную батарею можно заменить эквивалентным источником тока, ЭДС которого  $\mathcal{E}$  и внутреннее сопротивление  $r$  можно найти из формул (2.18.13) и (2.18.14).

Если все источники тока одинаковы и соединены одноименными полюсами, то из формул (2.18.13) и (2.18.14) следует, что

$$r_6 = \frac{r_3}{N}, \quad (2.18.15)$$

$$\mathcal{E}_6 = \mathcal{E}_3, \quad (2.18.16)$$

где  $\mathcal{E}_6$  и  $r_6$  — ЭДС и внутреннее сопротивление батареи, а  $\mathcal{E}_3$  и  $r_3$  — ЭДС и внутреннее сопротивление одного элемента.

### Задача 8

Можно ли с помощью 24 аккумуляторов, каждый из которых имеет ЭДС  $\mathcal{E}_0 = 2$  В и внутреннее сопротивление  $r = 0,3$  Ом, соединяя их в отдельные одинаковые группы, получить во внешней цепи сопротивлением  $R = 0,2$  Ом силу тока  $I = 21$  А?

**Решение.** Возможны два способа соединения аккумуляторов. Можно внутри отдельных групп соединить аккумуляторы последовательно, а сами группы — параллельно, или же, наоборот, внутри группы — параллельно, а сами группы — последовательно.

Обозначим через  $N$  полное число аккумуляторов, а через  $n$  — число аккумуляторов внутри отдельной группы. Тогда в первом случае сила тока равна:

$$I_1 = \frac{n\varepsilon_0}{R + \frac{rn}{N}} = \frac{R}{\frac{R}{n} + \frac{rn}{N}}, \quad (2.18.17)$$

так как ЭДС одной группы равна  $n\varepsilon_0$ , сопротивление группы  $nr$ , а число параллельно соединенных групп  $\frac{N}{n}$ .

Сила тока  $I_1$  достигнет максимума, когда значение знаменателя  $\frac{R}{n} + \frac{rn}{N}$  будет минимальным.

Для нахождения минимума выражения  $\frac{R}{n} + \frac{rn}{N}$  вычтем из него и добавим к нему выражение  $2\sqrt{\frac{rR}{N}}$ . Получим:

$$\frac{R}{n} + \frac{rn}{N} - 2\sqrt{\frac{rR}{N}} + 2\sqrt{\frac{rR}{N}} = \left(\sqrt{\frac{R}{n}} - \sqrt{\frac{rn}{N}}\right)^2 + 2\sqrt{\frac{rR}{N}}.$$

Это выражение минимально при  $\frac{R}{n} = \frac{rn}{N}$ , т. е. при  $n = \sqrt{\frac{RN}{r}} = 4$ . Оно равно  $2\sqrt{\frac{rR}{N}}$  (выражение в скобках равно нулю). Следовательно,

$$I_{1\max} = \frac{\varepsilon_0}{2} \sqrt{\frac{N}{rR}} = 20 \text{ А.}$$

Во втором случае

$$I_2 = \frac{\frac{N}{n}\varepsilon_0}{R + \frac{rN}{n^2}} = \frac{N\varepsilon_0}{nR + \frac{rN}{n}}. \quad (2.18.18)$$

Осуществив такие же преобразования, как и в первом случае, найдем, что сила тока достигает максимума при  $n = \sqrt{\frac{rN}{R}}$ , когда знаменатель выражения (2.18.18) имеет минимальное значение, равное  $2\sqrt{rRN}$ .

$$I_{2\max} = \frac{\mathcal{E}_0}{2} \sqrt{\frac{N}{Rr}} = I_{1\max} = 20 \text{ А.}$$

Таким образом, получить во внешней цепи силу тока, превышающую 20 А, невозможно.

### Упражнение 6

1. Параллельно соединенные конденсатор емкостью  $C = 4$  мкФ и резистор сопротивлением  $R = 3$  Ом подключены к источнику тока с ЭДС  $\mathcal{E} = 5$  В и внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом. Определите заряд на обкладках конденсатора.
2. При подключении к аккумулятору резистора сопротивлением  $R_1 = 1,8$  Ом сила тока в цепи равна  $I_1 = 1$  А. Если заменить резистор сопротивлением  $R_1$  на резистор сопротивлением  $R_2 = 4,8$  Ом, то сила тока  $I_2 = 0,4$  А. Определите ЭДС  $\mathcal{E}$  аккумулятора.
3. Вольтметр с внутренним сопротивлением  $R_1 = 200$  Ом, подключенный к источнику тока с ЭДС  $\mathcal{E} = 12$  В, показывает  $U = 11$  В. Что покажет амперметр с внутренним сопротивлением  $R_2 = 4$  Ом, если его подключить к источнику параллельно вольтметру?
4. Вольтметр с внутренним сопротивлением  $R = 1800$  Ом подключают к источнику тока сначала параллельно резистору сопротивлением  $R_1 = 120$  Ом, а затем последовательно с резистором сопротивлением  $R_2 = 200$  Ом. Чему равно внутреннее сопротивление  $r$  источника тока, если показания вольтметра в обоих случаях одинаковы?
5. При каком соотношении сопротивлений внешнего и внутреннего участков цепи с источником постоянного тока во внешнем участке выделяется максимальная мощность?
6. К источнику тока подключают сначала резистор сопротивлением  $R = 3$  Ом, а затем последовательно с этим резисто-

ром резистор, сопротивление которого в  $m = 20$  раз больше. При этом коэффициент полезного действия<sup>1</sup> увеличился в  $n = 2$  раз. Чему равно внутреннее сопротивление  $r$  источника тока?

7. Замкнутая цепь питается от источника с ЭДС  $\varepsilon$  и внутренним сопротивлением  $r$ . Постройте графики зависимости силы тока в цепи и напряжения на зажимах источника от внешнего сопротивления  $R$ .
8. Вольтметр с сопротивлением  $R_1 = 100$  Ом, подключенный к клеммам элемента, показывает разность потенциалов  $U = 2$  В. При замыкании этого же элемента на резистор сопротивлением  $R = 15$  Ом включенный в цепь амперметр показывает силу тока  $I = 0,1$  А. Найдите ЭДС элемента  $\varepsilon$ , если сопротивление амперметра  $R_2 = 1$  Ом.
9. Сила тока на участке цепи, содержащем аккумулятор, равна 1 А. Электродвижущая сила и внутреннее сопротивление аккумулятора равны соответственно  $\varepsilon = 4$  В и  $r = 1$  Ом. Чему равна разность потенциалов на зажимах аккумулятора?

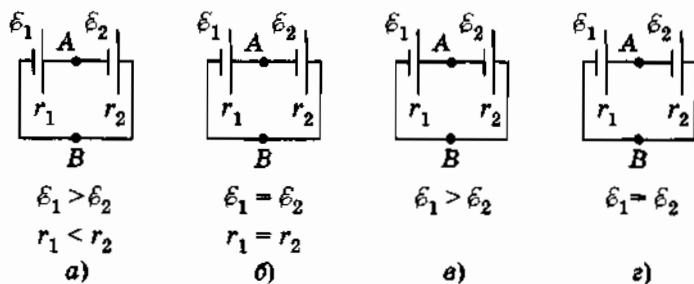


Рис. 2.67

10. Изобразите графически примерный ход потенциала вдоль замкнутых цепей, изображенных на рисунке 2.67, а—г. Определите силу тока в каждой цепи и разность потенциалов между точками В и А. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

<sup>1</sup> Коэффициентом полезного действия цепи называется отношение мощности, выделяющейся во внешнем участке цепи, к мощности, выделяющейся во всей цепи.

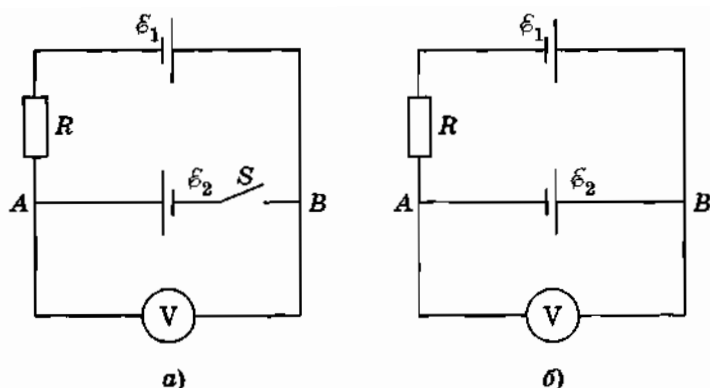


Рис. 2.68

11. Гальванические элементы с ЭДС  $\varepsilon_1 = 2$  В и  $\varepsilon_2 = 1,5$  В соединены по схеме, изображенной на рисунке 2.68, а. Вольтметр, нуль которого находится посередине шкалы, показывает напряжение  $U_1 = 1$  В, причем его стрелка отклоняется в ту же сторону, что и при разомкнутом ключе  $S$ . Что будет показывать вольтметр, если соединить элементы по схеме рисунка 2.68, б? Током, ответвляющимся в вольтметр, можно пренебречь.
12. Решите задачу 11 при условии, что при замкнутом ключе  $S$  (см. рис. 2.68, а) стрелка вольтметра отклоняется в сторону, противоположную той, в которую она отклонялась при разомкнутом ключе.
13. В каком случае сила тока в цепи, состоящей из двух последовательно соединенных гальванических элементов, замкнутых проводником, меньше силы тока в цепи, которая получится, если один из элементов исключить?
14. При каком значении сопротивления  $R$  в цепи (см. рис. 2.64) ток через гальванический элемент с ЭДС  $\varepsilon_2$  не пойдет? При каких значениях  $R$  ток через этот элемент будет направлен против сторонних сил, действующих в элементе?
15. Найдите разность потенциалов  $\varphi_A - \varphi_B$  между точками  $A$  и  $B$  в цепи, схема которой изображена на рисунке 2.69. ЭДС элементов  $\varepsilon$  и их внутренние сопротивления  $r$  одинаковы.

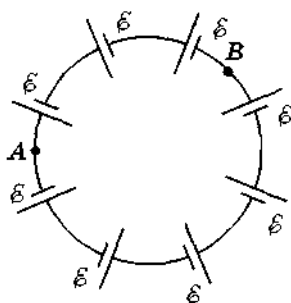


Рис. 2.69

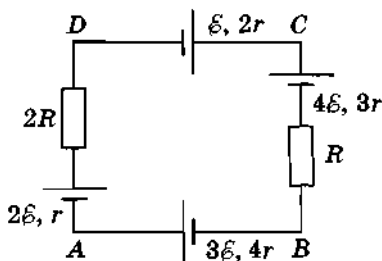


Рис. 2.70

16. Найдите разность потенциалов между точками  $A$  и  $C$ ,  $B$  и  $D$  в цепи, схема которой изображена на рисунке 2.70.
17. Зарядка аккумулятора с начальной ЭДС  $\varepsilon$  осуществляется зарядной станцией, напряжение в сети которой равно  $U$ . Внутреннее сопротивление аккумулятора  $r$ . Определите полезную мощность  $P_1$ , расходуемую на зарядку аккумулятора, и мощность  $P_2$ , расходуемую на нагревание аккумулятора.
18. Определите силу тока  $I$  в резисторе  $R_2$  (рис. 2.71), если  $\varepsilon_1 = 8 \text{ В}$ ,  $r_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $\varepsilon_2 = 10 \text{ В}$ ,  $r_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_1 = 15 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ .
19. Батарея из  $n = 40$  последовательно соединенных в цепь аккумуляторов заряжается от сети с напряжением  $U = 127 \text{ В}$ . Чему равна сила зарядного тока, если ЭДС аккумулятора  $\varepsilon = 2,5 \text{ В}$ , внутреннее сопротивление аккумулятора  $r = 0,2 \text{ Ом}$  и последовательно в цепь включен резистор сопротивлением  $R = 2 \text{ Ом}$ ?

20.  $N$  одинаковых аккумуляторов соединены последовательно, причем  $k$  из них включены навстречу другим. Какая сила тока установится в цепи, если батарею замкнуть на резистор сопротивлением  $R$ ? ЭДС каждого элемента равна  $\varepsilon$ , внутреннее сопротивление  $r$ .

21. Источник с ЭДС  $\varepsilon_1$  и внутренним сопротивлением  $r_1$  параллельно соединен с источником, ЭДС которого  $\varepsilon_2$ , а внутреннее сопротивление равно нулю. Найдите ЭДС и внутреннее сопротивление полученной батареи.

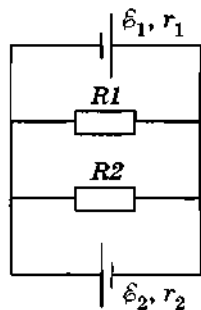


Рис. 2.71

22. Найдите ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока, зашунтированного проводником сопротивлением  $R$  (рис. 2.72).

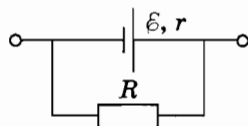


Рис. 2.72

23. При каких условиях сила тока в цепи, подключенной к батарее, составленной из последовательно соединенных одинаковых элементов, равна силе тока, даваемой батареей из тех же элементов, соединенных параллельно?
24. Из  $N = 16$  элементов нужно составить батарею, чтобы при внешнем сопротивлении  $R = 4$  Ом сила тока в нем была наибольшей. Как нужно соединить элементы? Внутреннее сопротивление одного элемента  $r = 0,25$  Ом.
25. Батарея, состоящая из  $N$  элементов с ЭДС  $\varepsilon = 1,84$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом каждый, собрана из нескольких групп, соединенных последовательно. В каждой группе содержится по  $n = 4$  элемента, соединенных параллельно. Сопротивление внешней цепи  $R = 3$  Ом. При такой группировке элементов во внешнем участке цепи получается максимальная сила тока. Определите число  $N$  элементов в батарее и максимальную силу тока  $I$ .

## Глава 3

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В РАЗЛИЧНЫХ СРЕДАХ

*В этой главе вы познакомитесь с физическими процессами, обуславливающими прохождение тока в различных средах.*

#### § 3.1. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ ВЕЩЕСТВ

*Электрический ток проводят твердые, жидкие и газообразные тела. Чем эти проводники отличаются друг от друга?*

По способности веществ проводить электрический ток их можно разделить на несколько групп. К одной группе относятся вещества, которые содержат много свободных заряженных частиц, и поэтому в них легко создать электрический ток. Их называют **п р о в о д н и к а м и**.

К другой группе относятся вещества, в которых мало свободных заряженных частиц. Поэтому сила тока в них даже при большой разности потенциалов очень мала. Эти вещества называют **и з о л я т о р а м и** или **д и э л е к т р и к а м и**.

Деление веществ на проводники и изоляторы условно. В природе нет идеальных изоляторов. Даже лучшие из известных изоляторов имеют некоторое, небольшое по сравнению с проводниками число свободных заряженных частиц. В диэлектриках концентрация свободных зарядов не превышает  $10^{17} \text{ м}^{-3}$ , а в металлах концентрация свободных электронов порядка  $10^{28} \text{ м}^{-3}$ .



## Проводники

К проводникам прежде всего следует отнести все металлы, среди которых наилучшей электропроводностью обладают серебро, медь, алюминий. Металлические проводники находят широчайшее применение в передаче электроэнергии от источников тока к потребителям. Эти проводники используются также в генераторах, электродвигателях, трансформаторах, электроизмерительных приборах и т. д.

Наряду с металлами хорошими проводниками являются водные растворы или расплавы электролитов и ионизованный газ — плазма. При определенных условиях и в вакууме может существовать электрический ток. Так, в вакуумных электронных приборах электрический ток образуют потоки электронов, поступающие из специальных устройств.

## Диэлектрики

К числу хороших изоляторов относятся янтарь, фарфор, резина, стекло, парафин. Жидкими диэлектриками являются керосин, минеральное (трансформаторное) масло, лаки, чистая (дистиллированная) вода и др.

Лучший изолятор — вакуум. Неионизованные газы, в том числе и воздух, также хорошие изоляторы.

Однако при некоторых условиях, например в сильном электрическом поле, происходит расщепление молекул диэлектрика на ионы, и вещество, которое при отсутствии электрического поля или в слабом поле было диэлектриком, становится проводником. Напряженность электрического поля, при которой начинается ионизация молекул диэлектрика, называется пробивной напряженностью (электрической прочностью) диэлектрика. Поэтому при использовании диэлектриков в электрических установках наибольшее значение напряженности электрического поля выбирают равным допускаемой напряженности. Допускаемая напряженность обычно в несколько раз меньше пробивной.

В качестве примера приведем значения пробивной напряженности для некоторых диэлектриков: воздух — 3000 кВ/м, масло трансформаторное — 10 000 кВ/м, фарфор — 8000...15 000 кВ/м, слюда — 80 000...200 000 кВ/м.

## Полупроводники

Кроме проводников и диэлектриков имеется группа веществ (в основном твердых), проводимость которых занимает

промежуточное положение между проводниками и диэлектриками. Эти вещества не настолько хорошо проводят электрический ток, чтобы их назвать проводниками, и не настолько плохо, чтобы их отнести к диэлектрикам. Поэтому они получили название полупроводников. К ним относятся кремний, германий, селен и многие другие вещества. Существуют и жидкие полупроводники.

Для полупроводников характерно резкое изменение электропроводности с изменением температуры. При низких температурах число свободных зарядов в них мало и по своим свойствам эти вещества близки к диэлектрикам. С повышением температуры число свободных носителей заряда увеличивается настолько, что эти вещества уже можно отнести к хорошим проводникам.

Электропроводность полупроводников зависит также от падающего на них света, напряженности и направления электрического поля и особенно резко изменяется при введении в их состав незначительного количества примесей.

До недавнего времени полупроводники не играли заметной практической роли. В электротехнике и радиотехнике применяли исключительно различные проводники и диэлектрики. Положение существенно изменилось, можно даже сказать, что в радиотехнике произошла революция, когда сначала теоретически, а затем экспериментально была открыта и изучена легко осуществимая возможность управления электрической проводимостью полупроводников.

Полупроводники нашли широкое применение в электротехнике, радиотехнике, в электронно-вычислительных машинах, автоматике и т. д.

*Для передачи электрической энергии по проводам применяют проводники.*

*Полупроводники применяют в качестве элементов, преобразующих ток в радиоприемниках, вычислительных машинах и т. д.*

### **§ 3.2. ЭЛЕКТРОННАЯ ПРОВОДИМОСТЬ МЕТАЛЛОВ**

*Начнем с металлических проводников. Вольт-амперная характеристика этих проводников нам известна (см. § 2.4), но пока не было дано ее объяснение с точки зрения молекулярно-кинетической теории.*

## Свободные электроны в металлах

В предыдущих главах мы неоднократно пользовались представлением о том, что свободными носителями заряда в большинстве металлов являются электроны. В отсутствие электрического поля они движутся беспорядочно, участвуя в тепловом движении (см. рис. 2.1). Под действием электрического поля электроны начинают упорядоченно перемещаться между ионами, находящимися в узлах кристаллической решетки (см. рис. 2.2), со средней скоростью порядка  $10^{-4}$  м/с, образуя электрический ток.

Ионы кристаллической решетки металла в твердом состоянии не принимают участия в создании тока. Их перемещение при прохождении тока означало бы перенос вещества вдоль проводника. Опыты же по пропусканию тока в течение многих месяцев показали, что ничего подобного не происходит.

### Опыт Рикке (1901)

Э. Рикке составил цепь, в которую входили три прижатых друг к другу цилиндра, из которых два крайних были медные, а средний — алюминиевый (рис. 3.1). В течение года через эти цилиндры протекал ток порядка 0,1 А, так что общий заряд, прошедший через цилиндры, превысил  $3,5 \cdot 10^6$  Кл.

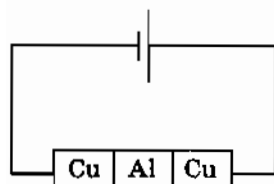


Рис. 3.1

По окончании опыта цилиндры были разъединены, и обнаружили лишь следы взаимного проникновения, не превышающие результатов обычной диффузии атомов в твердых телах.

### Экспериментальное доказательство существования свободных электронов в металлах

Экспериментальное доказательство того, что проводимость металлов обусловлена движением свободных электронов, было дано в опытах Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси в 1912 г. (результаты не были опубликованы), а также Т. Стюарта и Р. Толмена в 1916 г. Идея этих опытов такова. Если резко затормозить движущийся кусок металла, то находящиеся в нем свободные заряды, двигаясь по инерции, будут



Рис. 3.2

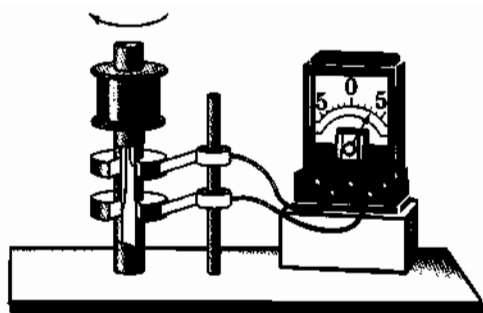


Рис. 3.3

скапливаться у переднего его конца, и между концами проводника возникнет разность потенциалов.

Существование подобных электроинерционных эффектов и было установлено академиками Л. И. Мандельштамом и Н. Д. Папалекси с помощью следующего опыта. Катушка, соединенная с телефоном, приводилась в колебательное движение вокруг своей оси (рис. 3.2). Благодаря инерции свободных зарядов на концах катушки возникала переменная разность потенциалов, и телефон издавал звук. Однако это были лишь качественные опыты. Никакие измерения и количественные расчеты в этих опытах не были произведены.

Опыт с количественными результатами был осуществлен спустя четыре года Т. Стюартом и Р. Толменом.

В опыте Стюарта и Толмена катушка большого диаметра с намотанным на нее металлическим проводом приводилась в бы-



**Мандельштам Леонид Исаакович (1879—1944)** — советский физик, академик. Л. И. Мандельштам внес большой вклад в развитие теории колебаний, радиофизики и оптики. Совместно с Г. С. Ландсбергом им было открыто рассеяние света кристаллами, сопровождающееся изменением частоты (так называемое комбинационное рассеяние). Л. И. Мандельштам создал целое научное направление в советской физике. Его учениками являются академики А. А. Андронов, М. А. Леонтович, чл.-корр. АН СССР С. М. Рылов, профессор С. П. Стрелков и многие другие.

строе вращение и затем резко тормозилась (рис. 3.3). При торможении катушки свободные заряды в проводнике продолжали некоторое время двигаться по инерции. Вследствие движения зарядов относительно проводника в катушке возникал кратковременный электрический ток, который регистрировался гальванометром, присоединенным к концам проводника с помощью скользящих контактов. Направление тока свидетельствовало о том, что он обусловлен движением отрицательно заряженных частиц. Переносимый при этом заряд прямо пропорционален отношению заряда  $q_0$  частиц, создающих ток, к их массе  $m$ ,

т. е.  $\frac{q_0}{m}$ . Поэтому, измеряя заряд, проходящий через гальванометр за все время существования тока в цепи, удалось определить отношение  $\frac{q_0}{m}$ . Оно оказалось равным  $1,8 \cdot 10^{11}$  Кл/кг. Это значение совпадает со значением отношения заряда к массе для электрона  $\left(\frac{e}{m}\right)$ , найденным ранее из других опытов.

*Экспериментально установлено, что носителями электрического тока в металлах являются свободные электроны.*

### § 3.3. ПОЧЕМУ СПРАВЕДЛИВ ЗАКОН ОМА?

*Рассмотренная модель металла позволяет объяснить основные, известные нам из опыта, закономерности прохождения тока в металлах. Исходя из этой модели, можно теоретически получить закон Ома для участка цепи.*

#### **Сила сопротивления движению заряженных частиц**

При постоянной силе тока средняя скорость упорядоченного движения свободных электронов, согласно выражению (2.2.7), постоянна:  $v = \text{const}$ . Но при этом на электроны действует со стороны поля постоянная сила  $\vec{F} = e\vec{E}$ .

Движение без ускорения под действием постоянной силы возможно лишь при наличии силы сопротивления со стороны среды, в которой движется заряженная частица (электрон). Эта сила зависит от скорости частицы и при скорости, равной нулю, должна быть тоже равна нулю. Иначе слабое поле не могло бы вызвать упорядоченное перемещение частиц.

Если электрическое поле перестает действовать на заряженные частицы, ток быстро прекращается. Это означает прекращение упорядоченного движения частиц из-за сопротивления среды. Время, за которое практически прекращается упорядоченное движение, называется временем релаксации. Это то время, за которое заряженные частицы полностью «забывают» свое начальное состояние упорядоченного движения.

При малых скоростях движения свободных электронов (а эти скорости, как мы знаем, действительно малы) силу сопротивления можно считать прямо пропорциональной скорости:

$$\vec{F}_c = -k\vec{v}. \quad (3.3.1)$$

Коэффициент  $k$  считаем не зависящим от скорости. Это первое основное допущение, которое мы делаем при обосновании эмпирического закона Ома. Независимость  $k$  от  $v$  фактически означает независимость  $k$  от электрического поля в проводнике.

Уравнение движения для модулей векторных величин (второй закон Ньютона), определяющее скорость упорядоченного движения частиц, имеет вид:

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = F - kv, \quad (3.3.2)$$

где  $F = eE$  — постоянная сила, действующая со стороны поля на электрон.

В частности, если в момент времени  $t = 0$  сила  $F$  оказалась равной нулю, а скорость упорядоченного движения в этот момент  $v(0) = v_0$ , то уравнение движения свободных электронов упрощается:

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = -kv. \quad (3.3.3)$$

Из уравнения (3.3.3) видно, что быстрота убывания скорости от  $v_0$  до 0 прямо пропорциональна отношению  $\frac{k}{m}$ . Величина, обратная  $\frac{k}{m}$ , имеет размерность времени. Введя величину

$$\tau = \frac{m}{k}, \quad (3.3.4)$$

вместо уравнения (3.3.3) получим уравнение

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{1}{\tau} v.$$

Именно величина  $\tau$  определяет время уменьшения скорости упорядоченного движения до нуля. При данной начальной скорости упорядоченного движения это время ни от чего больше зависеть не может. Чем больше  $\tau$ , тем медленнее происходит убывание скорости. Это и понятно: бóльшим  $\tau$  соответствует бóльшая масса частиц и малый коэффициент сопротивления. Поэтому можно предположить, что  $\tau$  определяет время релаксации. Действительно, уравнение (3.3.3) при переходе к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$  оказывается дифференциальным уравнением первого порядка:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau} v.$$

Решение его выражается через экспоненциальную функцию:

$$v = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где  $e = 2,71$  — основание натуральных логарифмов, а  $v_0$  — начальная скорость ( $v = v_0$  при  $t = 0$ ). То, что именно эта функция является решением дифференциального уравнения, можно проверить подстановкой ее в исходное дифференциальное уравнение. Для этого нужно только уметь вычислять производную экспоненциальной функции.

Из решения уравнения видно, что  $\tau$  — это время, за которое скорость упорядоченного движения уменьшается в  $e$  раз. Таким образом, за время  $\tau$  упорядоченное движение не исчезает совсем, но резко замедляется.

### Вывод закона Ома

При установившемся движении  $\frac{\Delta v}{\Delta t} = 0$ , и из уравнения (3.3.2) мы можем найти скорость упорядоченного движения электронов.

Подставив в уравнение (3.3.2) значение  $k$  из соотношения (3.3.4), будем иметь

$$eE = \frac{m}{\tau} v,$$

или

$$v = \frac{e\tau}{m} E. \quad (3.3.5)$$

Согласно определению (2.2.1) и с учетом выражения (3.3.5) для плотности тока в металлическом проводнике получим:

$$j = env = \frac{e^2 n \tau}{m} E. \quad (3.3.6)$$

Сравнивая выражения (3.3.6) и (2.4.10), видим, что удельная проводимость равна:

$$\gamma = \frac{e^2 n \tau}{m}. \quad (3.3.7)$$

Сделаем второе предположение: концентрация заряженных частиц (электронов)  $n$ , как и время  $\tau$ , не зависит от напряженности поля. Тогда удельная проводимость будет постоянной величиной, не зависящей от поля. Это и означает выполнение закона Ома (2.4.10) в дифференциальной форме. Отсюда, разумеется, следует закон Ома в форме (2.4.2) или (2.4.3).

Все значение закона Ома тем и определяется, что для многих веществ в широких интервалах приложенного к проводнику напряжения удельная проводимость  $\gamma$  остается неизменной. Из-за этого закон Ома, не являясь фундаментальным законом природы, чрезвычайно важен.

### Чем определяется время релаксации?

Кроме универсальных постоянных (заряда  $e$  и массы  $m$  носителей тока), удельная проводимость  $\gamma$ , как видно из выражения (3.3.7), зависит от концентрации частиц  $n$  и времени релаксации  $\tau$ . Смысл  $n$  очевиден. Главная проблема в выяснении природы времени релаксации и в его вычислении.

Простые оценки дают аномально большое время релаксации. При известных значениях  $\gamma$  и  $n$  это время, согласно формуле (3.3.7), имеет порядок  $3 \cdot 10^{-14}$  с. За такое время электрон проходит расстояние  $3 \cdot 10^{-7}$  см, т. е. около десяти периодов решетки. Именно поэтому проводимость металлов велика.

Данный факт представляется весьма странным. Ведь в металле ионы в решетке расположены близко друг к другу. Как же электрон этого «не замечает»? Объяснение оказывается возможным только на основе квантовой механики. Квантовая теория позволяет рассчитать значение  $\tau$  и тем самым удельную проводимость  $\gamma$  и выяснить характер ее зависимости от температуры.



## Границы применимости закона Ома

Линейная зависимость плотности тока  $j$  от напряженности электрического поля, т. е. закон Ома, нарушается в том случае, когда время релаксации  $\tau$  или концентрация свободных носителей заряда  $n$  начинает зависеть от  $E$ . Тогда  $\gamma = \frac{e^2 n \tau}{m}$  будет зависеть от  $E$ .

Нелинейная зависимость силы тока от напряжения чрезвычайно важна для многих устройств. Без нее невозможна современная радиотехника и электроника. Например, такие существенные для радиосвязи процессы, как модуляция и детектирование, не могут быть осуществлены цепями с линейной зависимостью силы тока от напряжения.

Время релаксации имеет порядок времени свободного пробега заряженных частиц. Это время определяется скоростью движения частиц и расстоянием, на котором частица приобретает скорость упорядоченного движения  $v$ . Время релаксации не будет зависеть от напряженности  $E$ , если скорость упорядоченного движения, приобретаемая под действием поля, много меньше скорости теплового движения электронов. Тогда при определении  $\tau$  можно пренебречь скоростью упорядоченного движения по сравнению со скоростью теплового движения.

Согласно молекулярно-кинетической теории скорость теплового движения  $v_T$  определяется величиной

$$\sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана, а  $T$  — абсолютная температура. Для электрона при комнатной температуре ( $T \approx 300$  К) эта скорость имеет порядок  $10^5$  м/с.

Под влиянием постоянной силы  $F = eE$  электрон приобретает скорость упорядоченного движения  $v = \frac{eE}{m}\tau$ . Отступления

от закона Ома должны наступать при  $v \geq v_T$  или  $E \geq \frac{mv_T}{e\tau}$ . Оценим это значение  $E$  для металлов и слабо ионизованных газов.

Для металлических проводников, как мы уже отмечали,  $\tau = 3 \cdot 10^{-14}$  с. Отсюда при  $v_T \approx 10^5$  м/с получим:  $E \approx 2 \cdot 10^7$  В/м.

На самом деле напряженность поля должна быть на порядок больше. Дело в том, что классическая молекулярно-кинетическая теория не дает правильной оценки скорости теплового движения. Квантовая оценка приводит к значению  $v_T \approx 10^6$  м/с и, соответственно,  $E \approx 10^8$  В/м.

Создать такую напряженность поля в металле нельзя. Максимально допустимая плотность тока в меди, при которой не происходит разрушения проводника,  $j \approx 10^7$  А/м<sup>2</sup>. При этом

$$E = \frac{j}{\gamma} \approx 0,15 \text{ В/м.}$$

Если же напряженность поля будет порядка  $10^8$  В/м, то проводник просто испарится. Отсюда следует, что закон Ома для металлических проводников выполняется при любых напряжениях. Закон Ома в металлических проводниках выполняется при всех значениях напряженности еще и потому, что концентрация свободных электронов в металлах не зависит ни от модуля вектора напряженности поля, ни от его направления.

Отступления от закона Ома могут иметь место при прохождении тока через растворы и расплавы электролитов. Закон Ома не выполняется при прохождении тока через ионизованный газ, в вакууме, а также при наличии в цепи контактов полупроводников с металлами и различных типов полупроводников друг с другом. Здесь сила тока, в частности, зависит от направления напряженности поля.

*Под действием электрического поля электроны движутся с постоянной средней скоростью из-за торможения со стороны кристаллической решетки. Скорость упорядоченного движения прямо пропорциональна напряженности поля в проводнике.*

### **§ 3.4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В РАСТВОРАХ И РАСПЛАВАХ ЭЛЕКТРОЛИТОВ**

*К электролитам относят соли, кислоты и щелочи. Какова электропроводность этих веществ? Обратимся к опыту.*

Соединим последовательно источник тока, электрическую лампочку и два электрода (две пластинки). Электроды разведены (цепь не замкнута), поэтому, естественно, лампочка

не горит. Опустим теперь электроды в сосуд с дистиллированной водой. Лампочка также не горит. Значит, дистиллированная вода не является проводником электрического тока. Вынем электроды из воды и поставим их на лист бумаги, на который насыпана поваренная соль  $\text{NaCl}$ . Лампочка и теперь не горит. Следовательно, и сухая соль не является проводником электрического тока. Наконец, еще раз опустим в дистиллированную воду электроды с прилипшей к ним солью. Мы увидим, что лампочка загорелась, что свидетельствует о появлении электрического тока.

Таким образом, хотя в отдельности дистиллированная вода и соль не являются проводниками, раствор соли в воде является хорошим проводником электрического тока. То же можно сказать (и на опыте в этом убедиться) о водных растворах кислот и щелочей.

### Электролитическая диссоциация

Заряженные частицы, обеспечивающие электрический ток в этих растворах, образуются в результате электролитической диссоциации. Из-за взаимодействия с полярными молекулами воды молекулы растворимых веществ распадаются на разноименно заряженные «осколки» — ионы. Положительно заряженными оказываются ионы металлов и водорода, а отрицательно заряженными — кислотные остатки и гидроксильная группа ( $\text{OH}$ ).

Рассмотрим этот процесс подробнее на примере бромида калия  $\text{KBr}$ .

Взаимодействие атомов брома и калия в молекуле бромида калия упрощенно можно представить как взаимодействие двух ионов: положительно заряженного иона  $\text{K}^+$  и отрицательно заряженного иона  $\text{Br}^-$ . Объясняется это тем, что единственный валентный электрон у калия слабо связан с атомом. При образовании молекулы  $\text{KBr}$  этот электрон переходит к атому брома, превращая его в отрицательный ион  $\text{Br}^-$ . В соответствии с этим молекулу  $\text{KBr}$  можно схематически изобразить в виде диполя (рис. 3.4). При растворении соли бромида калия в воде молекулы  $\text{KBr}$  попадают в окружение молекул воды, которые тоже являются диполями. В электрическом поле, создаваемом молекулой  $\text{KBr}$ , молекулы воды ориентируются, как показано на рисунке 3.5. При этом они растягивают



Рис. 3.4

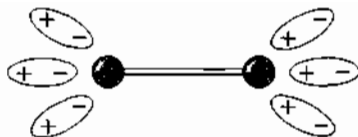


Рис. 3.5

молекулу  $\text{KBr}$  настолько, что незначительная встряска при столкновении с другими молекулами, участвующими в тепловом движении, разрушает ее. Часть молекул  $\text{KBr}$  распадается — диссоциирует на ионы  $\text{K}^+$  и  $\text{Br}^-$ .

Степень диссоциации, т. е. доля молекул растворенного вещества, которые распадаются на ионы, зависит от температуры, концентрации раствора и диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  растворителя. С увеличением температуры степень диссоциации возрастает и, следовательно, увеличивается концентрация положительно и отрицательно заряженных ионов.

Наряду с процессом диссоциации в растворах электролитов происходит и обратный процесс. Ионы разных знаков при встрече могут снова объединиться в нейтральные молекулы — **р е к о м б и н и р о в а т ь** (воссоединяться). При неизменных условиях в растворе устанавливается динамическое равновесие, при котором число молекул, распадающихся за секунду на ионы, равно числу пар ионов, которые за то же время вновь воссоединяются в нейтральные молекулы. При наступлении динамического равновесия концентрация ионов в растворе электролита сохраняется постоянной (при неизменной температуре).

### **Ионная проводимость растворов и расплавов электролитов**

При отсутствии внешнего электрического поля ионы вместе с нерасправшимися молекулами находятся в хаотическом тепловом движении.

Если сосуд с раствором электролита включить в электрическую цепь, то между электродами образуется электрическое поле и ионы в растворе придут в упорядоченное движение (рис. 3.6). Положительно заряженные ионы станут двигаться по направлению напряженности поля, т. е. к катоду (электроду, соединенному с отрицательным полюсом источника тока), а отрицательно заряженные ионы — в противополо-

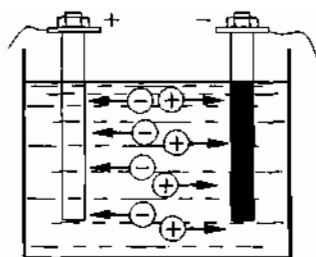


Рис. 3.6

ложном направлении, т. е. к аноду (электроду, соединенному с положительным полюсом источника тока).

Отрицательные ионы, пришедшие к аноду и называемые поэтому анионами, отдают свои лишние электроны аноду, а посредством его и соединительных проводников — положительному полюсу источника, возмещая на нем недостаток электронов.

Положительные ионы, пришедшие к катоду и потому называемые катионами, получают недостающие им электроны из избытка их на катоде. Так устанавливается во внешней цепи *перемещение электронов* от отрицательного полюса источника тока к положительному. При этом через *раствор электролита заряд переносится вместе с частицами вещества — ионами*. Такую проводимость называют *ионной*. В расплавах электролитов проводимость также ионная, так как при плавлении твердых электролитов их молекулы распадаются на положительные и отрицательные ионы. Жидкие же металлы обладают электронной проводимостью.

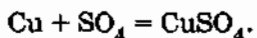
## Электролиз

При прохождении электрического тока через раствор электролита анионы отдают свои лишние электроны на аноде (в химии это называется окислительной реакцией), а катионы на катоде получают недостающие электроны (восстановительная реакция). Таким образом, на электродах при прохождении через раствор электрического тока происходит выделение веществ, входящих в состав электролитов.

*Процесс выделения на электродах вещества, связанный с окислительно-восстановительными реакциями, называют электролизом.*

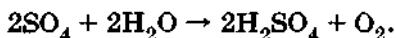
В ряде случаев нейтрализуемые на электродах ионы вступают в химические реакции с растворителем, растворенными веществами или с веществом электродов. Эти реакции называют *вторичными*.

Так, например, при электролизе раствора медного купороса ( $\text{CuSO}_4$ ) на катоде выделяется медь, а на аноде — кислотный остаток  $\text{SO}_4$ , который вступает в реакцию с веществом анода — медью:



Благодаря этой реакции концентрация раствора медного купороса остается неизменной. Происходит лишь перенос меди с анода на катод, пока анод полностью не израсходуется.

В случае платинового анода при электролизе раствора медного купороса происходит реакция с растворителем:



Молекулы серной кислоты попадают в раствор, а молекулярный кислород выделяется в виде пузырьков.

### Закон Ома

Для растворов электролитов справедлив закон Ома. Это утверждение можно обосновать подобно тому, как это было сделано в предыдущем параграфе для металлических проводников.

При постоянной температуре графиком, выражающим зависимость силы тока от напряжения (вольт-амперная характеристика) для растворов электролитов, является, как и для металлического проводника, прямая линия. Однако эта прямая не проходит через начало координат, а «сдвинута» вправо (рис. 3.7). Это объясняется тем, что при электролизе происходит полярзация электродов, погруженных в раствор электролита (см. § 2.12), причем ЭДС полярзации  $\mathcal{E}_p$  имеет знак, противоположный знаку напряжения  $U$  на электродах. На рисунке 3.7 отрезок  $OA$  соответствует ЭДС полярзации.

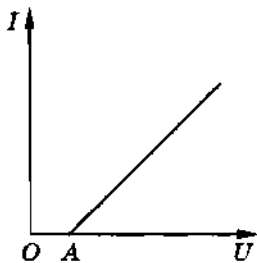


Рис. 3.7

*В растворах и расплавах электролитов свободные электрические заряды появляются за счет распада на ионы нейтральных молекул. Движение ионов в поле означает перенос вещества.*

### § 3.5. ЗАКОН ЭЛЕКТРОЛИЗА

*При электролизе на электродах происходит выделение вещества. От чего зависит масса вещества, выделяющегося за определенное время?*

Масса  $m$  выделившегося вещества равна произведению массы одного иона  $m_i$ , на число ионов  $N_i$ , осевших на электроде за время  $\Delta t$ :

$$m = m_i N_i. \quad (3.5.1)$$

Масса иона, как мы уже знаем, равна

$$m_i = \frac{M}{N_A}, \quad (3.5.2)$$

где  $M$  — молярная (или атомная) масса вещества, а  $N_A$  — постоянная Авогадро, т. е. число ионов в одном моле.

Число ионов, осевших на электроде,

$$N_i = \frac{\Delta q}{q_i}, \quad (3.5.3)$$

где  $\Delta q = I\Delta t$  — заряд, протекший через раствор электролита за время  $\Delta t$ ,  $q_i$  — заряд иона, который равен произведению элементарного заряда  $e$  на валентность  $n$  атома (или группы атомов), из которого образовался ион:  $q_i = en$ .

При диссоциации молекул, состоящих из одновалентных атомов ( $n = 1$ ), возникают однозарядные ионы. Например, при диссоциации молекулы бромида калия  $KBr$  возникают ионы  $K^+$  и  $Br^-$ , а при диссоциации молекулы медного купороса  $CuSO_4$  получаются два двухзарядных иона  $Cu^{2+}$  и  $SO_4^{2-}$ , так как атом меди и кислотный остаток в данном соединении двухвалентны ( $n = 2$ ).

Подставляя в формулу (3.5.1) выражения (3.5.2) и (3.5.3) и учитывая, что  $\Delta q = I\Delta t$ , а  $q_i = en$ , получим:

$$m = \frac{M}{neN_A} I\Delta t. \quad (3.5.4)$$

### Закон Фарадея

Обозначим через  $k$  коэффициент пропорциональности между массой вещества  $m$  и зарядом  $\Delta q = I\Delta t$  в формуле (3.5.4):

$$k = \frac{1}{eN_A} \frac{M}{n}. \quad (3.5.5)$$

Тогда формула (3.5.4) примет вид:

$$m = kI\Delta t. \quad (3.5.6)$$

Следовательно, масса вещества, выделившегося на каждом из электродов, прямо пропорциональна силе тока и времени прохождения тока через раствор электролита.

Это утверждение, полученное нами теоретически, впервые было установлено в 1836 г. экспериментально М. Фарадеем и носит название закона электролиза Фарадея.

Коэффициент  $k$  в формуле (3.5.6) называют электрохимическим эквивалентом вещества и выражают в килограммах на кулон (кг/Кл). Из формулы (3.5.6) видно, что электрохимический эквивалент  $k$  численно равен массе вещества, выделившегося на электроде, при переносе ионами через раствор электролита заряда, равного 1 Кл.

Электрохимический эквивалент имеет простой физический смысл. Так как  $\frac{M}{N_A} = m_i$  и  $en = q_i$ , то, согласно выражению (3.5.5),

$$k = \frac{m_i}{q_i}, \quad (3.5.7)$$

т. е. электрохимический эквивалент данного вещества равен отношению массы иона этого вещества к его заряду.

Из формулы (3.5.5) следует также, что электрохимические эквиваленты веществ прямо пропорциональны молярным массам и обратно пропорциональны валентностям этих веществ.

При этом надо иметь в виду, что некоторые химические элементы в разных соединениях могут обладать различной валентностью. Так, например, медь одновалентна в соединениях  $\text{CuCl}$ ,  $\text{Cu}_2\text{O}$  и еще в некоторых других соединениях и двухвалентна в  $\text{CuO}$ ,  $\text{CuSO}_4$  и еще в некоторых соединениях. В первом случае, когда медь одновалентна, ее электрохимический эквивалент равен  $6,6 \cdot 10^{-7}$  кг/Кл, а для двухвалентной меди электрохимический эквивалент в два раза меньше — он равен  $3,3 \cdot 10^{-7}$  кг/Кл.

### Постоянная Фарадея

Произведение элементарного заряда (заряда электрона)  $e$  на постоянную Авогадро  $N_A$  носит название постоянной Фарадея:  $F = eN_A$ . Введя постоянную Фарадея в формулу (3.5.4), для массы вещества, выделившегося при электролизе на электроде, получим:

$$m = \frac{1M}{F n} I \Delta t. \quad (3.5.8)$$



Согласно этой формуле постоянная Фарадея  $F$  численно равна заряду, который надо пропустить через раствор электролита, чтобы выделить на электроде один моль одновалентного вещества. Постоянная Фарадея, найденная из опыта, равна  $F = 9,65 \cdot 10^4$  Кл/моль. Для выделения на электроде одного моля  $n$ -валентного вещества через раствор электролита необходимо пропустить заряд, численно равный произведению  $nF$ .

### Определение заряда электрона

Зная постоянную Авогадро  $N_A$  и постоянную Фарадея  $F$ , можно найти модуль заряда одновалентного иона, т. е. заряд электрона:

$$e = \frac{F}{N_A} = \frac{9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Любой двухвалентный ион переносит заряд в два раза больший, трехвалентный — в три раза больший и т. д. Но никогда не бывает, чтобы один ион переносил заряд, содержащий дробную часть заряда одновалентного иона.

Этот вывод, полученный из закона Фарадея, впервые в истории физики привел к мысли о том, что заряд одновалентного иона ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл) представляет собой наименьший (элементарный) заряд, существующий в природе. Любой электрический заряд состоит из целого числа элементарных зарядов.

Вывод о существовании в природе элементарного электрического заряда был сделан Гельмгольцем в конце прошлого века (1881), когда в науке еще не существовало представления об электро́не. Значение элементарного заряда, вычисленное на основании закона электролиза, совпадает со значением заряда электрона, которое в дальнейшем было получено при исследовании других явлений.

*Произведение силы тока на время определяет массу вещества, выделяемого при электролизе. Закон электролиза позволяет найти значение элементарного электрического заряда.*

### § 3.6. ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОЛИЗА

*Электролиз находит широкое применение в технике. Рассмотрим лишь некоторые примеры наиболее важных технических применений электролиза.*

**Гальваностегия** — покрытие металлических изделий тонким слоем другого металла (никелирование, хромирование, серебрение, золочение и т. д.) с целью предохранения от окисления и придания изделию привлекательного внешнего вида. Предмет, подлежащий покрытию, тщательно очищают, хорошо обезжиривают и помещают в качестве катода в электролитическую ванну, содержащую раствор соли того металла, которым должен быть покрыт данный предмет (рис. 3.8). Анодом служит пластинка из того же металла. Для более равномерного покрытия обычно применяют две пластинки в качестве анода, помещая предмет между ними (см. рис. 3.8).

**Гальванопластика** — электролитическое изготовление копий с рельефных предметов (медалей, гравюр, барельефов и т. д.). С рельефного предмета делают восковый или иной слепок. Затем поверхность слепка покрывают тонким слоем графита, чтобы она стала проводящей. В таком виде слепок используется в качестве катода, который опускают в электролитическую ванну с раствором медного купороса. Анодом слу-

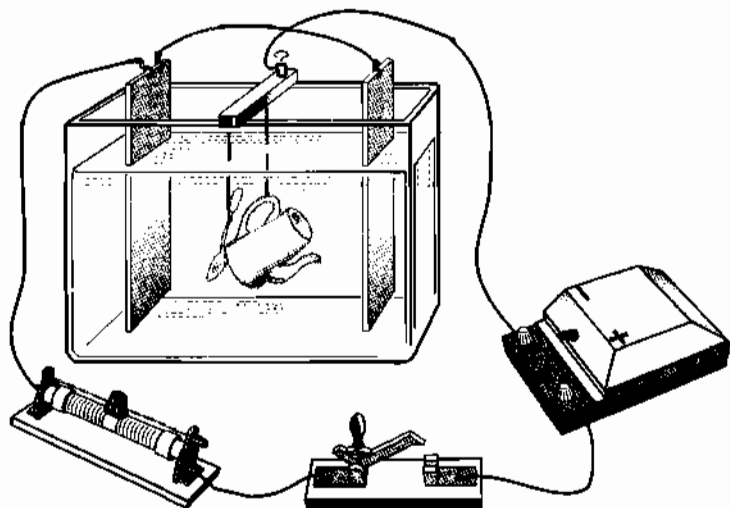


Рис. 3.8

жит медная пластинка. Когда на слепке нарастет достаточно толстый слой меди, электролиз прекращают и воск осторожно удаляют. Остается точная медная копия оригинала.

В полиграфической промышленности такие копии (стереотипы) получают с оттиска набора на пластичном материале (матрица), осаждая на матрицах толстый слой железа или другого материала. Это позволяет воспроизвести набор в нужном количестве экземпляров. Если раньше тираж книги ограничивался числом оттисков, которые можно получить с одного набора (при печатании набор стирается), то использование стереотипов позволяет значительно увеличить тираж.

Правда, в настоящее время с помощью электролиза получают стереотипы только для книг высококачественной печати и с большим числом иллюстраций.

Осаждая металл на длинный цилиндр, получают трубы без шва.

Процесс получения отслаиваемых покрытий был разработан русским ученым Б. С. Якоби, который в 1836 г. применил этот способ для изготовления полых фигур для Исаакиевского собора (в Санкт-Петербурге).

## **Рафинирование меди**

В § 3.1 мы говорили о роли металлических проводников в современной электротехнике. Медь является лучшим материалом для изготовления проводников, но для этого она должна быть лишена каких бы то ни было примесей (см. § 2.4). Очищение меди от примесей называется **рафинированием** (очисткой) меди. Массивные куски (толстые листы) неочищенной меди, полученной при выплавке из руды, являются анодом, а тонкие пластинки из чистой меди — катодом. Процесс происходит в больших ваннах с водным раствором медного купороса. При электролизе медь анода растворяется; примеси, содержащие ценные и редкие металлы, выпадают на дно в виде осадка (шлама), а на катоде оседает чистая медь. Таким же образом производят рафинирование некоторых других металлов.

## **Получение алюминия**

При помощи электролиза получают алюминий. Для этого подвергают электролизу не растворы солей этого металла, а его расплавленные оксиды.

В угольные тигли (рис. 3.9) насыпают глинозем (оксид алюминия  $Al_2O_3$ ), полученный путем переработки бокситов — руд, содержащих алюминий. Тигель служит катодом. Анодом являются угольные стержни, вставленные в тигель. Сначала угольные стержни опускают до соединения с тиглем и пропускают сильный ток. Глинозем при прохождении тока нагревается и расплавляется. После этого угли поднимают, ток проходит через жидкость и производит электролиз. Расплавленный алюминий, выделяющийся при электролизе, опускается на дно тигля (катод), откуда его через особое отверстие выпускают в формы для отливки.

Описанный способ получения алюминия сделал его дешевым и наряду с железом самым распространенным в технике и быту металлом.

Путем электролиза расплавленных солей в настоящее время получают также натрий, калий, магний, кальций и другие металлы.

*Электролиз используется для гальваностегии, гальванопластики, рафинирования меди, получения алюминия и др.*

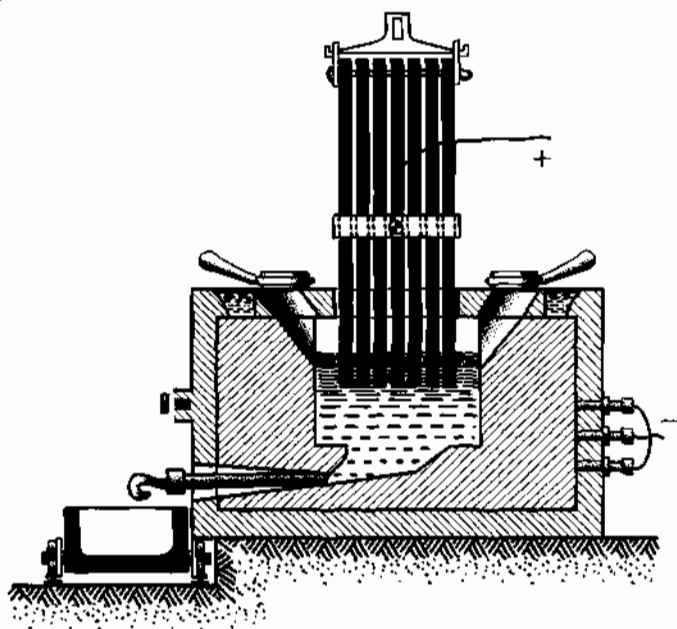


Рис. 3.9

### § 3.7. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗАХ

*При комнатных температурах газы являются диэлектриками. Нагревание газа или облучение ультрафиолетовыми, рентгеновскими и другими лучами вызывает ионизацию атомов или молекул газа. Газ становится проводником.*

#### Электрический разряд в газах

Все газы (в том числе и воздух) в естественном состоянии не проводят электрического тока, т. е. являются изоляторами (см. § 3.1). Именно по этой причине оказывается возможным строить «воздушные» линии электропередачи. На свойстве воздуха быть изолятором основана работа обыкновенного выключателя электрического тока, применяемого в ваших квартирах. Поворачивая выключатель, мы создаем воздушный промежуток между двумя точками электрической цепи и тем самым размыкаем ее.

В том, что воздух является плохим проводником электрического тока, можно убедиться непосредственно на следующем опыте. Возьмем электрометр с присоединенными к нему дисками плоского конденсатора и зарядим его (рис. 3.10, а). При комнатной температуре, если воздух достаточно сухой, конденсатор заметно не разряжается — положение стрелки электрометра не изменяется. Чтобы заметить уменьшение угла отклонения стрелки электрометра, требуется длительное время. Это показывает, что электрический ток в воздухе между дисками очень мал.

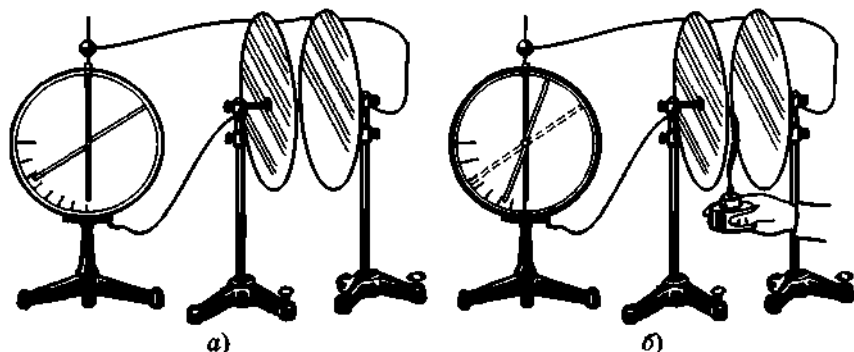


Рис. 3.10

Изолирующие свойства газов (воздуха) объясняются отсутствием в них свободных электрических зарядов: атомы и молекулы газов в естественном состоянии являются нейтральными.

Видоизменим наш опыт. Нагреем воздух между дисками пламенем спиртовки (рис. 3.10, б). Заметим, что угол отклонения стрелки электрометра быстро уменьшается, т. е. уменьшается разность потенциалов между дисками конденсатора — конденсатор разряжается. Следовательно, нагретый воздух между дисками стал проводником и в нем устанавливается электрический ток.

*Процесс протекания тока через газы называют электрическим разрядом в газах.*

### Ионизация газов

Рассмотренный выше опыт показывает, что в воздухе между дисками под действием пламени появились заряженные частицы. Тщательными исследованиями было установлено, что носителями электрических зарядов в газах являются ионы и электроны. Откуда же они берутся?

При нагревании газа (воздуха) молекулы начинают двигаться быстрее. При этом некоторые молекулы начинают двигаться так быстро, что часть из них при столкновениях распадается на положительно заряженные ионы и электроны (рис. 3.11). Чем выше температура, тем больше образуется ионов. Распад молекул газа на электроны и положительные ионы называется ионизацией газа.

Нагревание газа до высокой температуры не является единственным способом ионизации молекул или атомов газа. Нейтральные атомы или молекулы газа могут ионизоваться под воздействием других факторов, важнейшими из которых являются рентгеновские лучи и излучения радиоактивных веществ, ультрафиолетовые лучи и т. д. Факторы, вызывающие ионизацию газа, называются ионизаторами.

В газе могут образовываться и отрицательные ионы: они появляются благодаря присоединению электронов к нейтральным атомам или молекулам газа (рис. 3.12).

Итак, в ионизованном газе имеются носители зарядов трех сортов: электроны, положительные ионы и отрицательные. Ионизация га-

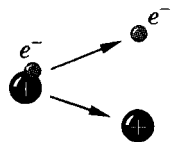


Рис. 3.11

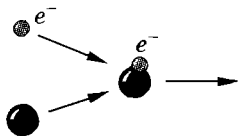


Рис. 3.12

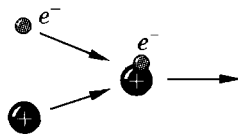


Рис. 3.13

зов имеет сходство с электролитической диссоциацией, заключающееся в том, что в обоих явлениях образуются заряженные частицы из нейтральных молекул. Однако здесь имеются и существенные различия. Диссоциация происходит самостоятельно без внешнего воздействия, а ионизация газов — под воздействием ионизатора. Кроме того, при диссоциации образуются заряженные частицы двух сортов — положительные и отрицательные ионы, а при ионизации газов, как мы отмечали, образуются заряженные частицы трех сортов.

### Рекомбинация

Процесс ионизации газа всегда сопровождается противоположным ему процессом восстановления нейтральных молекул из разноименно заряженных ионов (или из положительных ионов и электронов) вследствие их электрического (кулоновского) притяжения (рис. 3.13). Такой процесс называют *рекомбинацией* заряженных частиц. Если действие ионизатора неизменно, то в ионизованном газе устанавливается *динамическое равновесие*, при котором в единицу времени восстанавливается столько же молекул, сколько их распадается на ионы. При этом концентрация заряженных частиц в ионизованном газе сохраняется неизменной. Если же прекратить действие ионизатора, то рекомбинация начнет преобладать над ионизацией и число ионов быстро уменьшится почти до нуля. Следовательно, наличие заряженных частиц в газе — явление *временное* (пока действует ионизатор). Этим ионизация газа отличается от электролитической диссоциации. В растворе количество диссоциированных молекул остается неизменным сколь угодно долго.

### Механизм электропроводности газов

Механизм проводимости газов похож на механизм проводимости растворов и расплавов электролитов. При отсутствии внешнего поля заряженные частицы, как и нейтральные мо-

лекулы, движутся хаотически. Если ионы и свободные электроны оказываются во внешнем электрическом поле, то они приходят в направленное движение и создают электрический ток в газах (рис. 3.14).

Таким образом, электрический ток в газе представляет собой направленное движение положительных ионов к катоду, а отрицательных ионов и электронов — к аноду. Полный ток в газе складывается из двух потоков заряженных частиц: потока, идущего к аноду, и потока, направленного к катоду.

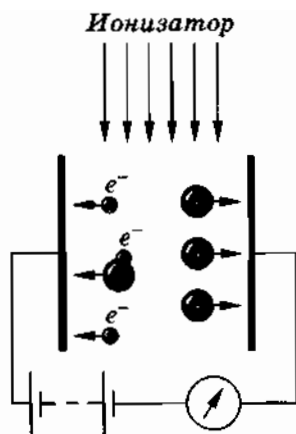


Рис. 3.14

На электродах происходит нейтрализация заряженных частиц, как и при прохождении электрического тока через растворы и расплавы электролитов. Однако в газах отсутствует выделение веществ на электродах, как это имеет место в растворах электролитов. Газовые ионы, подойдя к электродам, отдают им свои заряды, превращаются в нейтральные молекулы и диффундируют обратно в газ.

Еще одно различие в электропроводности ионизованных газов и растворов (расплавов) электролитов состоит в том, что отрицательный заряд при прохождении тока через газы переносится в основном не отрицательными ионами, а электронами, хотя проводимость за счет отрицательных ионов также может играть определенную роль.

*В газах сочетается электронная проводимость, подобная проводимости металлов, с ионной проводимостью, подобной проводимости водных растворов или расплавов электролитов.*

### § 3.8. НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНЫЙ И САМОСТОЯТЕЛЬНЫЙ РАЗРЯДЫ

*Разряд в газе может происходить и без внешнего ионизатора. Разряд способен поддерживать сам себя. Почему это возможно?*



## Несамостоятельный разряд

Рассмотренный в предыдущем параграфе механизм прохождения электрического тока через газы при постоянном воздействии на газ внешнего ионизатора представляет собой **несамостоятельный разряд**, так как при прекращении действия ионизатора прекращается и ток в газе.

Исследуем зависимость силы тока от напряжения при несамостоятельном разряде в газе. Для этой цели удобно использовать стеклянную трубку с двумя впаянными в стекло металлическими электродами. Соберем цепь по схеме, изображенной на рисунке 3.15.

Пусть с помощью какого-нибудь ионизатора, например за счет воздействия рентгеновских лучей, в газе образуется ежесекундно определенное число пар заряженных частиц: электронов и положительных ионов.

При отсутствии напряжения на электродах ( $U = 0$ ) гальванометр, включенный в цепь (см. рис. 3.15), покажет нуль ( $I = 0$ ). При небольшой разности потенциалов между электродами трубки положительно заряженные ионы начнут перемещаться к отрицательному электроду (катоду), а электроны и отрицательно заряженные ионы — к аноду, т. е. возникнет газовый разряд.

Однако вследствие рекомбинации не все образующиеся под действием ионизатора ионы доходят до электродов. Часть их, рекомбинируя, образует нейтральные молекулы. По мере увеличения разности потенциалов между электродами трубки доля заряженных частиц, достигающих электродов, увеличивается, т. е. сила тока в цепи возрастает (рис. 3.16). Объясняется это тем, что при большем напряжении между электродами ионы движутся с большей скоростью, поэтому им остается все меньше времени для воссоединения в нейтральные молекулы.

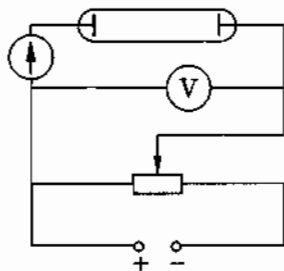


Рис. 3.15

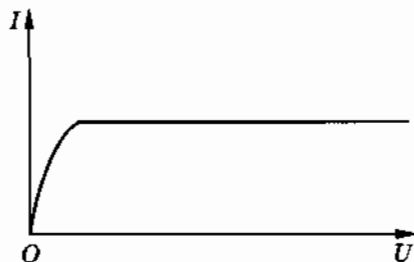


Рис. 3.16

Наконец, при некотором определенном напряжении наступает такой момент, при котором все заряженные частицы, образующиеся в газе ионизатором за секунду, достигают за это же время электродов. Дальнейшее увеличение напряжения уже не может привести к увеличению числа переносимых ионов. Ток, как говорят, достигает *насыщения* (рис. 3.16, горизонтальный участок графика).

Таким образом, вольт-амперная характеристика при несамостоятельном разряде в газах является нелинейной, т. е. закон Ома для газов выполняется только при малых напряжениях.

### Самостоятельный разряд

Если после достижения насыщения продолжать увеличивать разность потенциалов между электродами, то сила тока при достаточно большом напряжении станет резко возрастать (рис. 3.17). Это означает, что в газе появляются дополнительные ионы сверх тех, которые образуются за счет действия ионизатора. Сила тока может возрасти в сотни и тысячи раз, а число заряженных частиц, возникающих в процессе разряда, может стать таким большим, что внешний ионизатор будет уже не нужен для поддержания разряда. Поэтому ионизатор можно теперь убрать. Поскольку разряд не нуждается для своего поддержания во внешнем ионизаторе, его называют *самостоятельным разрядом*.

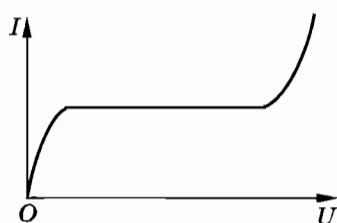


Рис. 3.17

### Ионизация электронным ударом

Какова же причина резкого увеличения числа заряженных частиц при больших напряжениях?

Электрон, ускоряясь электрическим полем, на своем пути к аноду сталкивается с ионами и нейтральными молекулами. В промежутках между двумя последовательными столкновениями энергия электрона увеличивается за счет работы сил электрического поля. Чем больше разность потенциалов между электродами, тем больше напряженность электрического поля.

Кинетическая энергия электрона перед очередным столкновением пропорциональна напряженности поля и длине сво-

бодного пробега электрона (пути между двумя последовательными столкновениями):

$$\frac{mv^2}{2} = eEl. \quad (3.8.1)$$

Если кинетическая энергия электрона превосходит работу  $A_i$ , которую нужно совершить, чтобы ионизовать нейтральный атом (или молекулу), т. е.

$$\frac{mv^2}{2} > A_i,$$

то при столкновении электрона с атомом (или молекулой) происходит его (ее) ионизация, называемая ионизационным ударом.

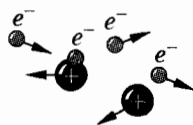


Рис. 3.18

В результате столкновения электрона с атомом (рис. 3.18) образуется еще один электрон и положительный ион. Таким образом, вместо одной заряженной частицы появляются три — ион и два электрона. Эти электроны, в свою очередь, получают энергию в поле и ионизируют новые атомы и т. д. Вследствие этого число заряженных частиц очень быстро возрастает.

Описанный процесс имеет сходство с образованием снежной лавины в горах и поэтому получил название **электронной (или ионной) лавины**.

Лавинообразное нарастание числа заряженных частиц в газе может начаться под действием сильного электрического поля, если в газе окажется хотя бы один электрон. Ионизатор в этом случае не нужен. Так, например, в окружающем нас воздухе всегда имеется некоторое число ионов и электронов, возникающих под действием радиоактивных излучений земной коры, ультрафиолетового и рентгеновского излучений Солнца, а также других излучений, проникающих в земную атмосферу из космического пространства.

Обратим внимание на то, что роль электронов и ионов в образовании лавинного разряда в газах неодинакова. Основную роль в ударной ионизации играют свободные электроны.

Объяснить это можно так. Положительные ионы, так же как электроны, движутся в поле с одинаковой напряженностью, но длина свободного пробега электронов больше длины свободного пробега положительных ионов. Поэтому кинетиче-

ская энергия, приобретенная электроном, согласно формуле (3.8.1), больше кинетической энергии положительного иона.

Однако более существенным является то, что из-за одновременного выполнения законов сохранения энергии и импульса лишь часть кинетической энергии при ударе может превратиться во внутреннюю энергию. Оказывается, что чем меньше масса ионизирующей частицы по сравнению с массой молекулы, тем большая часть кинетической энергии этой частицы сможет превратиться во внутреннюю и израсходоваться на ионизацию. Поясним это подробнее.

Пусть ионизирующая частица, масса которой  $m$ , имела перед ударом о покоящуюся молекулу массой  $M$  скорость  $\vec{v}_1$ . Тогда кинетическая энергия этой частицы перед ударом равна:

$$W_{k1} = \frac{mv_1^2}{2}. \quad (3.8.2)$$

Предположим для простоты, что скорости ионизирующей частицы и молекулы после соударения примерно одинаковые. Тогда, согласно закону сохранения импульса,

$$mv_1 = (m + M)v_2, \quad (3.8.3)$$

где  $v_2$  — скорость частицы и молекулы после удара.

Изменение внутренней энергии  $\Delta U$  равно потере кинетической энергии:

$$\Delta U = W_{k1} - W_{k2} = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{(M + m)v_2^2}{2}. \quad (3.8.4)$$

Выразив  $v_2$  из соотношения (3.8.3) и подставив в уравнение (3.8.4), получим:

$$\Delta U = W_{k1} \frac{M}{M + m}. \quad (3.8.5)$$

Масса иона равна массе молекулы, следовательно,  $\Delta U = \frac{W_{k1}}{2}$ .

Масса же электрона в несколько тысяч раз меньше массы молекулы. Поэтому в выражении (3.8.5) отношение  $\frac{M}{M + m} \approx 1$  и  $\Delta U \approx W_{k1}$ . Таким образом, кинетическая энергия при соударении электрона с молекулой почти полностью может превратиться во внутреннюю, а при соударении иона с молекулой — наполовину. Итак, даже при одинаковой кинетической энергии электрон в качестве ионизатора оказывается эффективнее иона.

Но ионизация только электронным ударом не может обеспечить длительный самостоятельный разряд. Действительно, ведь все возникающие таким образом электроны движутся по направлению к аноду и по достижении анода «выбиваются из игры». Для поддержания разряда необходима эмиссия электронов с катода («эмиссия» означает «испускание»). Эмиссия электронов может быть обусловлена несколькими причинами.

Положительные ионы, образовавшиеся при столкновении электронов с нейтральными атомами, при своем движении к катоду приобретают под действием поля большую кинетическую энергию. При ударах таких быстрых ионов о катод с поверхности катода выбиваются электроны.

### **Термоэлектронная эмиссия**

Катод может испускать электроны при нагревании до высокой температуры. Этот процесс называется **термоэлектронной эмиссией**. Его можно рассматривать как испарение электронов из металла. Во многих твердых веществах термоэлектронная эмиссия происходит при температурах, при которых испарение самого вещества еще мало. Такие вещества и используют для изготовления катодов.

При самостоятельном разряде нагрев катода может происходить за счет бомбардировки его положительными ионами. Если энергия ионов не слишком велика, то выбивания электронов с катода не происходит и электроны испускаются вследствие термоэлектронной эмиссии.

*В газах при больших напряженностях электрических полей электроны достигают таких больших энергий, что начинается ионизация электронным ударом.*

*Разряд становится самостоятельным и продолжается без внешнего ионизатора.*

### **§ 3.9. РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РАЗРЯДА И ИХ ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ**

*В зависимости от свойств и состояния газа, характера и расположения электродов, а также от приложенного к электродам напряжения в газах возникают различные виды самостоятельного разряда. Рассмотрим несколько основных видов самостоятельного разряда: тлеющий, коронный, искровой и дуговой.*

## Тлеющий разряд

Электроны могут приобрести энергию, необходимую для совершения ионизации, не только за счет увеличения напряжения между электродами, но, как видно из формулы (3.8.1), и за счет увеличения длины свободного пробега электронов. Последнее можно достигнуть путем разрежения газа.

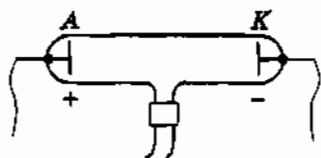


Рис. 3.19

Для наблюдения разряда в разреженных газах удобно использовать стеклянную трубку длиной около полуметра с двумя электродами (анодом *A* и катодом *K*) и с патрубком для откачивания воздуха (рис. 3.19). Присоединим электроды к источнику постоянного тока с напряжением в несколько тысяч вольт (электрическая машина или высоковольтный выпрямитель).

При атмосферном давлении тока в трубке нет, так как приложенного напряжения в несколько тысяч вольт недостаточно для того, чтобы пробить длинный газовый промежуток. Но если мы начнем откачивать воздух из трубки, ток вскоре появится, что можно обнаружить по свечению воздуха в трубке. При давлении порядка 100 мм рт. ст. между электродами появляется разряд в виде светящейся змейки (в воздухе — малинового цвета, в других газах — иных цветов), соединяющей оба электрода. По мере дальнейшей откачки воздуха светящаяся змейка расширяется, и свечение постепенно заполняет почти всю трубку.

При давлении 1—2 мм рт. ст. и ниже возникает тлеющий разряд. В тлеющем разряде отчетливо выделяются четыре области (рис. 3.20): *a* — катодное темное пространство, *b* — тлеющее (отрицательное) свечение, *в* — фарадеево темное пространство, *г* — положительный столб разряда. Первые три области находятся вблизи катода и образуют катодную часть разряда.

Если впаять по длине трубки ряд платиновых проволочек, то, присоединяя электрометр к различным проволочкам (рис. 3.21), можно измерить напряжение между различными точками разряда и катодом. Откладывая на графике по оси ординат это напряжение  $U$ , а по оси абсцисс — расстояние  $l$  рассматриваемой точки от катода, получим кривую, изображенную на рисунке 3.20 сверху.

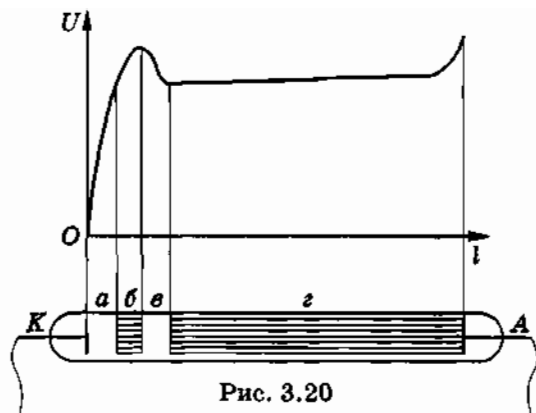


Рис. 3.20

Из графика видно, что вблизи катода на небольшом расстоянии происходит резкое падение потенциала — катодное падение потенциала. Здесь электрическое поле имеет большую напряженность; в остальной части трубки напряженность поля невелика.

Катодное падение потенциала обуславливает эмиссию электронов из металла катода. Положительные ионы, образующиеся в результате ионизации электронными ударами (в тлеющем свечении и в положительном столбе), движутся к катоду и, проходя через область катодного падения потенциала, приобретают значительную энергию. Ударяясь о катод, быстрые положительные ионы выбивают из него электроны (вторичная электронная эмиссия). Эти электроны в области катодного падения потенциала сильно ускоряются и при последующих соударениях с атомами газа ионизуют их. В результате опять появляются положительные ионы, которые снова, устремляясь на катод, порождают новые электроны, и т. д. Таким образом, основными процессами, поддерживающими разряд, являются *ионизация электронными ударами в объеме и*

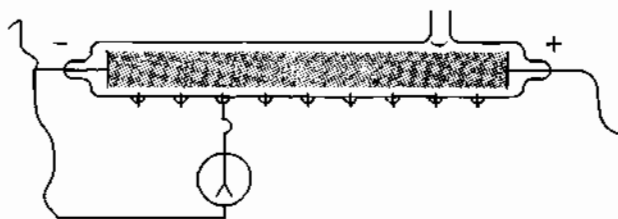


Рис. 3.21

*вторичная электронная эмиссия* на катоде. Все это происходит благодаря существованию катодного падения потенциала. Следовательно, *катодное падение потенциала есть наиболее характерный признак тлеющего разряда*, отличающий эту форму газового разряда от всех других форм.

Существование катодного темного пространства объясняется тем, что электроны начинают сталкиваться с атомами газа не сразу, а лишь на некотором расстоянии от катода. Ширина катодного темного пространства приблизительно равна средней длине свободного пробега электронов: она увеличивается с уменьшением давления газа. В катодном темном пространстве электроны, следовательно, движутся практически без соударений.

Распределение концентраций положительных ионов и электронов в различных частях разряда неодинаково. Так как положительные ионы движутся гораздо медленнее, чем электроны, то у катода концентрация ионов значительно больше, чем концентрация электронов. Поэтому *вблизи катода возникает сильный пространственный положительный заряд, который и вызывает появление катодного падения потенциала*.

В области положительного столба концентрации положительных ионов и электронов почти одинаковы, и здесь пространственного заряда нет. Благодаря большой концентрации электронов положительный столб обладает хорошей электропроводностью, и поэтому падение потенциала на нем мало (см. рис. 3.20). Так как в положительном столбе имеются и положительные ионы, и электроны, то здесь происходит интенсивная рекомбинация ионов, чем и объясняется свечение положительного столба.

Тлеющий разряд используют в трубках для рекламы. Оранжево-красное свечение возникает при наполнении трубки неонem. Положительный столб в аргоне имеет синевато-зеленоватый цвет. В лампах дневного света используют разряд в парах ртути. Важнейшее применение тлеющий разряд получил в газовых лазерах.

### **Коронный разряд**

При атмосферном давлении в газе, находящемся в сильно неоднородном электрическом поле (около остриев, проводов линий высокого напряжения и т. д.), наблюдается разряд, светящаяся область которого часто напоминает корону. Поэтому его и называли **к о р о н н ы м**.

Плотность заряда на поверхности проводника тем больше, чем больше его кривизна. На острие плотность заряда макси-



мальна. Поэтому возле острия возникает сильное электрическое поле. Когда его напряженность превысит  $3 \cdot 10^6$  В/м, наступает разряд. При такой большой напряженности ионизация посредством электронного удара происходит при атмосферном давлении. По мере удаления от поверхности проводника напряженность быстро убывает. Поэтому ионизация и связанное с ней свечение газа наблюдается в ограниченной области пространства.

При повышенном напряжении коронный заряд на острие имеет вид светящейся кисти — системы тонких светящихся линий, которые выходят из острия, имеют изгибы и изломы, изменяющиеся с течением времени. Такая разновидность коронного разряда называется кистевым разрядом.

Заряженное грозовое облако индуцирует на поверхности Земли под собой электрические заряды противоположного знака. Особенно большой заряд скапливается на остриях. Поэтому перед грозой или во время грозы нередко на остриях и острых углах высоко поднятых предметов вспыхивают похожие на кисточки конусы света. С давних времен это свечение называют огнями святого Эльма (рис. 3.22).

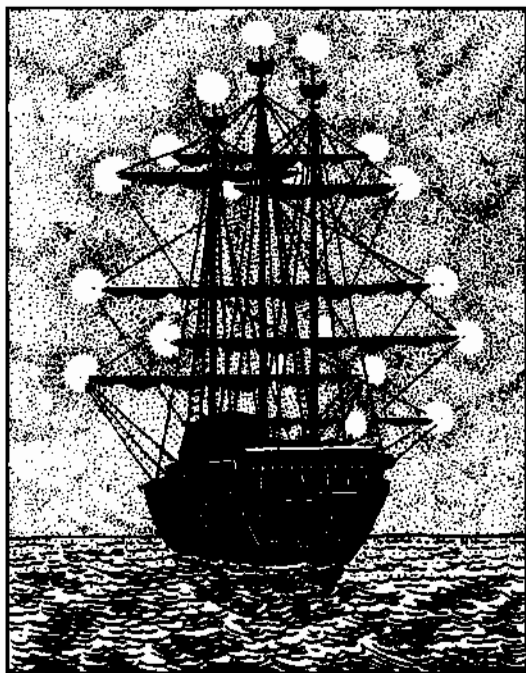


Рис. 3.22

Особенно часто свидетелями этого явления становятся альпинисты. Иногда даже не только металлические предметы, но и кончики волос на голове украшаются маленькими светящимися кисточками. Нередко ледорубы начинают гудеть подобно большому шмелю.

С коронным разрядом приходится считаться, имея дело с высоким напряжением. При наличии выступающих частей или очень тонких проводов может начаться коронный разряд. Это приводит к утечке электроэнергии. Чем выше напряжение высоковольтной линии, тем толще должны быть провода.

### Искровой разряд

При большой напряженности электрического поля между электродами (около  $3 \cdot 10^6$  В/м) в воздухе при атмосферном давлении возникает искровой разряд. Искровой разряд, в отличие от коронного, приводит к пробое воздушного промежутка. При искровом разряде в газе возникают каналы ионизованного газа — стримеры, имеющие вид прерывистых ярких зигзагообразных нитей (рис. 3.23). Нити пронизывают пространство между электродами и исчезают, сменяясь новыми. При этом наблюдается яркое свечение газа и выделяется большое количество теплоты. Вследствие нагревания давление газа в стримерах сильно повышается. Расширяясь, газ излучает звуковые волны, сопровождающие разряд.

После пробоя разрядного промежутка напряжение на электродах сильно падает, так как в момент разряда проводимость газа вследствие его ионизации резко возрастает. В результате, если источник напряжения маломощный, разряд прекращается. Затем напряжение снова повышается и т. д.

В образовании искрового разряда наряду с ионизацией с помощью электронного удара большую роль играют процессы ионизации газа излучением самой искры.

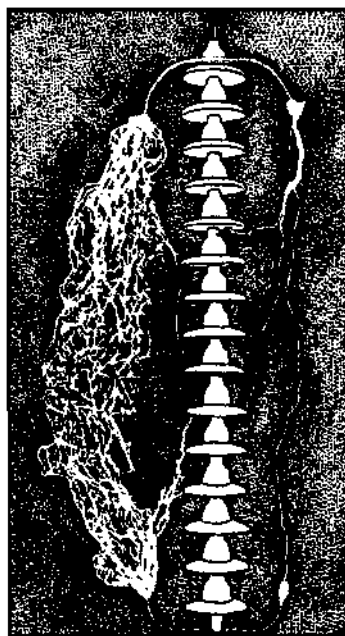


Рис. 3.23

В технике явлением искрового разряда пользуются, например, для зажигания горючей смеси в двигателях внутреннего сгорания, для электроискровой обработки металлов и в других случаях.

## Молния

Пример гигантского искрового разряда — молния. Молнии возникают либо между двумя облаками, либо между облаком и Землей. Сила тока в молнии достигает 500 000 А, а разность потенциалов между облаком и Землей — миллиарда вольт. Отдельные разряды молнии очень кратковременны. Они длятся всего лишь около одной миллионной доли секунды.

Во время сильных гроз иногда наблюдается шаровая молния. Это яркое светящееся образование, которое сравнительно медленно перемещается в воздухе. Размеры шаровой молнии могут быть различными, чаще всего ее диаметр достигает 10—20 см. Продолжительность существования шаровой молнии — от долей секунды до нескольких минут. Попытки разгадать ее природу и получить такую молнию в лабораторных условиях еще не увенчались успехом.

## Дуговой разряд

Электрический разряд в воздухе при атмосферном давлении можно получить и при небольшой разности потенциалов между электродами. Если в качестве электродов взять два угольных стержня<sup>1</sup>, привести их в соприкосновение и приложить напряжение 30—50 В, то по получившейся замкнутой цепи пойдет сильный ток. Так как в месте соприкосновения электродов сопротивление велико, то в соответствии с законом Джоуля—Ленца здесь выделяется наибольшее количество теплоты и концы угольных стержней раскаляются. Температура повышается настолько, что начинается термоэлектронная эмиссия. Вследствие этого при раздвижении угольных электродов между ними начинается самостоятельный разряд. Между углями возникает столб ярко светящегося газа — электрическая дуга (рис. 3.24).

---

<sup>1</sup>Эти стержни, называемые дуговыми углями, получают прессованием графита, сажи и связующих веществ.

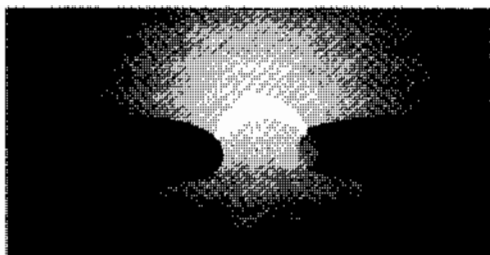


Рис. 3.24

Проводимость газа в этом случае значительна и при атмосферном давлении, так как число электронов, испускаемых отрицательным электродом, очень велико. Сила тока в небольшой дуге достигает нескольких ампер, а в больших дугах — нескольких сотен ампер при разности потенциалов всего лишь порядка 50 В.

Электрическая дуга была впервые получена в 1802 г. русским академиком В. В. Петровым (1761—1834).

Высокая температура катода при горении дуги поддерживается бомбардирующими катод положительными ионами. Газ в самой дуге также сильно разогревается из-за соударений молекул с ионами и электронами, ускоряемыми полем. Поэтому происходит термическая ионизация газа.

На положительном электроде дуги под влиянием бомбардировки электронами образуется углубление — к р а т е р. Температура в кратере при атмосферном давлении достигает 4000 °С, а при давлении  $2 \cdot 10^6$  Па превышает 7000 °С. Температура катода при атмосферном давлении достигает 3000 °С, а в канале электрической дуги 5000—6000 °С. Для сравнения заметим, что температура на поверхности Солнца 6000 °С.

Электрическая дуга может возникнуть не только между угольными, но и между металлическими электродами.

Дуговой разряд возникает во всех случаях, когда вследствие разогревания катода основной причиной ионизации газа становится термоэлектронная эмиссия. Так, например, в тлеющем разряде положительные ионы, бомбардирующие катод, не только вызывают вторичную эмиссию электронов, но и нагревают катод. Поэтому, если увеличить силу тока в тлеющем разряде (этого можно достигнуть, увеличив напряжение или сблизив электроды), то температура катода увеличивается, и, когда она достигает такого значения, что начинается заметная



Рис. 3.25

термоэлектронная эмиссия, тлеющий разряд переходит в дуговой. При увеличении мощности источника искровой разряд тоже может превратиться в электрическую дугу. Таким образом, для возникновения дугового разряда не обязательно предварительное сближение электродов.

Дуговой разряд имеет разнообразные технические применения. Его используют в качестве источника света в прожекторах, проекционных и киноаппаратах, маяках и т. д.

В электрометаллургии широко применяют электропечи (рис. 3.25), в которых источником теплоты служит дуговой разряд.

Электрическую дугу применяют также для сварки металлических деталей (дуговая электросварка). Возможность такого применения дуги была предсказана В. В. Петровым и впервые разработана русскими изобретателями Н. И. Бенардосом (1885) и Н. Г. Славяновым (1890). При выполнении электросварочных работ лицо сварщика, а в особенности глаза, должны быть закрыты толстым стеклом для предохранения от ультрафиолетовых лучей, испускаемых дугой. Электросварка в наше время широко применяется в машиностроении, при прокладке трубопроводов, при строительстве зданий, мостов и других сооружений.

*При низких давлениях происходит тлеющий разряд. При атмосферном давлении можно получить электрическую дугу, наблюдать коронный и искровой разряды.*

### § 3.10. ПЛАЗМА

*При достаточно низких температурах все вещества находятся в твердом состоянии. Нагревание вызывает переход вещества из твердого состояния в жидкое, а затем в газообразное.*

*Дальнейшее нагревание приводит к ионизации газа за счет столкновения быстро движущихся атомов и молекул. Вещество переходит в новое состояние, называемое плазмой.*

**Плазма** — это частично или полностью ионизированный газ, в котором плотности положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы. Таким образом, плазма в целом является электрически нейтральной системой.

Количественной характеристикой плазмы является степень ионизации. Степенью ионизации плазмы  $\alpha$  называют отношение объемной концентрации заряженных частиц к общей объемной концентрации частиц. В зависимости от степени ионизации плазма подразделяется на *слабо ионизованную* ( $\alpha$  составляет доли процента), *частично ионизованную* ( $\alpha$  порядка нескольких процентов) и *полностью ионизованную* ( $\alpha$  близка к 100%). Слабо ионизованной плазмой в природных условиях являются верхние слои атмосферы — ионосфера. Солнце, горячие звезды и некоторые межзвездные облака — это полностью ионизованная плазма, которая образуется при высокой температуре.

Наряду с нагреванием ионизация газа и образование плазмы могут быть вызваны различными излучениями или бомбардировкой атомов газа быстрыми заряженными частицами.

Средние энергии различных типов частиц, составляющих плазму, могут значительно отличаться одна от другой. Поэтому плазму нельзя охарактеризовать одним значением температуры  $T$ ; различают электронную температуру  $T_e$ , ионную температуру  $T_i$  (или ионные температуры, если в плазме имеются ионы нескольких сортов) и температуру нейтральных атомов  $T_a$  (нейтральной компоненты). Подобная плазма называется *неизотермической*, в отличие от *изотермической* плазмы, в которой температуры всех компонент одинаковы.

Применительно к плазме несколько необычный смысл (по сравнению с другими разделами физики) вкладывается в понятия «низкотемпературная» и «высокотемпературная». Низкотемпературной принято считать плазму с температурой  $T_i \leq 10^5$  К, а высокотемпературной — с  $T_i \approx 10^6 \dots 10^8$  К и более. Это условное разделение связано с особой важностью высокотемпературной плазмы в связи с проблемой осуществления управляемого термоядерного синтеза.

### **Свойства плазмы**

Плазма обладает рядом специфических свойств, что позволяет рассматривать ее как особое четвертое состояние и вещества.

Из-за большой подвижности заряженные частицы плазмы легко перемещаются под действием электрических и магнитных полей. Поэтому любое нарушение электрической нейтральности отдельных областей плазмы, вызванное скоплением частиц одного знака заряда, быстро ликвидируется. Возникающие электрические поля перемещают заряженные частицы до тех пор, пока электрическая нейтральность не восстановится и электрическое поле не станет равным нулю.

В отличие от нейтрального газа, между молекулами которого существуют короткодействующие силы, между заряженными частицами плазмы действуют кулоновские силы, сравнительно медленно убывающие с расстоянием. Каждая частица взаимодействует сразу с большим количеством окружающих частиц. Благодаря этому, наряду с хаотическим тепловым движением, частицы плазмы могут участвовать в разнообразных упорядоченных (коллективных) движениях. В плазме легко возбуждаются разного рода колебания и волны.

Проводимость плазмы увеличивается по мере роста степени ионизации. При высокой температуре полностью ионизованная плазма по своей проводимости приближается к сверхпроводникам.

## **Плазма во Вселенной и вокруг Земли**

В состоянии плазмы находится подавляющая (около 99%) часть вещества Вселенной — звезды, звездные атмосферы, галактические туманности и межзвездная среда. Плотность межзвездной среды очень мала, в среднем менее одного атома на  $1 \text{ см}^3$ . Ионизация атомов межзвездной среды производится излучением звезд и космическими лучами — потоками быстрых частиц, пронизывающими пространство Вселенной по всем направлениям. В отличие от горячей плазмы звезд температура межзвездной плазмы очень мала.

Около Земли плазма существует в космосе в виде солнечного ветра, заполняет магнитосферу Земли, образуя радиационные пояса Земли и ионосферу. Процессами в околоземной плазме обусловлены магнитные бури и полярные сияния.

Газоразрядная плазма образуется при всех видах электрического разряда в газах: дуговым, искровом, тлеющем разряде и пр.

Многими характерными для плазмы свойствами обладают свободные электроны в металлах (плазменные твердые тела).

В отличие от обычной плазмы, в плазме твердых тел положительные ионы не могут перемещаться по всему телу. Вторая отличительная особенность плазмы твердых тел — возможность ее существования при сверхнизких для «газовой» плазмы температурах — комнатной и ниже, вплоть до абсолютного нуля температуры.

### Практическое применение плазмы

Низкотемпературная плазма ( $T \approx 10^3$  К) находит применение в газоразрядных источниках света — в светящихся трубках для рекламных надписей, в лампах дневного света. В последних стеклянную трубку покрывают специальным составом — люминофором<sup>1</sup>, который под действием излучения плазмы сам начинает светиться. Люминофор подбирают таким, чтобы его свечение было близко по составу к белому свету.

Газоразрядную плазму используют во многих приборах, например в газовых лазерах — квантовых источниках света.

Низкотемпературная плазма применяется в магнитогидродинамических генераторах (МГД-генераторах). При прохождении струи плазмы через магнитное поле происходит разделение входящих в состав плазмы заряженных частиц противоположного знака, в результате чего на электродах возникает разность потенциалов. Напряжение с электродов подается во внешнюю цепь.

МГД-генератор — обратимая машина. Если через плазму, находящуюся в магнитном поле, пропустить ток, приложив к электродам напряжение от внешнего источника, то поле будет ускорять плазменный поток (за счет энергии источника тока). На этом основано действие электроплазменного двигателя. Большая скорость истечения ускоренной плазмы (до  $10^5$  м/с) может создать большую реактивную силу. Плазменные двигатели весьма перспективны для длительных сверхдальних космических полетов.

Сравнительно недавно был создан новый прибор — плазмотрон. В плазмотроне создаются мощные струи плотной низкотемпературной плазмы (рис. 3.26), широко применяе-

---

<sup>1</sup> От лат. *lumen* — свет и греч. *phorós* — несущий.



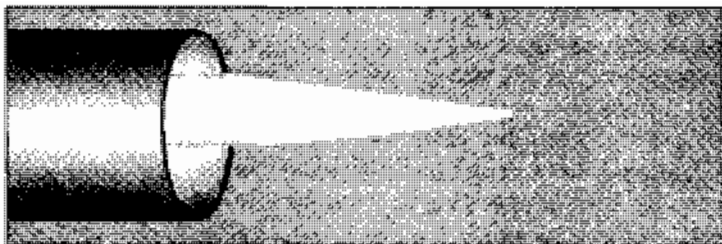


Рис. 3.26

мые в различных областях техники: для резки и сварки металлов, бурения скважин в твердых породах и т. д.

В плазменной струе ускоряются многие химические реакции, а также могут происходить такие реакции, которые в обычных условиях не происходят.

Наиболее значительные перспективы физики видят в применении высокотемпературной плазмы в установках для управляемого термоядерного синтеза. В настоящее время ведутся интенсивные исследования в этом направлении.

*Частично или полностью ионизованный газ называют плазмой. Звезды состоят из плазмы. Расширяется применение плазмы: МГД-генераторы, плазмотроны, управляемые термоядерные реакции и др.*

### **§ 3.11. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ВАКУУМЕ**

*До открытия уникальных свойств полупроводников в радиотехнике использовались исключительно электронные лампы. В этих лампах, а также в электронно-лучевых трубках, широко используемых и сейчас, электроны движутся в вакууме. Как же получают потоки электронов в вакууме? Какими свойствами они обладают?*

Когда говорят об электрическом токе в вакууме, то имеют в виду такую степень разрежения газа, при которой можно пренебречь соударениями между его молекулами. В этом случае средняя длина свободного пробега молекул больше размеров сосуда.

Такой разреженный газ является изолятором, так как в нем нет (или почти нет) свободных заряженных частиц — носителей электрического тока.

На рисунке 3.27 изображена схема цепи, содержащей сосуд, из которого откачан воздух. В этот сосуд впаяны два электрода, один из которых (анод А) соединен с положительным полюсом источника тока (батарея  $G1$ ), другой (катод К) — с отрицательным. Несмотря на достаточно большое напряжение, которое обеспечивает источник тока (около 100 В), включенный в цепь чувствительный гальванометр не фиксирует тока; это указывает на отсутствие в вакууме свободных носителей заряда.

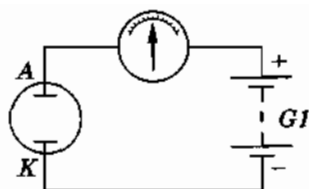


Рис. 3.27

### Электронная эмиссия

Электрический ток в вакууме будет существовать, если ввести в сосуд свободные носители заряда. Как это осуществить?

Наиболее просто проводимость межэлектродного промежутка в вакууме можно обеспечить с помощью электронной эмиссии с поверхности электродов. Электронная эмиссия возникает в случаях, когда часть электронов металла (электрода) приобретает в результате внешних воздействий энергию, достаточную для преодоления их связи с металлом (для совершения работы выхода  $A_{\text{вых}}$ ).

В § 3.8 мы уже познакомились с двумя видами электронной эмиссии: ионно-электронной эмиссией (при бомбардировке катода положительными ионами) и термоэлектронной эмиссией (испускание электронов с поверхности достаточно нагретого металла). Электроны испускаются также при воздействии на поверхность металла электромагнитным излучением. Такое явление называется фотоэлектронной эмиссией. И наконец, с поверхности металла испускаются электроны при бомбардировке ее быстрыми электронами. Это вторичная электронная эмиссия.

Все виды эмиссии широко используются для получения электрического тока в вакууме. Однако в большинстве современных электронных вакуумных приборов используется термоэлектронная эмиссия.

### Получение электрического тока в вакууме

Посмотрим, как, используя термоэлектронную эмиссию, можно получить ток в вакууме. Для этой цели внесем измене-

ния в цепь, схема которой изображена на рисунке 3.27. В качестве катода в вакуумном баллоне теперь впаяна вольфрамовая нить, концы которой выведены наружу и присоединены к источнику тока — батарее накала  $G2$  (рис. 3.28). Замкнем ключ  $S2$  и, когда вольфрамовая нить накалится, замкнем и ключ  $S1$ . Стрелка прибора при этом отклонится, в цепи появился ток. Значит, накалившаяся нить обеспечивает появление необходимых для существования тока носителей заряда — заряженных частиц.

С помощью опыта нетрудно убедиться, что эти частицы заряжены отрицательно.

Изменим полярность анодной батареи  $G1$  — нить станет анодом, а холодный электрод — катодом (рис. 3.29). И хотя нить по-прежнему накалена и по-прежнему посылает в вакуум заряженные частицы, тока в цепи нет.

Из этого опыта следует, что частицы, испускаемые накаленной нитью, заряжены отрицательно — отталкиваются от холодного катода и притягиваются к аноду. Измерением заряда и массы было доказано, что катод испускает электроны.

Итак, электрический ток в вакууме представляет собой направленный поток электронов.

В отличие от тока в металлическом проводнике (где проводимость тоже электронная), в вакууме электроны движутся между электродами, ни с чем не сталкиваясь. Поэтому под действием электрического поля электроны непрерывно ускоряются. Скорость электронов у анода даже в маломощных электровакуумных приборах достигает нескольких тысяч километров в секунду, что в десятки миллиардов раз превышает

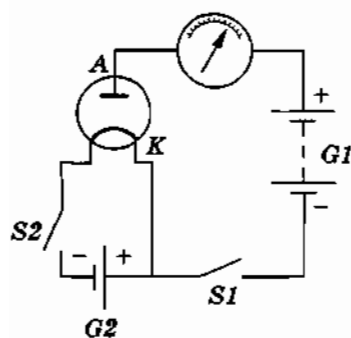


Рис. 3.28

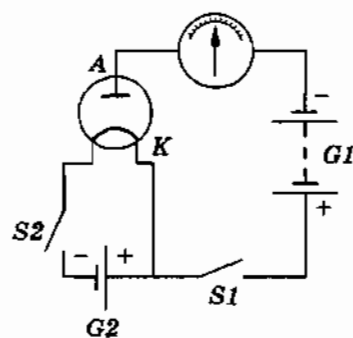


Рис. 3.29

среднюю скорость направленного движения электронов в металле.

*Для создания тока в вакууме необходим специальный источник заряженных частиц. Действие такого источника обычно основано на термоэлектронной эмиссии.*

### § 3.12. ДВУХЭЛЕКТРОДНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ЛАМПА — ДИОД

*Электронными лампами называются устройства, основанные на применении термоэлектронной эмиссии. Простейшим типом электронных ламп является двухэлектродная лампа — диод прямого накала.*

#### Устройство диода

Диод представляет собой вакуумированный баллон, в котором находятся два электрода: вольфрамовая нить *K*, являющаяся источником электронов (катод), и металлический полуцилиндр *A* (анод), окружающий катод (рис. 3.30, *a*). В других типах ламп анод может быть замкнутым цилиндром, который расположен не горизонтально, как на рисунке 3.30, *a*, а вертикально. В этом случае и катод, совпадающий с осью анода, тоже расположен вертикально. Условное изображение диода показано на рисунке 3.30, *б*.

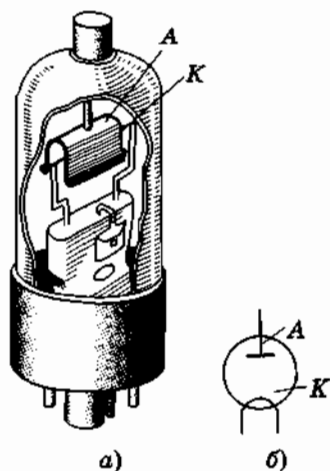


Рис. 3.30

В лампах прямого накала нить накала из вольфрама одновременно служит катодом. Для получения значительной эмиссии нить нагревают до температуры 2000—2500 К. Диод прямого накала имеет существенный недостаток. Если катод нагревается переменным током, то его температура из-за малой теплоемкости нити периодически изменяется, что вызывает колебания тока в цепи лампы. По этой причине в настоящее время диоды прямого накала почти

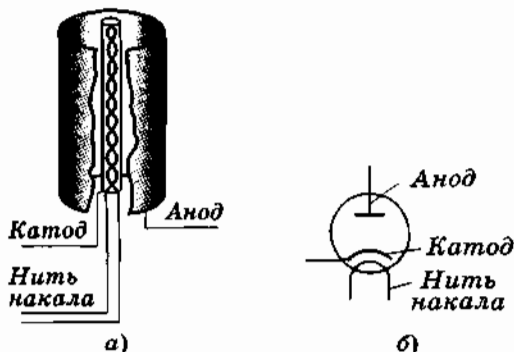


Рис. 3.31

не применяются. Вместо них применяются лампы с косвенным накалом или диоды с подогревным катодом.

В лампах с косвенным накалом катод представляет собой никелевую трубочку, покрытую слоем оксидов щелочно-земельных металлов — бария, стронция, кальция. Такой катод называют оксидным. Работа выхода электронов с поверхности оксидного катода в несколько раз меньше, чем с вольфрама. Это позволяет снизить температуру накала до 1000 К. Подогрев катода обеспечивается небольшой спиралью, расположенной внутри трубочки (рис. 3.31, а). Условное обозначение диода с подогревным катодом изображено на рисунке 3.31, б.

### Вольт-амперная характеристика диода

Существенные свойства любого электронного прибора отражает его вольт-амперная характеристика, т. е. зависимость силы тока от напряжения, поданного на этот прибор. Для получения вольт-амперной характеристики вакуумного диода можно воспользоваться цепью, схема которой изображена на рисунке 3.32. В отличие от характеристики металлического проводника эта характеристика нелинейная (рис. 3.33). Следовательно, электронная лампа представляет собой проводник, не подчиняющийся закону Ома.

Рассмотрим подробнее причину нелинейности вольт-амперной характеристики вакуумного диода. При вылете электронов из разогретого катода он заряжается положительно. Поэтому электроны, покинувшие катод, группируются возле него в виде объемного отрицательного заряда или так называемого электронного облака. Под действием электрического поля между

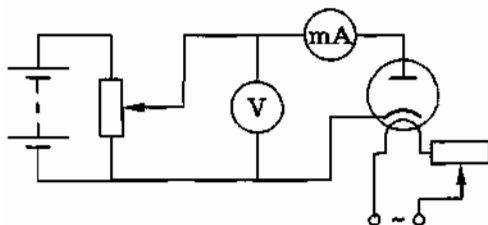


Рис. 3.32

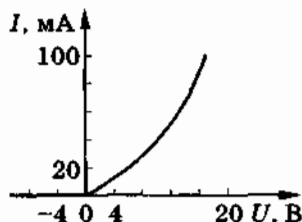


Рис. 3.33

катодом и электронным облаком электроны из облака частично возвращаются обратно на катод. В равновесном состоянии число электронов, покинувших катод в секунду, равно числу электронов, возвратившихся на него за это время. При таком динамическом равновесии среднее число электронов в электронном облаке остается неизменным. Чем выше температура металла, тем больше плотность электронного облака.

Если к электродам диода приложить напряжение, называемое **анодным напряжением**, присоединив анод к точке цепи, имеющей положительный потенциал, а катод — к точке с отрицательным потенциалом (см. рис. 3.32), то между электродами возникнет электрическое поле. Под действием этого поля электроны начнут перемещаться от катода к аноду, образуя **анодный ток**. Электронное облако при этом начнет рассасываться. Из-за наличия электронного облака сила анодного тока  $I$  не пропорциональна анодному напряжению  $U$ . Если катод и анод представляют собой плоские пластины, параллельные друг другу (рис. 3.34), то в отсутствие электронного облака (при холодном катоде) распределение потенциала между катодом и анодом, образующими плоский конденсатор, изображается прямой линией 1. При наличии электронного облака (при накаливаемом катоде) распределение потенциала изменяется: оно изображается теперь кривой 2. При этом значение потенциала в любой плоскости, находящейся на расстоянии  $x$  от катода, оказывается меньше, чем в отсутствие электронного облака, а следовательно, и скорости движения электронов при наличии электронного облака умень-

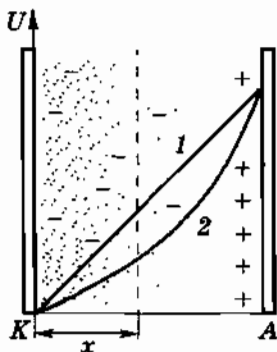


Рис. 3.34

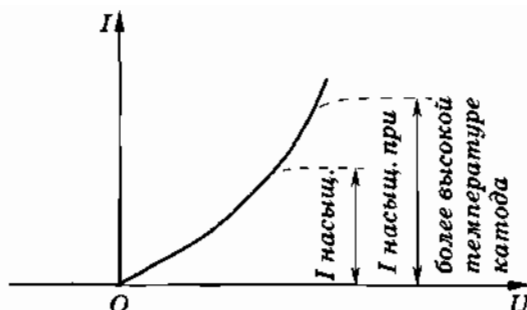


Рис. 3.35

шаются. С увеличением анодного напряжения концентрация электронов в облаке уменьшается. Поэтому и тормозящее действие объемного отрицательного заряда делается меньше, а сила анодного тока увеличивается.

Если катод не покрыт оксидным слоем, то при достаточно большом анодном напряжении все электроны, покинувшие катод, достигают анода, и при дальнейшем увеличении напряжения сила тока не изменяется. Такой ток называется током насыщения (штриховая линия на рисунке 3.35). При повышении температуры катода (это можно сделать, увеличив при помощи реостата силу тока в цепи накала) ток насыщения возрастает (см. рис. 3.35).

В электронной лампе с оксидным катодом достигнуть тока насыщения нельзя, ибо это требует столь большого анодного напряжения, при котором катод разрушается.

### Применение вакуумных диодов

Важным свойством вакуумного диода является его односторонняя проводимость: электроны в нем движутся от раскаленного катода к аноду. Обратное направление тока невозможно. Приборы, обладающие свойством проводить ток только в одном направлении, называются электрическими вентилями.

Этим свойством двухэлектродной электронной лампы пользуются для выпрямления переменного тока<sup>1</sup>.

Лампа, применяемая для выпрямления токов промышленной частоты, называется кенотроном.

<sup>1</sup> Об устройстве выпрямителей переменного тока будет рассказано в дальнейшем.

Двухэлектродный вакуумный прибор — диод обладает односторонней проводимостью. Это его свойство используется для выпрямления переменного тока.

### § 3.13. ТРЕХЭЛЕКТРОДНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ЛАМПА — ТРИОД

Трехэлектродная электронная лампа — триод отличается от двухэлектродной электронной лампы наличием третьего электрода — сетки.

#### Устройство триода

Баллон, анод и катод вакуумного триода имеют такую же конструкцию, как и у диода, однако на пути электронов от катода к аноду (ближе к катоду) в триоде располагается третий электрод — сетка. Само название «сетка» указывает на то, что этот электрод несплошной и может пропускать электроны, движущиеся от катода к аноду. В большинстве электронных ламп сетка представляет собой укрепленный на стойках проволочный каркас в виде винтовой линии (рис. 3.36, а). Условное обозначение триода показано на рисунке 3.36, б.

Сетка дает возможность управлять анодным током лампы. Сообщая сетке положительный относительно катода потенциал, создают между сеткой и катодом дополнительное электрическое

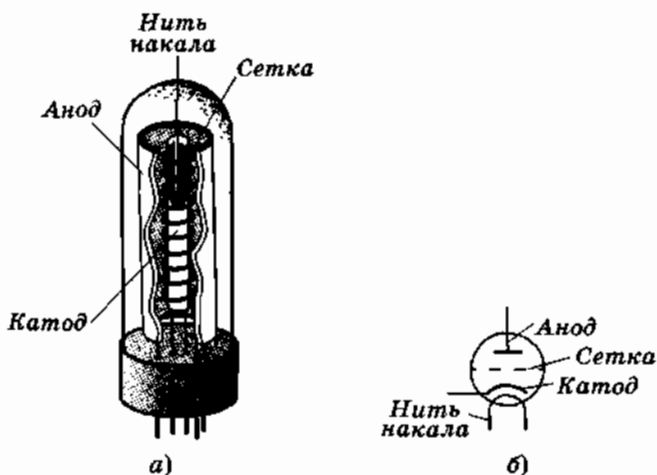


Рис. 3.36



поле, линии напряженности которого совпадают по направлению с линиями напряженности основного поля между катодом и анодом. Это дополнительное поле способствует «рассасыванию» электронного облака и увеличивает силу анодного тока лампы. Наоборот, сообщая сетке отрицательный относительно катода потенциал, получаем дополнительное поле, противодействующее основному полю, что повлечет за собой уменьшение силы анодного тока лампы. При определенном значении отрицательного потенциала сетки сила анодного тока может обратиться в нуль. В этом случае говорят: лампа «заперта».

### Сеточная характеристика триода

График, выражающий зависимость силы анодного тока от потенциала сетки относительно катода, т. е. от сеточного напряжения,  $I_a = f(U_c)$  при постоянном значении анодного напряжения  $U_a$ , называется сеточной характеристикой триода. Сеточная характеристика может быть получена опытным путем. Для этого пользуются установкой, схема которой изображена на рисунке 3.37.

Из сеточной характеристики, изображенной на рисунке 3.38, видно, что увеличение сеточного потенциала (относительно катода) ведет к увеличению силы анодного тока. При уменьшении потенциала сетки сила анодного тока, напротив, уменьшается. При потенциале  $U_3$ , называемом потенциалом запирания лампы, анодный ток прекращается (лампа запирается). Потенциал запирания зависит от устройства лампы и от анодного напряжения.

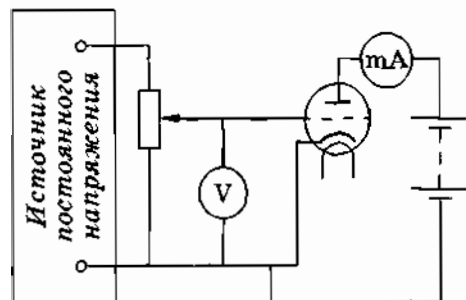


Рис. 3.37

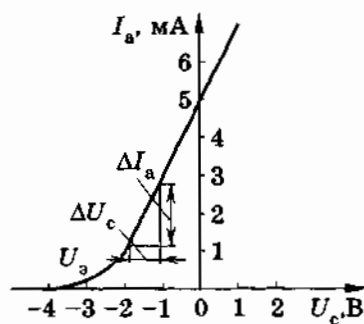


Рис. 3.38

Из-за того, что сетка расположена на малом расстоянии от катода, изменение сеточного напряжения на величину  $\Delta U_c$  гораздо сильнее меняет напряженность электрического поля, действующего на электронное облако у катода, чем изменение анодного напряжения на такую же величину. (Вспомните, что напряженность электрического поля  $E$  при заданном напряжении обратно пропорциональна расстоянию:  $E = \frac{U}{d}$ .) Соответственно *одинаковые изменения силы анодного тока  $\Delta I_a$  достигаются при гораздо меньших (в несколько десятков раз) изменениях сеточного напряжения, чем анодного.*

*Трехэлектродные лампы используются в различных радиотехнических устройствах: усилителях, генераторах и т. д.*

### **§ 3.14. ЭЛЕКТРОННЫЕ ПУЧКИ. ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВАЯ ТРУБКА**

*Электронные пучки представляют собой направленные потоки быстро движущихся электронов; поперечные размеры пучков обычно значительно меньше их длины. Электронные пучки впервые были обнаружены в газовом разряде, происходящем при пониженном давлении: наблюдались слабое голубое свечение вдоль оси газоразрядной трубки и флуоресценция стеклянных стенок трубки, которые объяснялись воздействием так называемых катодных лучей (опыты английского физика У. Крукса). Дальнейшие исследования привели к открытию электрона (английский физик Дж. Томсон, 1897 г.), а сами лучи были отождествлены с потоками электронов.*

В настоящее время электронные пучки образуются в электронно-вакуумных приборах, использующих явление термоэлектронной эмиссии. Если в аноде электронной лампы сделать отверстие, то часть электронов, ускоренных электрическим полем, пролетит в отверстие, образуя за анодом электронный пучок. Количеством электронов в пучке можно управлять, поместив между катодом и анодом дополнительный электрод и изменяя его потенциал. Электронные пучки имеют ряд свойств, благодаря которым они находят широкое практическое применение.

## Свойства электронных пучков и их применение

Электронные пучки обладают энергией. Попадая на тела, они вызывают их нагревание. В современной технике это свойство используют для электронной плавки сверхчистых металлов в вакууме.

При попадании на пластинку из металла большой плотности (вольфрама, платины) электронные пучки тормозятся, вследствие чего возникает рентгеновское излучение. Это свойство используют в рентгеновских трубках, о чем будет рассказано в дальнейшем.

Некоторые вещества (стекло, сульфиды цинка и кадмия), бомбардируемые электронами, светятся. В настоящее время среди материалов этого типа (люминофоров) применяются такие, у которых в световую энергию превращается до 25% энергии электронного пучка.

Электронные пучки отклоняются электрическим полем. Например, проходя между пластинами заряженного конденсатора, электроны отклоняются от отрицательно заряженной пластины к положительно заряженной (рис. 3.39).

Электронные пучки отклоняются также в магнитном поле. Пролетая над северным полюсом магнита, электроны отклоняются влево, а пролетая над южным полюсом — вправо (рис. 3.40). Отклонение электронных потоков, идущих от Солнца, в магнитном поле Земли приводит к тому, что свечение газов верхних слоев атмосферы (полярные сияния) наблюдается только у полюсов.

Возможность управления электронным пучком с помощью электрического или магнитного поля и свечение под действием пучка покрытого люминофором экрана находит применение в электронно-лучевой трубке.

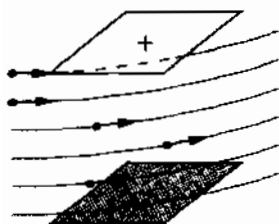


Рис. 3.39

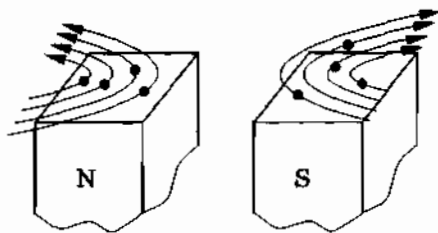


Рис. 3.40

## Электронно-лучевая трубка

Устройство электронно-лучевой трубки показано на рисунке 3.41. Трубка представляет собой вакуумный баллон, изготовленный в виде колбы, расширенной с одной стороны. Расширенное дно колбы покрыто люминофором и образует экран трубки. В узком конце трубки помещен источник быстрых электронов — электронная пушка (рис. 3.42). Она состоит из накаливаемого оксидного катода  $K$  и трех коаксиальных цилиндров: управляющего электрода (сетки)  $M$ , первого анода  $A_1$  и второго анода  $A_2$ .

Электроны испускаются нагретым оксидным слоем торца цилиндрического катода и проходят через отверстие в цилиндрическом управляющем электроде. Управляющий электрод имеет отрицательный потенциал относительно катода ( $-20\dots-70$  В) и сжимает своим полем выходящий из катода электронный пучок. Изменяя этот потенциал, можно изменять количество электронов в пучке, т. е. его интенсивность.

Каждый анод состоит из дисков с небольшими отверстиями, вставленных в металлический цилиндр. Потенциал первого анода положителен относительно катода, а потенциал второго анода положителен относительно первого анода. Электрические поля между электродом  $M$  и анодом  $A_1$ , а также между анодами  $A_1$  и  $A_2$ , ускоряющие электроны, показаны на рисунке 3.42 при помощи эквипотенциальных поверхностей. Форма, расположение и потенциалы анодов выбраны так, чтобы наряду с ускорением электронов происходила и фокусировка электронного пучка, т. е. уменьшение площади его

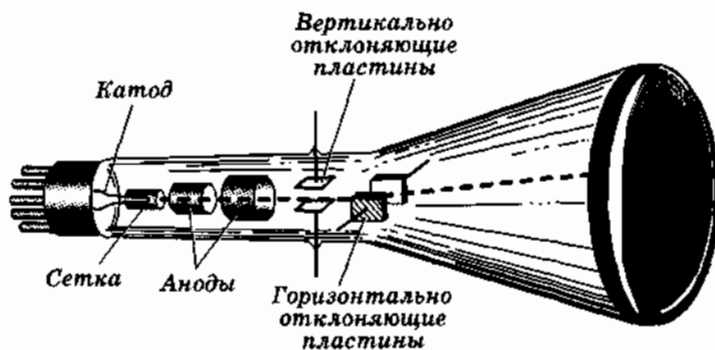


Рис. 3.41

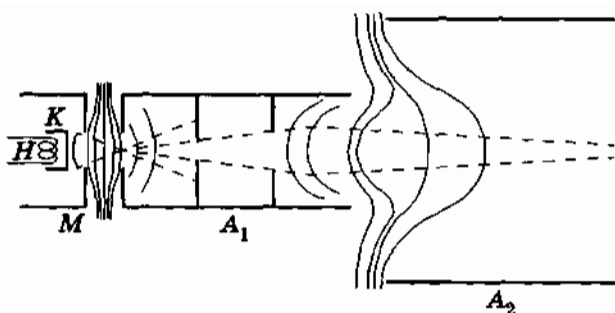


Рис. 3.42

поперечного сечения. На экране, в том месте, куда попадает электронный пучок (узко сфокусированный электронный пучок иногда называют электронным лучом), возникает свечение.

После электронной пушки сфокусированный электронный пучок на пути к экрану проходит последовательно между двумя парами управляющих пластин, подобных пластинам плоского конденсатора. Если электрического поля между пластинами нет, то пучок не отклоняется и светящаяся точка располагается в центре экрана. При сообщении разности потенциалов вертикально расположенным пластинам пучок смещается в горизонтальном направлении, а при сообщении разности потенциалов горизонтальным пластинам он смещается в вертикальном направлении. Одновременное использование двух пар пластин позволяет перемещать светящуюся точку по экрану в любом направлении.

Малая масса электронов в электронном пучке обеспечивает малую инерционность электронно-лучевой трубки: электронный пучок практически мгновенно реагирует на изменение напряжения на управляющих пластинах. На этом свойстве электронных пучков основано использование электронно-лучевой трубки в электронном осциллографе<sup>1</sup> — приборе, который применяется для исследования быстропеременных процессов в электрических цепях.

В электронно-лучевой трубке, применяемой в телевизоре (так называемом кинескопе), управление электронным пучком осуществляется с помощью магнитного поля. Это поле создают катушки, надетые на горловину трубки.

<sup>1</sup> От лат. *oscillo* — качаюсь и греч. *gráphō* — пишу.

## Дисплей

Широкое применение имеют электронно-лучевые трубки в присоединяемых к электронно-вычислительным машинам (ЭВМ) устройствах — дисплеях. На экран дисплея, подобный экрану телевизора, поступает информация, записанная и переработанная ЭВМ. Можно непосредственно видеть текст на любом языке, графики различных процессов, изображения реальных объектов, а также воображаемые объекты, подчиняющиеся законам, записанным в программе ЭВМ.

*В электронно-лучевых трубках формируются узкие электронные пучки, управляемые электрическими и магнитными полями. Эти пучки используются в осциллографах, кинескопах телевизоров, дисплеях ЭВМ.*

## § 3.15. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

*В чем главное отличие полупроводников от проводников? Какие особенности строения полупроводников открыли им доступ во все радиоустройства, телевизоры и ЭВМ?*

В § 3.1 мы отмечали, что главное отличие полупроводников от проводников состоит в характере зависимости электропроводности от температуры. Исследования показывают, что у ряда элементов (кремний, германий, селен и др.) и соединений (PbS, CdS и др.) удельное сопротивление с увеличением температуры не растет, как у металлов (см. рис. 2.14), а, наоборот, уменьшается (рис. 3.43).



Рис. 3.43

Из графика, изображенного на этом рисунке, видно, что при температурах, близких к абсолютному нулю, удельное сопротивление полупроводников очень велико, т. е. при очень низких температурах полупроводник ведет себя как диэлектрик. По мере повышения температуры удельное сопротивление полупроводника быстро уменьшается. Какова же причина увеличения электропроводности полупроводника с ростом температуры?

### Строение полупроводников

Чтобы понять механизм возникновения проводимости в полупроводниках, необходимо знать строение полупроводнико-

вых кристаллов и природу связей, удерживающих атомы кристалла друг около друга. Для примера рассмотрим кристалл германия.

Нам известно, что кристаллы германия и других полупроводников имеют атомную (ковалентную) кристаллическую решетку. Плоская схема структуры кристалла германия изображена на рисунке 3.44. Четыре валентных электрона каждого атома германия связаны с такими же электронами соседних атомов химическими парноэлектронными (ковалентными) связями. В образовании этой связи от каждого атома участвует по одному валентному электрону, которые отщепляются от атомов (коллективизируются кристаллом) и при своем движении большую часть времени проводят в пространстве между соседними атомами. Их отрицательный заряд удерживает положительные ионы германия друг возле друга. Такого рода связь существует между ядрами (протонами) в молекуле водорода. Она условно может быть изображена двумя линиями, соединяющими ядра (рис. 3.45).

Не надо думать, что коллективизированная пара электронов принадлежит лишь двум атомам. Каждый атом образует четыре связи с соседними, а данный валентный электрон может двигаться по любой из них. Дойдя до соседнего атома, он может перейти к следующему, а затем дальше вдоль всего кристалла. Коллективизированные валентные электроны принадлежат всему кристаллу.

Парноэлектронные связи германия достаточно прочны и при низких температурах не разрываются. Поэтому германий при низкой температуре не проводит электрический ток. Участвующие в связи атомов валентные электроны прочно привязаны к кристаллической решетке, и внешнее электрическое поле не оказывает заметного влияния на их движение. Аналогичное строение имеет и кристалл кремния.

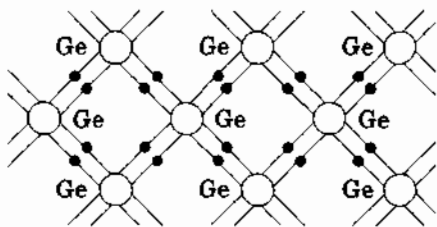


Рис. 3.44

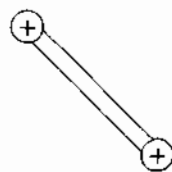


Рис. 3.45

## Собственная проводимость полупроводников

При нагревании германия энергия валентных электронов увеличивается за счет энергии тепловых колебаний атомов решетки. При этом энергия некоторых электронов (даже при нагревании до сравнительно невысоких температур) может увеличиться настолько, что связи не выдерживают и рвутся. В результате отдельные электроны покидают свои «проторенные пути» и становятся свободными, подобно электронам в металлах. Без внешнего поля эти электроны движутся хаотически. Под действием внешнего электрического поля они перемещаются упорядоченно между узлами кристаллической решетки, образуя электрический ток (рис. 3.46).

Проводимость полупроводников, обусловленная наличием у них свободных электронов, называется электронной проводимостью. При повышении температуры число разорванных ковалентных связей, а следовательно, и число свободных электронов в кристаллах увеличивается. Это и приводит к уменьшению удельного сопротивления (см. рис. 3.43).

Образование свободного электрона влечет за собой появление свободного (вакантного) места — электронной дырки — в нарушенной ковалентной связи. В дырке имеется избыточный положительный заряд по сравнению с остальными, нормальными связями (см. рис. 3.46).

Положение дырки в кристалле не является неизменным. Непрерывно происходит следующий процесс. Один из электронов, обеспечивающих связь атомов, перескакивает на место образовавшейся дырки и восстанавливает здесь парно-электронную связь, а там, откуда перескочил электрон, образуется новая дырка. Эту дырку может занять какой-либо другой электрон. Таким образом, благодаря перемещению электронов связи происходит перемещение дырок по всему кристаллу.

Характер движения дырки в кристалле можно уяснить из следующей аналогии. Пусть один из солдат вышел из шеренги. При этом образовалась «вакансия». Если все стоящие справа солдаты будут последовательно перемещаться на освободившееся место, то все будет происходить так,

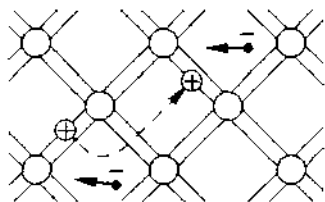


Рис. 3.46



как будто свободное место передвигается в сторону, противоположную перемещению солдат.

При отсутствии внешнего поля перемещение дырок, равноценное перемещению зарядов, происходит хаотически и поэтому не создает электрического тока. Под действием внешнего электрического поля происходит упорядоченное перемещение дырок в направлении линий напряженности поля, т. е. в направлении, противоположном перемещению электронов связи. Рассмотренный процесс называется дырочной проводимостью.

Таким образом, в чистых (без примесей) полупроводниках возможна электронная проводимость, обусловленная движением свободных электронов (проводимость  $n$ -типа<sup>1</sup>), и дырочная, обусловленная движением дырок (проводимость  $p$ -типа<sup>2</sup>).

Такого рода проводимость называют собственной проводимостью полупроводников.

При нарушении ковалентных связей в кристалле одновременно в одинаковом количестве возникают свободные электроны и дырки. В результате теплового движения, с одной стороны, происходит образование пар электрон—дырка, а с другой — их частичное воссоединение (рекомбинация). При данной температуре в единице объема кристалла число пар в среднем остается постоянным.

*Проводимость чистых полупроводников (собственная проводимость) осуществляется перемещением свободных электронов (электронная проводимость) и перемещением связанных электронов на вакантные места парно-электронных связей (дырочная проводимость).*

### **§ 3.16. ПРИМЕСНАЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ**

*Проводимость полупроводников чрезвычайно сильно зависит от примесей. Именно эта зависимость сделала полупроводники тем, чем они стали в современной технике.*

<sup>1</sup> От лат. *negativus* — отрицательный.

<sup>2</sup> От лат. *positivus* — положительный.

Собственная проводимость полупроводников обычно невелика, так как мало число свободных электронов. Например, в германии при комнатной температуре  $n_e = 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . В то же время число атомов германия в  $1 \text{ см}^3$  порядка  $10^{23}$ . Таким образом, число свободных электронов составляет примерно одну десятиллиардную часть от общего числа атомов. Собственная проводимость полупроводников имеет некоторое сходство с проводимостью водных растворов или расплавов электролитов. И в том, и в другом случае возникновение свободных носителей заряда обусловлено тепловым движением. Поэтому и у полупроводников, и у водных растворов или расплавов электролитов наблюдается увеличение проводимости с ростом температуры.

Существенная особенность полупроводников состоит в том, что в них при наличии примесей наряду с собственной проводимостью возникает дополнительная — **п р и м е с н а я п р о в о д и м о с т ь**. Изменяя концентрацию примеси, можно значительно изменить число носителей заряда того или иного знака. Благодаря этому можно создавать полупроводники с преимущественной концентрацией либо отрицательно, либо положительно заряженных носителей. Эта способность полупроводников и открывает широкие возможности для их практического применения.

### **Донорные примеси**

Если при выращивании монокристалла германия в расплав добавить небольшое количество мышьяка или сурьмы, то при кристаллизации атомы примеси вытесняют отдельные атомы германия из их мест в кристаллической решетке (рис. 3.47). Мышьяк (и сурьма) имеют по пять валентных электронов. Поэтому атомы примеси, образовав ковалентные связи с четырьмя ближайшими атомами германия и использовав для этого четыре валентных электрона, будут иметь по одному лишнему электрону, слабо связанному с атомным ядром. Вследствие теплового движения практически все лишние электроны атомов примеси оказываются свободными (см. рис. 3.47). При добавлении одной десятиллионной доли атомов мышьяка концентрация свободных электронов становится равной  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Это в тысячу раз больше концентрации свободных электронов в чистом полупроводнике.

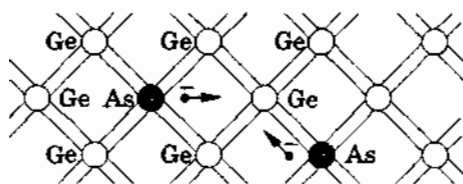


Рис. 3.47

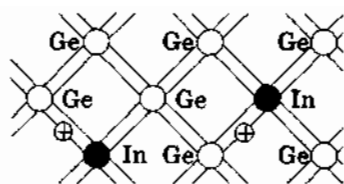


Рис. 3.48

Примеси, легко отдающие электроны и, следовательно, увеличивающие число свободных электронов, называют донорными (отдающими, даящими) примесями. При наличии электрического поля свободные электроны приходят в упорядоченное движение в кристалле полупроводника, и в нем возникает электронная примесная проводимость. Полупроводники с такой проводимостью называются электронными или полупроводниками *n*-типа.

Поскольку в полупроводнике *n*-типа число электронов значительно больше числа дырок, то электроны являются основными носителями заряда, а дырки — неосновными.

### Акцепторные примеси

Если при выращивании монокристалла германия в расплав добавить некоторое количество трехвалентных атомов, например, индия или галлия, то при образовании кристалла атомы примеси вытеснят из своих мест отдельные атомы германия. При замещении в кристаллической решетке атома германия атомом примеси, имеющим три валентных электрона, три связи атома примеси с атомами германия окажутся заполненными, а одна связь четвертого атома германия (соседа атома примеси) — незаполненной. Следовательно, в решетке образуется дырка (рис. 3.48). Каждый атом трехвалентной примеси образует в кристалле полупроводника одну дырку.

Такого рода примеси называются акцепторными (принимающими).

Под действием электрического поля дырки перемещаются в направлении вектора напряженности поля, и в полупроводнике возникает дырочная примесная проводимость. Полупроводники с преобладанием дырочной проводимости над электронной называются полупроводниками

к а м и  $p$ -т и п а. В полупроводнике  $p$ -типа основными носителями заряда являются дырки, а неосновными — электроны.

Если в полупроводник одновременно вводятся и донорные и акцепторные примеси, то характер проводимости полупроводника ( $n$ - или  $p$ -тип) определяется примесью с более высокой концентрацией носителей заряда — электронов или дырок.

*Донорные примеси отдают лишние валентные электроны: образуется полупроводник  $n$ -типа. Акцепторные примеси создают дырки: образуется полупроводник  $p$ -типа.*

### § 3.17. ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНЫЙ ПЕРЕХОД ( $n$ — $p$ -ПЕРЕХОД)

*Особый практический интерес представляют явления на границе раздела полупроводников с  $n$ - и  $p$ -проводимостями. При этом образуется так называемый электронно-дырочный ( $n$ — $p$ ) переход.*

При контакте двух полупроводников с различными типами проводимости вследствие теплового движения происходит взаимная диффузия носителей заряда через границу соприкосновения (контакт) полупроводников. Электроны из  $n$ -области, где они являются основными носителями заряда, переходят в  $p$ -область, где их концентрация значительно меньше. Точно так же дырки переходят из  $p$ -области в  $n$ -область. Поэтому  $n$ -область вблизи границы раздела оказывается заряженной положительно, а  $p$ -область — отрицательно (рис. 3.49, *а*);  $n$ -область приобретает положительный потенциал, и энергия электрона в ней оказывается меньше (так как заряд электрона отрицателен), а потенциал  $p$ -области делается отрицательным, и энергия электрона в ней увеличится. Кривая распределения потенциальной энергии электронов  $W_e$  имеет вид, показанный на рисунке 3.49, *б* сплошной линией. Напротив, энергия положительных дырок  $W_d$  больше в  $n$ -области и меньше в  $p$ -области (штриховая кривая на том же рисунке).

В условиях теплового равновесия при отсутствии внешнего электрического напряжения полная сила тока через электрон-

но-дырочный переход равна нулю. Объясняется это следующим образом. Из рисунка 3.49 видно, что контактное электрическое поле *способствует* движению *неосновных* носителей заряда, которые «скатываются» с потенциального уступа. Поэтому все неосновные носители приконтактной области движутся через *n-p*-переход и образуют ток  $i_n$ , направленный от *n*-полупроводника к *p*-полупроводнику. Его сила тока практически не зависит от разности потенциалов между *n*- и *p*-полупроводниками и определяется только количеством неосновных носителей заряда.

Основные же носители (дырки, движущиеся справа налево, и электроны, движущиеся слева направо) образуют ток  $i_o$ , направленный противоположно, т. е. от *p*-полупроводника к *n*-полупроводнику. На рисунке 3.49, б видно, что контактное поле *препятствует* движению *основных* носителей, которые должны преодолеть потенциальный барьер. В состоянии равновесия устанавливается такая высота потенциального барьера (контактная разность потенциалов), при которой полная сила тока

$$i = i_o - i_n = 0.$$

Внешнее электрическое поле изменяет высоту потенциального барьера и нарушает равновесие потоков носителей тока через барьер. Предположим, что мы приложили к контакту на-

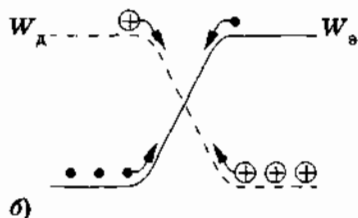
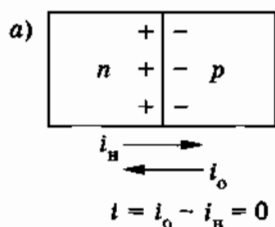


Рис. 3.49

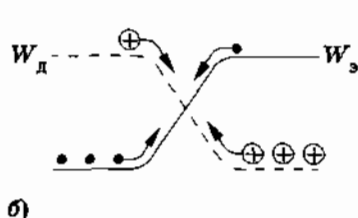
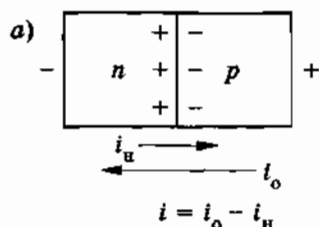


Рис. 3.50

пряжение такого знака, что потенциал  $n$ -области оказывается отрицательным, а  $p$ -области — положительным (рис. 3.50, а). Тогда энергия электронов в  $n$ -области увеличится, а в  $p$ -области уменьшится, а следовательно, высота потенциального барьера станет *меньше* (рис. 3.50, б). При этом сила тока неосновных носителей  $i_n$ , как говорилось выше, не изменится. Сила же тока основных носителей  $i_o$  увеличится, так как теперь большее количество электронов сможет преодолеть потенциальный барьер и перейти слева направо, а также большее количество дырок — перейти в противоположном направлении. В результате через контакт будет идти ток  $i = i_o - i_n$ , направленный от  $p$ -полупроводника к  $n$ -полупроводнику; сила тока будет быстро нарастать с увеличением приложенного напряжения. Направление тока, которое возникает в данном случае, называют *пропускным*, а ток — *прямым*.

Что будет происходить, если к  $n$ -области присоединить положительный полюс источника тока, а к  $p$ -области — отрицательный (рис. 3.51, а)? В этом случае высота потенциального барьера *увеличится* и сила тока основных носителей  $i_o$  уменьшится. Уже при напряжениях порядка 1 В этот ток практически обратится в нуль, и поэтому через контакт будет течь только ток неосновных носителей, при этом сила тока  $i_n$  будет очень мала (рис. 3.51, б). Это направление тока называют *запирающим*, а ток — *обратным*.

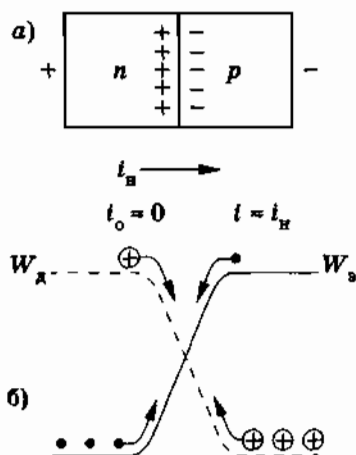


Рис. 3.51

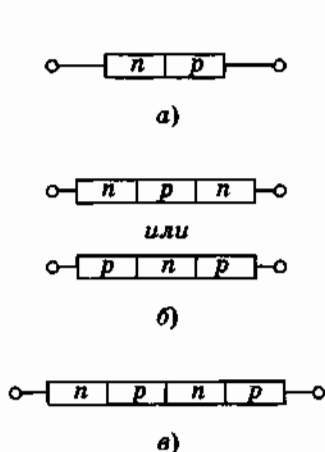


Рис. 3.52

Таким образом,  $n$ — $p$ -переход обладает односторонней проводимостью, аналогично выпрямляющему действию двух-электродной лампы — вакуумному диоду (см. § 3.12).

Электронно-дырочные переходы полупроводников широко применяются в современных полупроводниковых приборах. Приборы с одним  $n$ — $p$ -переходом называются диодами (рис. 3.52, а); с двумя — транзисторами (рис. 3.52, б); с тремя — тиристорами (рис. 3.52, в).

*Электронно-дырочный переход по отношению к току оказывается несимметричным: в прямом направлении сопротивление перехода значительно меньше, чем в обратном.*

### § 3.18. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЙ ДИОД

*Односторонняя проводимость  $n$ — $p$ -перехода нашла широкое применение в приборах, называемых полупроводниковыми диодами, для выпрямления переменного тока. Существует много различных типов диодов. Рассмотрим один из типов полупроводниковых диодов.*

#### Устройство полупроводникового диода

Полупроводниковый диод состоит из монокристаллической пластинки германия 6 (рис. 3.53), обладающей электронной проводимостью за счет небольшой добавки донорной примеси. Для создания  $n$ — $p$ -перехода не годится простое механическое соединение двух полупроводников с разными типами проводимости, так как при этом между полупроводниками получается большой зазор. Толщина же  $n$ — $p$ -перехода должна быть не больше межатомных расстояний. Поэтому в одну из поверхностей пластинки германия вплавляют индий. В рассматриваемом диоде (см. рис. 3.53) капля индия 5 вплавлена в верхнюю часть пластинки германия, а нижняя часть пластинки припаяна оловом 7 к металлическому корпусу 4. В процессе плавления атомы индия диффундируют внутрь германия и образуют поверх-

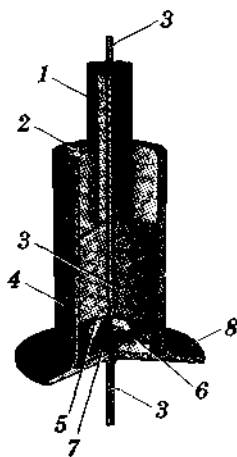


Рис. 3.53

ностную область с дырочной проводимостью. Остальная часть пластинки, куда атомы индия не проникли, осталась с электронной проводимостью. В результате в пластинке образовались две резко разграниченные области с различными видами проводимости: электронно-дырочный переход.

Герметически закрытый сварной металлический корпус 4, в который помещена пластинка германия, изолирует ее от вредных воздействий атмосферного воздуха и света, обеспечивая устойчивую работу электронно-дырочного перехода. От пластинки сделаны два вывода 3, причем один из них (верхний) проходит в металлической трубке 1, изолированной от корпуса стеклом 2. Металлический корпус выгнут наподобие полей шляпы (радиатор 8) для лучшего охлаждения, так как с повышением температуры снижаются выпрямляющие свойства полупроводниковых диодов (с возрастанием температуры возрастает концентрация неосновных носителей тока, следовательно, возрастает и обратный ток).

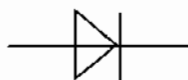


Рис. 3.54

Аналогичное строение имеют и другие диоды. Схематическое изображение полупроводникового диода приведено на рисунке 3.54.

### Вольт-амперная характеристика полупроводникового диода

Важной индивидуальной характеристикой диода является его вольт-амперная характеристика.

Для снятия вольт-амперной характеристики диода при прямом токе собирают цепь по схеме рисунка 3.55, а при обратном токе — по схеме рисунка 3.56. Схему включения приборов при измерении прямого и обратного токов в диоде при-

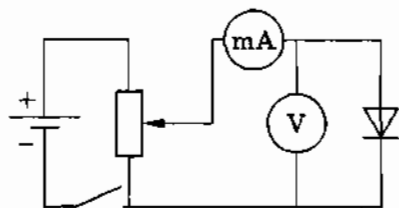


Рис. 3.55

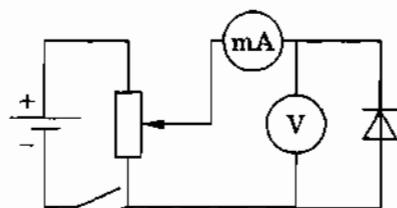


Рис. 3.56



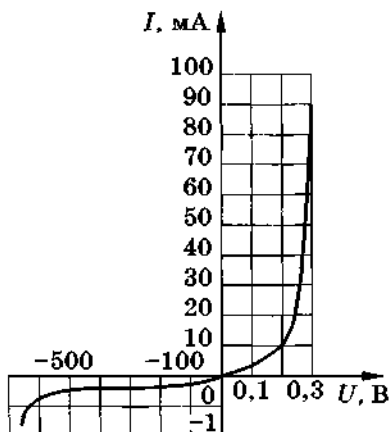


Рис. 3.57

ходится изменять потому, что при прямом токе силой тока в вольтметре можно пренебречь, так как сопротивление вольтметра значительно больше сопротивления диода. При обратном токе сопротивление диода соизмеримо с сопротивлением вольтметра, поэтому миллиамперметр включается последовательно с диодом. На рисунке 3.57 изображена вольт-амперная характеристика одного из диодов.

Из рисунка видно, что сила тока в проходном направлении с увеличением напряжения растет очень быстро. В запирающем же направлении сила тока очень мала и почти не изменяется с ростом напряжения<sup>1</sup>.

Из вольт-амперной характеристики диода следует, что для него несправедлив закон Ома. Сила тока находится в более сложной зависимости от напряжения (зависимость нелинейная), чем должно быть, согласно закону Ома.

Полупроводниковые диоды изготавливают для выпрямления как слабых, так и очень сильных токов. Первые широко применяют в радиотехнических устройствах — радиоприемниках, магнитофонах, телевизорах и т. п. Здесь они почти полностью вытеснили вакуумные диоды. Диоды, рассчитанные на сильные токи, используют для выпрямления переменных токов на тяговых подстанциях, питающих электротранспорт, а также в электролитических цехах, где производится электролиз, и т. д.

*Свойства р—п-перехода используют для выпрямления переменного тока. На протяжении половины периода, когда потенциал полупроводника р-типа положителен, ток свободно проходит через р—п-переход. В следующую половину периода ток практически равен нулю.*

<sup>1</sup>Чтобы кривая обратного тока получилась более выразительной, ее пришлось вычерчивать в другом масштабе, чем кривую прямого тока.

### § 3.19. ТРАНЗИСТОР

Успешное развитие теории твердого тела привело к созданию многих полупроводниковых приборов, важное место среди которых занимает транзистор<sup>1</sup>, который был изобретен в 1951 г. американскими учеными У. Б. Шокли, У. Браттейном и Дж. Бардиным.

#### Устройство транзистора

Наиболее распространенным типом транзистора является плоскостной триод. Основой для изготовления транзистора, как и полупроводникового диода, служит пластинка монокристалла германия (или кремния), слегка обогащенная донорной примесью, площадью 2—4 мм<sup>2</sup> и толщиной около 100 мкм. На пластинку кристалла германия с двух сторон наносится тончайший слой индия.

После прогрева пластинки в печи на ее противоположных сторонах возникают области, обогащенные атомами индия, проникшими в германий при расплавлении. Эти области монокристалла германия становятся полупроводниками *p*-типа, а на границах соприкосновения их с основным кристаллом возникают два *p*—*n*-перехода. Средняя область кристалла называется базой транзистора, а две крайние области кристалла, обладающие проводимостью противоположного базе типа, называются коллектором и эмиттером. Эмиттер и коллектор транзистора отличаются лишь размерами: диаметр коллектора примерно в 2 раза больше диаметра эмиттера.

Устройство *p*—*n*—*p*-транзистора сплавного типа показано на рисунке 3.58 (цифрами обозначено: 1 — баллон транзистора, 2 — кристалл *n*-германия (база), 3 — эмиттер, 4 — коллектор, 5 — индиевый электрод, 6 — кристаллодержатель, 7 — стеклянные изоляторы, 8 — вывод эмиттера, 9 — вывод базы, 10 — вывод коллектора).

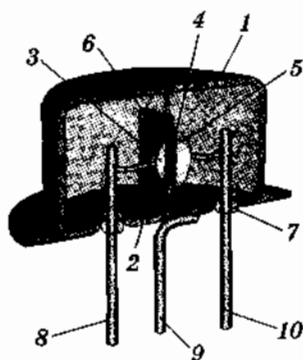


Рис. 3.58

<sup>1</sup> От англ. transfer — переносить и англ. resistor — сопротивление.

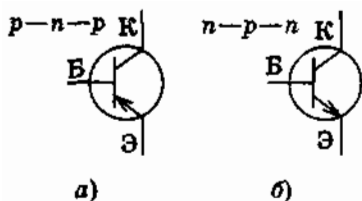


Рис. 3.59

Транзисторы  $n-p-n$ -типа имеют аналогичное устройство, только материал базы в них обладает дырочной проводимостью, а коллектор и эмиттер — электронной.

Условное обозначение транзисторов на схеме приведено на рисунке 3.59, а, б.

### Принцип действия транзистора

При использовании транзистора в любой электронной схеме два его электрода должны служить для введения входного сигнала и два — для выведения выходного сигнала. Поскольку транзистор имеет всего три электрода, один из них обязательно используется дважды и оказывается общим для входной и выходной цепи.

Возможны три способа включения транзистора в электрическую цепь: с общей базой, с общим эмиттером и с общим коллектором.

Рассмотрим принцип действия транзистора  $p-n-p$ -типа, включенного в цепь с общей базой, как схематически показано на рисунке 3.60. В этой схеме переход эмиттер—база включен в пропускном направлении, а переход коллектор—база в запирающем направлении. Между эмиттером и базой включается источник тока  $G1$  с ЭДС порядка  $1-1,5$  В и к точкам 1, 2 подводится входное переменное напряжение  $U_{вх}$  (сигнал), подлежащее усилению. К выводам от базы и коллектора присоединяется батарея элементов  $G2$  и нагрузочный резистор  $R$ . На этом резисторе получается выходное напряжение  $U_{вых}$  — усиленный сигнал.

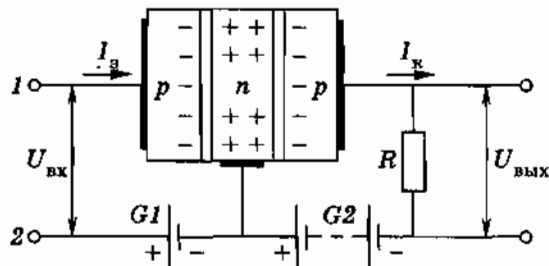


Рис. 3.60

При создании напряжения между эмиттером и базой, поскольку эмиттерный  $p-n$ -переход включен в пропускном направлении, основные носители заряда полупроводника  $p$ -типа (эмиттера) — дырки проникают в базу, где они являются уже неосновными носителями. При изготовлении транзистора добиваются того, чтобы концентрация свободных электронов в базе была на 2—3 порядка меньше концентрации дырок в эмиттере. Поэтому встречный поток электронов из базы в эмиттер можно не учитывать.

Поскольку толщина базы очень мала (не больше 10 мкм) и число основных носителей заряда (электронов) в ней невелико, попавшие в нее дырки почти не рекомбинируют с электронами базы и проникают в коллектор за счет диффузии. Правый (коллекторный)  $p-n$ -переход закрыт для основных носителей заряда базы — электронов, но не для дырок. В коллекторе дырки увлекаются электрическим полем, созданным батареей  $G2$ , и замыкают цепь. Сила тока, ответвляющегося в цепь эмиттера из базы, очень мала, так как площадь сечения базы в горизонтальной (см. рис. 3.60) плоскости много меньше сечения в вертикальной плоскости. Сила тока в цепи эмиттера ( $I_э$ ) практически равна силе тока в цепи коллектора ( $I_к$ ), так как почти все дырки (до 99,9%), попадающие из эмиттера в базу, переходят далее в коллектор. Поэтому при изменении силы тока в цепи эмиттера почти так же (во столько же раз) изменяется сила тока в цепи коллектора. Сопротивление резистора  $R$  мало влияет на силу тока в коллекторе, и это сопротивление можно сделать достаточно большим.

Незначительные колебания входного напряжения  $U_{вх}$  вызывают значительные колебания сил токов  $I_э$  и  $I_к$  и, следовательно, выходного напряжения  $U_{вых}$ , так как сопротивление  $R$  велико. При большом сопротивлении резистора  $R$  изменение напряжения на нем может в десятки тысяч раз превышать изменение входного напряжения. Это и означает усиление напряжения. Одновременно и мощность, выделяющаяся на нагрузке  $R$ , будет значительно превышать мощность, расходуемую в цепи эмиттера. Происходит усиление мощности.

Работа транзистора  $n-p-n$ -типа отличается от работы транзистора  $p-n-p$ -типа лишь тем, что электрический ток в этом случае обусловлен движением электронов (а не дырок).

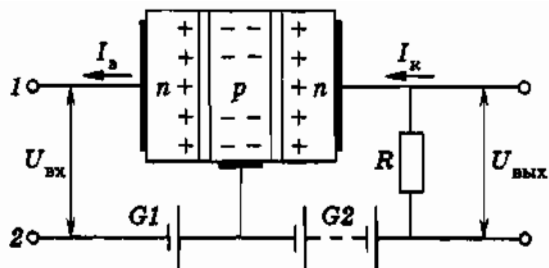


Рис. 3.61

Эмиттер поставляет электроны в область базы, откуда они уходят в коллектор. Поскольку меняется знак носителей тока, меняются и полярности питающих источников тока (рис. 3.61).

### Применение транзисторов

Транзисторы получили широкое распространение в современной технике. Их используют для усиления и генерации электрических колебаний. (Об этом будет рассказано в дальнейшем.) Они применяются во многих электрических цепях научной, промышленной и бытовой аппаратуры. Портативные радиоприемники, использующие такие приборы, в обиходе тоже получили название «транзисторы». Диоды и транзисторы, а также так называемые интегральные схемы, созданные на их основе, определяют уровень электроники, микроэлектроники, вычислительной техники. Полупроводниковые интегральные микросхемы — это монолитные функциональные узлы, все элементы которых изготавливаются в едином технологическом процессе. Именно благодаря применению интегральных микросхем удалось достигнуть значительных успехов в миниатюризации многих радиотехнических устройств. Эти схемы широко применяются в современных электронно-вычислительных машинах и микропроцессорах.

Полупроводниковые приборы (диоды и транзисторы) обладают рядом преимуществ по сравнению с радиолампами: у них нет накаливаемого катода и поэтому они потребляют меньшую мощность; имеют высокий КПД — до 50% (в то время как у вакуумных ламп он меньше 1%); низкие напряжения питания, малые размеры.

В этих приборах не требуется создания вакуума, как в электронных лампах, поэтому надежность и срок службы у них гораздо больше. Полупроводниковые приборы безынерционны, т. е. не требуют времени для разогрева, как электронные лампы, а начинают работать мгновенно после включения.

Серьезным недостатком полупроводниковых приборов является их большая чувствительность к повышению температуры, поэтому нельзя допускать их электрической перегрузки; они требуют также большой осторожности при монтаже.

*Свойства р—п-перехода в полупроводниках используют для усиления и генерации электрических колебаний.*

### § 3.20. ТЕРМИСТОРЫ И ФОТОРЕЗИСТОРЫ

*Полупроводниковые диоды и транзисторы не исчерпывают все возможности полупроводников. Познакомимся еще с двумя типами полупроводниковых приборов.*

Полупроводниковые приборы, о которых пойдет речь в этом параграфе, имеют значительно более простую конструкцию, чем диоды и транзисторы. Они представляют собой всего-навсего небольшие кристаллики полупроводника с контактами. Однако, благодаря замечательным свойствам полупроводников, даже эти простейшие приборы способны решать множество трудных, важных и интересных задач в самых разных областях науки и техники. Мы ограничимся рассмотрением лишь двух приборов: термистора и фоторезистора.

#### Термисторы

Электрическое сопротивление полупроводников зависит от температуры (см. § 3.15). Если эта зависимость для того или иного полупроводника известна (экспериментально исследована), то по изменению сопротивления полупроводника можно судить об изменении температуры.

Такие полупроводниковые приборы и называют **терморезисторами** или сокращенно **термисторами**.

Выпускаются термисторы в виде стержней, трубок, дисков, шайб и бусинок размером от нескольких микрометров до нескольких сантиметров.

Термисторы имеют много интересных «профессий». Их используют для измерения и регулирования температуры в диапазоне от 1 К до 1800 К (температура расплавленной стали), для температурной стабилизации различных элементов электротехнической и радиоэлектронной аппаратуры. Их применяют для противопожарной сигнализации, для контроля тепловых режимов машин и механизмов, контроля температуры тяжелобольных в реанимационных палатах, дистанционного наблюдения за состоянием здоровья редких и ценных животных, для изучения излучения Солнца и звезд. Терморезисторы используются так же, как бесконтактные переменные резисторы, реле времени, автоматические потенциометры, предохранители и т. д.

Рассмотрим более подробно использование термистора в качестве бесконтактного переменного резистора.

В обычном переменном резисторе, применяемом в радиоприемниках, телевизорах и другой радиотехнической аппаратуре, металлический контакт перемещается по токопроводящему слою и постепенно стирает его. Резистор выходит из строя. А ведь в телевизоре, радиоприемнике мы поворачиваем ручку переменного резистора всего лишь несколько раз в день.

Между тем существуют схемы (например, схемы автоматического регулирования), в которых необходимо изменять сопротивление несколько раз в минуту. Обычный переменный резистор с этой задачей не справится.

Незаменимыми в таких случаях оказываются так называемые термисторы с косвенным подогревом. Такой прибор представляет собой термистор, вблизи которого располагается миниатюрная подогревная обмотка. При пропускании по этой обмотке тока она нагревается, нагревает термистор, поэтому его сопротивление изменяется.

Сопротивление обмотки подогревателя составляет обычно несколько десятков ом, сила тока подогрева — 20—40 мА. Так что мощность, необходимая для управления сопротивлением термистора, невелика — порядка десятых или даже сотых долей ватта. Миниатюрные размеры термистора и подогревной обмотки позволяют сконструировать термисторы с

косвенным подогревом, обладающие малой тепловой инерцией: при изменении силы тока в обмотке подогревателя новое значение сопротивления устанавливается уже через 5—20 с.

Важным преимуществом термисторов с косвенным подогревом перед обычными потенциометрами является возможность очень легко регулировать сопротивление дистанционно, на любом расстоянии от управляемого объекта или схемы.

Очень эффективным оказывается использование термисторов с косвенным подогревом для измерения скорости движения жидкостей или газов. Принцип измерения основан на том, что при неизменной силе тока в подогревной обмотке температура термистора будет тем меньше (а сопротивление, соответственно, тем больше), чем быстрее обтекается термистор потоком воздуха или жидкости, в которую термистор погружен. Такими приборами можно измерить и очень малые скорости потоков жидкостей и газов, вплоть до 1 мм/с.

## Болометры

Интересной и важной разновидностью термисторов являются болометры<sup>1</sup>, предназначенные для измерения энергии очень слабого теплового излучения. Источником такого излучения может быть свет звезд или Солнца, прошедший через спектрометр и разложенный на тысячи спектральных линий, энергия в каждой из которых очень мала.

Рабочий элемент болометра представляет собой очень тонкую, от долей микрометра до нескольких микрометров, пленку полупроводникового материала, нанесенную на стеклянную или кварцевую подложку.

С помощью современных электронных схем оказывается возможным зарегистрировать изменение температуры болометра на десятиллионные доли кельвина. Благодаря этому полупроводниковые болометры позволяют обнаружить излучение, мощность которого составляет  $10^{-7}$  Вт.

## Фоторезисторы

Электрическая проводимость полупроводников повышается не только при нагревании, но и при освещении.

---

<sup>1</sup> От греч. *bole* — луч и греч. *metron* — мера.



В этом можно убедиться с помощью установки, схема которой изображена на рисунке 3.62, а. Можно заметить, что при освещении полупроводника (рис. 3.62, б) сила тока в цепи заметно возрастает. Это указывает на увеличение проводимости полупроводника под действием света. Данный эффект не связан с нагреванием, так как может наблюдаться и при неизменной температуре.

Электрическая проводимость полупроводника возрастает вследствие разрыва ковалентных связей и образования свободных электронов и дырок за счет энергии света, падающего на полупроводник. Это явление называется внутренним фотоэлектрическим эффектом.

Полупроводниковые резисторы, сопротивление которых меняется под действием света, называются фоторезисторами или фотосопротивлениями. Они отличаются друг от друга формой, размерами, материалом, назначением. Миниатюрность и высокая чувствительность фоторезисторов позволяет использовать их в самых различных областях науки и техники для регистрации и измерения слабых световых потоков.

Имеются фоторезисторы, которые способны реагировать не только на видимое излучение, но и невидимое инфракрасное (тепловое) излучение.

Способность фоторезисторов реагировать на тепловое излучение позволяет использовать их для измерения температуры расплавленной стали и чугуна в металлургической промышленности, раскаленной массы материала в керамической, цементной и многих других отраслях промышленности. Приборы, служащие для измерения температуры нагретых тел по интенсивности и спектральному составу теплового излучения,

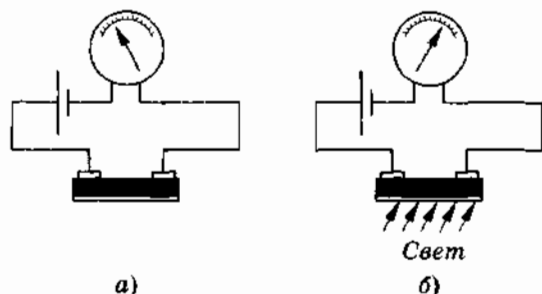


Рис. 3.62

называются **пирометрами**. Пирометры, в которых использованы фоторезисторы, по сравнению с обычными оптическими приборами, способны измерять температуры, приблизительно в 10 раз более низкие.

Фоторезисторы широко используются в системах автоматической охраны территорий и помещений. Световой луч, проходящий по периметру охраняемой территории, падает на фоторезистор. При пересечении луча сопротивление фоторезистора резко возрастает, и на вход исполнительной системы поступает импульс, вырабатывающий сигнал тревоги. Чтобы обеспечить скрытность охранной системы, применяется инфракрасное излучение. На этом же принципе работает автоматический сторож в метро.

Изменение сопротивления фоторезисторов при пересечении подсвечивающего светового потока используется в многочисленных счетчиках изделий на конвейерах, в частотомерах, в защитных устройствах, ограждающих травмоопасные зоны станков и механизмов, в устройствах чтения перфокарт в электронных вычислительных машинах.

*Терморезисторы измеряют температуру. Фоторезисторы регистрируют и измеряют слабые световые потоки.*

### § 3.21. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на материал этой главы к формулам, которыми мы пользовались в предыдущих двух главах, необходимо добавить закон электролиза в форме (3.5.6) или (3.5.8). Кроме того, надо четко представлять себе природу электрического тока в различных средах.

#### Задача 1

Металлический прямоугольный параллелепипед (брусок), ребра которого имеют длину  $d$ ,  $b$ ,  $c$  ( $d \gg c$ ;  $b \gg c$ ), движется с ускорением  $\vec{a}$  в направлении, параллельном меньшему ребру (рис. 3.63). Найдите напряженность электрического поля, возникающего вследствие ускоренного движения металлического бруска, а также поверхностную плотность электрических зарядов на боковых гранях бруска, перпендикулярных направлению ускорения.

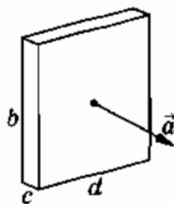


Рис. 3.63

**Решение.** При ускоренном движении бруска свободные электроны «отстают» и накапливаются на задней его грани. В результате задняя грань заряжается отрицательно, а передняя — положительно, и между этими гранями внутри бруска возникает электрическое поле.

Перераспределение свободных электронов внутри бруска закончится тогда, когда возникшее электрическое поле будет в состоянии сообщать электронам ускорение  $\vec{a}$ . Напряженность  $\vec{E}$  поля внутри бруска при этом достигнет максимального значения.

Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = -e\vec{E},$$

где  $m$  и  $e$  — масса и заряд электрона. Отсюда

$$\vec{E} = -\frac{m}{e}\vec{a},$$

или

$$E = \frac{m}{e}a.$$

Поверхностную плотность электрических зарядов на передней и задней гранях найдем из формулы напряженности поля между обкладками плоского конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Отсюда

$$\sigma = \epsilon_0 E = \epsilon_0 \frac{m}{e} a.$$

## Задача 2

В электролитической ванне происходит покрытие детали никелем. Зная напряжение  $U$  между электродами, удельное сопротивление раствора электролита  $\rho$ , расстояние  $l$  между электродами, найдите скорость покрытия (т. е. скорость увеличения толщины  $h$  слоя никеля). Электрохимический эквивалент никеля  $k$ , плотность никеля —  $\rho_n$ .

**Решение.** Согласно закону электролиза

$$m = kI\Delta t. \quad (3.21.1)$$

Масса никеля, выделившегося при электролизе,

$$m = \rho_n Sh, \quad (3.21.2)$$

где  $S$  — площадь поверхности покрываемой никелем детали.

Сила тока в растворе электролита, согласно закону Ома,

$$I = \frac{U}{R},$$

где  $R = \rho \frac{l}{S}$ . Отсюда

$$I = \frac{US}{\rho l}. \quad (3.21.3)$$

Подставляя выражение для массы (3.21.2) и силы тока (3.21.3) в соотношение (3.21.1), получим:

$$\rho_n Sh = k \frac{US}{\rho l} \Delta t.$$

Отсюда

$$\frac{h}{\Delta t} = \frac{kU}{\rho l \rho_n}.$$

### Задача 3

К источнику высокого напряжения через резистор сопротивлением  $R = 10^3$  Ом подключен конденсатор емкостью  $C = 10^{-11}$  Ф с расстоянием между пластинами  $d = 3$  мм (рис. 3.64). Воздух в пространстве между пластинами конденсатора ионизируется рентгеновскими лучами так, что в  $1 \text{ см}^3$  каждую секунду образуется  $n = 10^4$  пар ионов. Заряд каждого иона равен по модулю заряду электрона. Найдите падение напряжения на резисторе  $R$ , считая, что все ионы достигают пластин конденсатора, не успевая рекомбинировать.

**Решение.** По закону Ома искомое падение напряжения  $U = IR$ , где  $I$  — сила тока в цепи. Ток одинаков во всех сечениях внутри конденсатора. На положительную пластину этот ток обусловлен только отрицательными ионами, а на отрицательную — только положительными. Через произвольное сечение внутри конденсатора проходит некоторая доля как положительных, так и отрицательных ионов.

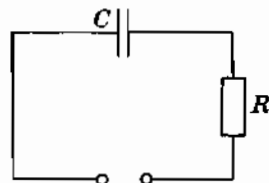


Рис. 3.64

Сила тока  $I = enSd$ , где  $e$  — заряд электрона, а  $S$  — площадь пластин. Из формулы для емкости плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

находим:

$$Sd = \frac{Cd^2}{\epsilon_0}.$$

Следовательно,

$$U = \frac{enCd^2}{\epsilon_0} R \approx 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ В}.$$

#### Задача 4

Вычислите чувствительность электронно-лучевой трубки к напряжению, т. е. значение отклонения пятна на экране, вызванного разностью потенциалов на управляющих пластинах в 1 В. Длина управляющих пластин  $l$ , расстояние между ними  $d$ , расстояние от конца пластин до экрана  $L$  и ускоряющая разность потенциалов  $U_0$ .

**Решение.** На рисунке 3.65 схематически изображены управляющие пластины  $A$  и  $B$  трубки, экран  $MN$  и траектория электрона  $OC$ . Начало системы координат находится в точке  $O$ .

При движении между пластинами в направлении оси  $Y$  электрон находится под действием силы  $F = e \frac{U}{d}$ , где  $U$  — разность потенциалов между пластинами  $A$  и  $B$ . Эта сила сообща-

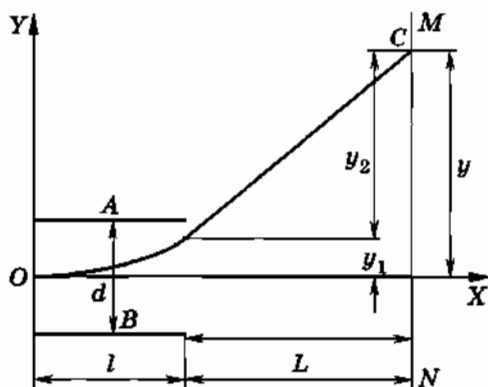


Рис. 3.65

ет электрону ускорение  $a = \frac{F}{m} = \frac{eU}{md}$ . Здесь  $m$  — масса электрона.

Расстояние  $l$  вдоль оси  $X$  электрон проходит за время  $t_1 = \frac{l}{v_x}$ ;  $v_x$  — проекция скорости электрона на ось  $X$ , определяемая из условия  $\frac{mv_x^2}{2} = eU_0$ . За время  $t_1$  электрон отклоняется в направлении оси  $Y$  на величину

$$y_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{eUl^2}{2dmv_x^2}.$$

Движение электрона вне пластин происходит с постоянной скоростью в течение времени  $t_2 = \frac{L}{v_x}$ .

Проекция скорости на ось  $Y$  равна  $v_y = at_1$ . Отклонение в области вне пластин

$$y_2 = v_y t_2 = \frac{eUlL}{dmv_x^2}.$$

Полное отклонение

$$y = y_1 + y_2 = \frac{eUl}{dmv_x^2} \left( \frac{l}{2} + L \right) \approx \frac{eUlL}{dmv_x^2} = \frac{UlL}{2U_0d}.$$

Чувствительность

$$\frac{y}{U} = \frac{lL}{2U_0d}.$$

### Задача 5

Концентрация электронов проводимости в германии при комнатной температуре  $n_e = 3 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ . Какую часть это число составляет от общего числа атомов? Плотность германия  $\rho = 5400 \text{ кг/м}^3$ , молярная масса германия  $M = 0,073 \text{ кг/моль}$ . Во сколько раз увеличится концентрация электронов проводимости при введении в германий примеси мышьяка, составляющей по массе  $p = 10^{-5}\%$ ? Молярные массы мышьяка и германия считать одинаковыми.

**Решение.** Число атомов германия определяется по формуле

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

Следовательно, концентрация атомов германия

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho}{M} N_A.$$

Отношение концентраций

$$\frac{n_e}{n} = \frac{n_e M}{\rho N_A} = 6,7 \cdot 10^{-10}.$$

Концентрация электронов проводимости примеси мышьяка

$$n_{As} = \frac{\rho \rho}{M} N_A,$$

а общая концентрация электронов проводимости

$$n_1 = n_{As} + n_e.$$

Отсюда

$$\frac{n_1}{n_e} = \frac{\rho \rho N_A}{M n_e} + 1 = 150.$$

Концентрация электронов проводимости возросла в 150 раз.

### Упражнение 7

1. Сплошной металлический цилиндр радиусом  $R$  вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Найдите зависимость напряженности возникающего поля от расстояния  $r$  до оси цилиндра и разность потенциалов между поверхностью цилиндра и осью.
2. С какой частотой  $n$  следует вращать металлический диск радиусом  $R = 25$  м (рис. 3.66), чтобы можно было обнаружить разность потенциалов между осью и краем диска, возникшую при его вращении? Чувствительность гальванометра  $U = 10^{-5}$  В/дел. Отношение заряда электрона к его массе  $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг.

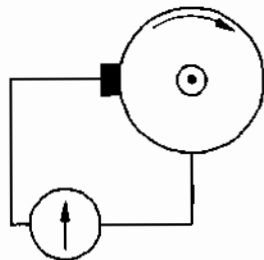


Рис. 3.66

3. Один полюс источника тока к электрической лампочке присоединили медным проводом, а другой полюс — алюминиевым проводом; диаметры проводов одинаковые. Сравните скорости упорядоченного движения электронов в подводящих проводах, считая, что на каждый атом приходится один электрон проводимости. Плотности алюминия и меди соответственно равны  $2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  и  $8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , их относительные атомные массы 27 и 64.
4. При электролизе раствора серной кислоты за время  $t = 50$  мин выделился водород массой  $m = 3 \cdot 10^{-4}$  кг. Определите количество теплоты, выделившееся при этом в растворе электролита, если его сопротивление  $R = 0,4$  Ом, а электрохимический эквивалент водорода  $k = 10^{-8}$  кг/Кл.
5. Три электролитические ванны соединены так, как показано на рисунке 3.67. В двух из них имеется раствор  $\text{AgNO}_3$ , а в третьей — раствор  $\text{CuSO}_4$ . Сколько серебра выделилось в первой ванне, если во второй выделилось  $m_2 = 60,4$  мг серебра, а в третьей —  $m_3 = 41,5$  мг меди? Электрохимический эквивалент серебра  $k_c = 1,118$  мг/Кл, меди —  $k_m = 0,329$  мг/Кл.
6. Чему равна масса серебра, выделившегося за 1 ч при электролизе раствора  $\text{AgNO}_3$ ? Сопротивление раствора электролита 1,2 Ом, напряжение на зажимах ванны 1,5 В, а электродвижущая сила поляризации 0,8 В.
7. При электролизе положительные и отрицательные ионы непрерывно нейтрализуются на соответствующих элект-

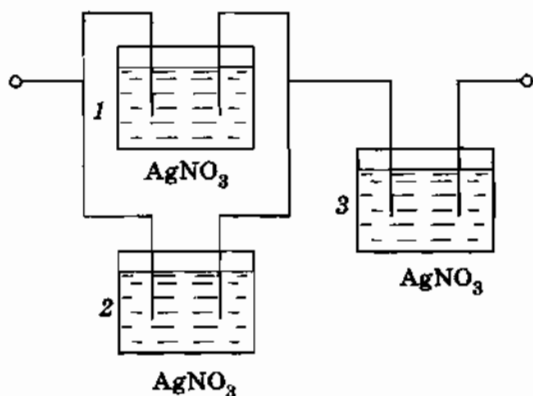


Рис. 3.67



родах. Почему концентрация ионов в растворах электролитов поддерживается на постоянном уровне? В каких участках раствора происходит пополнение убыли ионов?

8. Полная плотность тока в растворах электролитов определяется как сумма плотностей двух токов — плотности тока положительных ионов и плотности тока отрицательных ионов:

$$j = e(n_+v_+ + n_-v_-),$$

где  $e$  — модуль заряда иона,  $n$  и  $v$  с соответствующими индексами — концентрации и скорости положительных и отрицательных ионов. Почему же масса вещества, выделившегося, к примеру, на катоде, считается пропорциональной полной плотности тока, а не плотности тока  $en_+v_+$ ?

9. При никелировании детали в течение 2 ч на ней отложился слой никеля толщиной  $d = 0,03$  мм. Электрохимический эквивалент никеля  $k = 3 \cdot 10^{-7}$  кг/Кл. Плотность никеля  $\rho = 8,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Определите плотность тока при электролизе.
10. При электролизе за 20 мин при силе тока 2,5 А на катоде выделилось 1017 мг двухвалентного металла. Какова его относительная атомная масса?
11. Сколько пар ионов возникает каждую секунду под действием ионизатора в 1 см<sup>3</sup> газоразрядной трубки, в которой течет ток насыщения  $4 \cdot 10^{-8}$  мА? Площадь каждого плоского электрода равна 1 дм<sup>2</sup>, а расстояние между ними 5 мм. Считать, что заряд каждого иона равен заряду электрона.
12. При какой напряженности поля начнется самостоятельный разряд в воздухе, если энергия ионизации молекул равна  $2,4 \cdot 10^{-18}$  Дж, а средняя длина свободного пробега 4 мкм? Какова скорость электронов при столкновении с молекулой?
13. К электростатической машине подключены соединенные параллельно лейденская банка и разрядник. Сила тока электростатической машины  $I = 10^{-5}$  А. Емкость лейденской банки  $C = 10^{-8}$  Ф. Чтобы произошел искровой разряд, машина должна работать  $t = 30$  с. Длительность раз-

ряда  $\tau = 10^{-6}$  с. Определите среднюю силу разрядного тока  $I_p$  и напряжение зажигания искрового разряда  $U_3^1$ .

14. Что произойдет с горящей электрической дугой, если сильно охладить «отрицательный» уголь; «положительный» уголь?

15. Между нитью накала, испускающей электроны, и проводящим кольцом создана разность потенциалов  $U$  (рис. 3.68). Электроны движутся ускоренно вдоль оси кольца. При этом их кинетическая энергия увеличивается, в то время как батарея, создающая разность потенциалов  $U$ , не совершает работы, так как ток в цепи не идет.

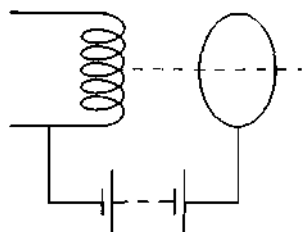


Рис. 3.68

(Предполагается, что электроны не попадают на кольцо.) Как это согласовать с законом сохранения энергии?

16. Три одинаковых диода, анодные характеристики которых могут быть приближенно представлены отрезками прямых:

$$I_a = 0 \text{ при } U_a \leq 0, I_a = kU_a \text{ при } U_a > 0,$$

где  $k = 0,12$  мА/В, включены в цепь, как показано на рисунке 3.69.

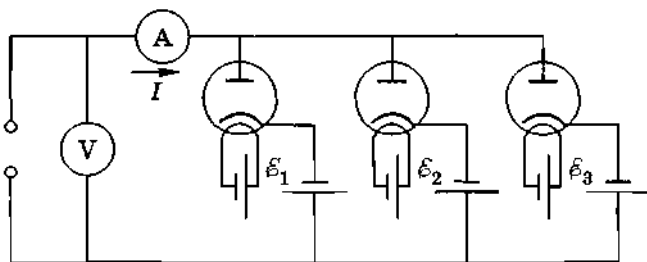


Рис. 3.69

Начертите график зависимости силы тока  $I$  в цепи от напряжения  $U$ , если  $\varepsilon_1 = 2$  В,  $\varepsilon_2 = 5$  В,  $\varepsilon_3 = 7$  В, а  $U$  может меняться от  $-10$  до  $+10$  В.

<sup>1</sup> Напряжением зажигания  $U_3$  называется напряжение, при котором начинается самостоятельный разряд в газах.

17. Триод прямого накала включен в цепь (рис. 3.70). ЭДС анодной батареи  $\varepsilon_1 = 80$  В, батареи накала  $\varepsilon_2 = 6$  В и сеточной батареи  $\varepsilon_3 = 2$  В. С какими энергиями электроны будут достигать анода лампы? Как изменится энергия электронов, достигающих анода, если ЭДС  $\varepsilon_3$  будет изменяться по модулю или даже переменит знак? Анодный ток считать малым по сравнению с током накала.
18. В электронно-лучевой трубке поток электронов с кинетической энергией  $W_k = 1,28 \cdot 10^{-15}$  Дж движется между вертикально отклоняющими пластинами плоского конденсатора длиной  $l = 4$  см. Расстояние между пластинами  $d = 2$  см, а разность потенциалов между ними  $U = 3,2$  кВ. Найдите вертикальное смещение  $y$  электронного пучка на выходе из пространства между пластинами.
19. Пучок электронов, ускоренных в поле с разностью потенциалов  $U = 300$  В, влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам; пластины расположены горизонтально. Найдите разность потенциалов  $U_1$ , приложенную к пластинам конденсатора, если пучок смещается на экране на расстояние  $h = 3,6$  см. Длина пластин конденсатора  $l = 4$  см, расстояние от конца конденсатора до экрана  $l_1 = 10$  см, расстояние между пластинами конденсатора  $d = 1,2$  см.
20. Пучок электронов влетает в конденсатор параллельно его пластинам со скоростью  $\vec{v}_0$ . Конденсатор включен в цепь, как показано на рисунке 3.71. ЭДС источника тока  $\varepsilon$ , его внутреннее сопротивление  $r$ , длина пластин конденсатора  $l$  и расстояние между ними  $d$  считаются известными величинами. Резистор какого сопротивления  $R$  надо подсоединить

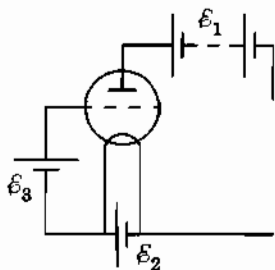


Рис. 3.70

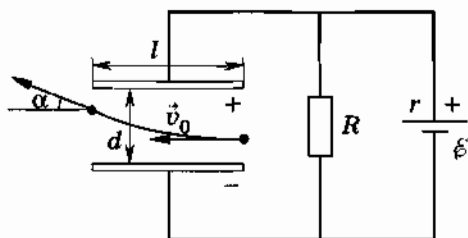


Рис. 3.71

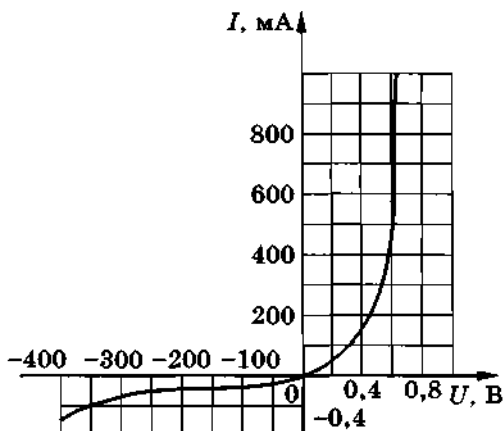


Рис. 3.72

нить параллельно конденсатору, чтобы пучок электронов вылетел из него под углом  $\alpha$  к пластинам?

21. Сколько процентов (по массе) индия необходимо ввести в германий, чтобы концентрация дырок была  $n_{\text{In}} = 10^{22} \text{ м}^{-3}$ ? Концентрацию собственных свободных носителей заряда в германии считать пренебрежимо малой. Молярная масса индия  $M_{\text{In}} = 0,115 \text{ кг/моль}$ . Плотность германия  $\rho_{\text{Ge}} = 5400 \text{ кг/м}^3$ .
22. Получится ли  $p$ — $n$ -переход, если вплавить олово в германий или кремний?
23. Какая часть вольт-амперной характеристики германиевого диода (рис 3.72) отражает зависимость силы тока от напряжения в пропускном направлении? Какая — в запирающем направлении? Найдите внутреннее сопротивление диода при прямом напряжении 0,4 В и при обратном напряжении 400 В.

## Глава 4

### МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКОВ

*Неподвижные электрические заряды создают вокруг себя электрическое поле. Движущиеся заряды создают, кроме того, магнитное поле. Его мы и начнем изучать.*

#### § 4.1. МАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

*Природа магнетизма была выяснена после того, как научились получать электрический ток.*

##### Взаимодействие магнитов

Трудно найти человека, которого бы в детстве не поражали удивительные свойства магнита. На значительном расстоянии через пустоту (не воздух же ему помогает!) магнит способен притягивать тяжелые куски железа. Из гвоздиков и скрепок легко соорудить целые гирлянды. Не менее удивительно поведение магнитной стрелки компаса, упорно стремящейся повернуться на север, как бы вы ни вращали компас, стремясь сбить его с толку.

Притяжение магнитов напоминает притяжение на расстоянии наэлектризованных тел. Недаром на протяжении многих веков их путали. Лишь английскому ученому У. Гильберту (1544—1603) в конце XVI в. удалось доказать, что это не одно и то же. В самом деле: магнит не нуждается в таких предварительных операциях, как натирание, для того чтобы притяги-

вать. И эта способность не исчезает с течением времени, как у наэлектризованных тел, если только его не нагревать очень сильно и не трясти.

Магниты могут как притягиваться, так и отталкиваться, подобно зарядам. Но вот что странно! Отделить северный полюс магнита от южного, получить изолированный магнитный полюс никому не удалось, несмотря на то что на это было затрачено немало усилий.

Как и в случае электрического притяжения, научные исследования магнитного взаимодействия длительное время не проводились. Чего, например, стоило удивительное мнение, что действие магнита прекратится, если натереть его чесноком. Лишь начиная с Гильберта исследование магнитов было поставлено на строгую научную основу. Именно Гильберт первым догадался, что земной шар является громадным магнитом, и поэтому магнитная стрелка ориентируется определенным образом. Гильберт сумел подтвердить свою догадку экспериментально, намагнитив большой железный шар (он назвал его «терелла» — маленькая Земля) и наблюдая его действие на стрелку. Положение небольших магнитов по отношению к терелле Гильберт изобразил на рисунке в книге «О магните» (рис. 4.1).

Количественно взаимодействие магнитов изучал Ш. Кулон, используя тот же метод крутильных весов, что и при изучении взаимодействия зарядов. Кулон установил закон взаимодействия полюсов длинных магнитов, рассматривая полюса как места сосредоточения магнитных зарядов — аналогов зарядов электрических. Закон этот оказался таким же, как и закон взаимодействия электрических зарядов. Невозможность разделить северный и южный полюса магнита Кулон объяснял неспособностью магнитных зарядов внутри молекул вещества свободно переходить из одной молекулы в другую.

Можно было думать (Кулон именно так считал), что здесь мы имеем дело с таким же фундаментальным законом, как и в случае взаимодействия неподвижных электрических зарядов. Введя новую величину — магнитный заряд, Кулон решил, что открытие закона взаимодействия магнитных зарядов исчерпывает

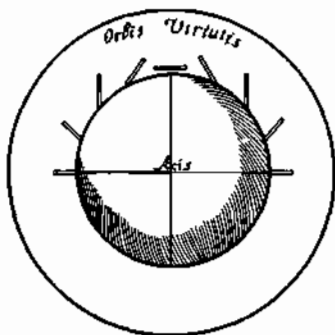


Рис. 4.1

проблему магнетизма. Никаких видимых оснований сомневаться в этом не было. Действовал Кулон по готовому «шаблону» — закону Ньютона для взаимодействия гравитационных масс. Если этот «шаблон» в одном случае привел к открытию нового фундаментального закона, то в другом это тоже должно было произойти.

### Открытие Эрстеда

В действительности все оказалось гораздо сложнее. Разгадка магнетизма пришла совсем с другой стороны. Это случилось после того, как научились получать электрический ток. (Об электрическом токе было уже рассказано в главе 2.)

Самое важное открытие было сделано датским физиком Х. Эрстедом (1777—1851) в 1820 г. Расположив магнитную стрелку параллельно проводу (рис. 4.2), Эрстед обнаружил, что при замыкании цепи она поворачивается.

Это открытие не было случайным. Еще в 1807 г. Эрстед поставил себе целью изучить, оказывает ли электричество какое-либо воздействие на магнит. «Настойчивость, с которой он... стремился к своей цели, была вознаграждена открытием нового факта, существование которого никто, кроме него, даже отдаленно не мог предполагать, но который, став известным, не замедлил привлечь внимание всех, могущих оценить его важность и значение» (М. Фарадей).

Между случайно открытой пастухами в далеком прошлом удивительной способностью кусков магнитного железняка притягиваться на расстоянии и подрагиванием лягушачьей лапки в опытах Гальвани была найдена прямая связь. Магне-



Рис. 4.2

тизм и электричество обнаружили глубокое родство, и это было доказано прямым опытом. Выяснилось, что только к покоящимся зарядам магнитная стрелка оставалась совершенно равнодушной. Движущиеся же заряды оказались способными пробудить в ней «родственные эмоции». Магнетизм связан не со статическим электричеством, а с электрическим током.

### **Магнитное взаимодействие есть взаимодействие электрических токов**

Открытие Эрстеда почти тотчас же позволило решить загадку магнетизма и одновременно найти еще один — наряду с кулоновским — фундаментальный тип взаимодействия электрических зарядов. Все это сделал один человек — А. М. Ампер — буквально в несколько месяцев сразу же после знакомства с опытом Эрстеда. Интересен ход мысли этого гениального человека, запечатленный в его сообщениях, которые следовали одно за другим во французской Академии наук. Сначала под непосредственным впечатлением от поворачивающейся вблизи тока магнитной стрелки Ампер предположил, что магнетизм Земли вызван токами, обтекающими Землю в направлении с запада на восток. Главный шаг был сделан. Магнитные свойства тела можно объяснить циркулирующими внутри него токами. Далее Ампер пришел к общему заключению: *магнитные свойства любого тела определяются замкнутыми электрическими токами внутри него*. Этот решающий шаг от возможности объяснения магнитных свойств токами к категорическому утверждению, что магнитное взаимодействие — это



Ампер Андре Мари (1775—1836) — великий французский физик и математик, один из основоположников электродинамики. Ампер ввел в физику понятие «электрический ток» и построил первую теорию магнетизма, основанную на гипотезе молекулярных токов, открыл механическое взаимодействие электрических токов и установил количественные соотношения для силы этого взаимодействия. Максвелл назвал Ампера «Ньютоном электричества». Ампер работал также в области механики, теории вероятностей и математического анализа.



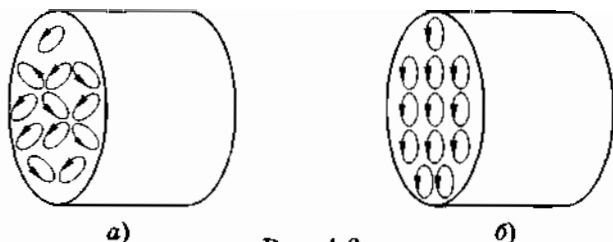


Рис. 4.3

взаимодействие токов, — свидетельство большой научной смелости Ампера.

Согласно гипотезе Ампера внутри молекул, слагающих вещество, циркулируют элементарные электрические токи. Если эти токи расположены хаотически по отношению друг к другу, то их действие взаимно компенсируется и никаких магнитных свойств тело не обнаруживает (рис. 4.3, а). В намагниченном состоянии элементарные токи в теле ориентированы строго определенным образом, так что их действия складываются (рис. 4.3, б).

Там, где Кулон видел неразделимые магнитные полюса молекул, оказались просто замкнутые электрические токи. Неразделимость магнитных полюсов потеряла свою загадочность. Нет магнитных зарядов, и поэтому нечего делить. *Магнитные взаимодействия обусловлены не особыми магнитными зарядами, а движением электрических зарядов — током.*

*Плодотворность идеи единства сил природы нигде, пожалуй, не проявилась так отчетливо, как при формулировке основных законов электромагнетизма. Вдохновленный этой идеей, Эрстед поднес магнитную стрелку к проводнику с током, а Ампер сумел мысленным взором увидеть внутри намагниченного железного стержня электрические токи. Эта же идея привела впоследствии Фарадея к новому великому открытию — открытию электромагнитной индукции.*

## § 4.2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКОВ

*Движущиеся заряды образуют электрический ток. Следовательно, магнитное поле — это поле, создаваемое электрическим током. Оно осуществляет взаимодействие электрических токов.*

## Взаимодействие токов

Наблюдать магнитное взаимодействие токов несложно. Надо взять два гибких проводника, укрепить их вертикально и присоединить к источнику тока (рис. 4.4). Заметного притяжения или отталкивания не обнаружится, так как при ЭДС источника в несколько вольт и малой емкости проводников заряды проводников слишком малы. Кулоновские силы не проявляются. Но если другие концы проводников соединить так, чтобы в проводниках возникли токи противоположного направления, то проводники начнут отталкиваться, (рис. 4.5). В случае токов одного направления между проводниками возникают силы притяжения (рис. 4.6).

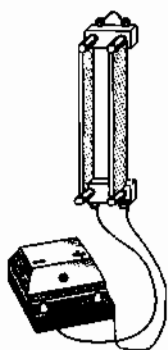


Рис. 4.4

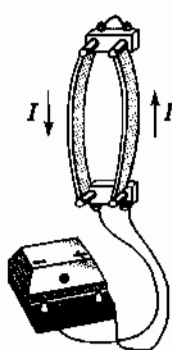


Рис. 4.5

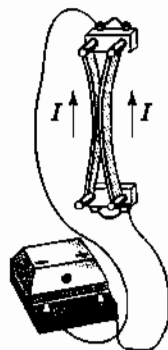


Рис. 4.6

При изменении направления тока в одном из проводников притяжение между проводниками сменяется отталкиванием, и наоборот. Опыт показывает, что если ток идет только по одному проводнику, то силы взаимодействия между проводниками отсутствуют (рис. 4.7). Точно так же не обнаружится

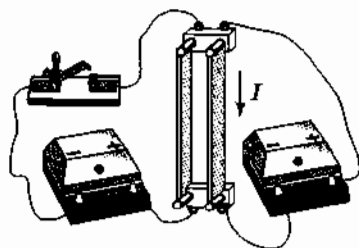


Рис. 4.7

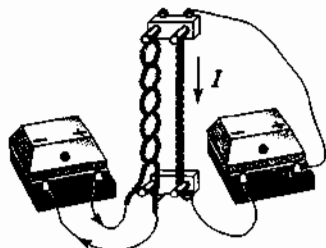


Рис. 4.8

взаимодействия, если один из проводов свит из двух, по которым одинаковые токи текут в противоположных направлениях (рис. 4.8). Такой провод не оказывает влияния на магнитную стрелку, расположенную вблизи него. Другими словами, можно сказать, что близко расположенные равные, но противоположно направленные токи ведут себя так же, как проводник, в котором тока нет: они не обнаруживают магнитного действия.

## Магнитное поле

Согласно теории близкодействия токи не могут непосредственно действовать друг на друга. *Подобно тому как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электрическое поле, в пространстве, окружающем токи, возникает поле, называемое магнитным.*

Каждый элемент тока в одном из проводников создает вокруг себя магнитное поле, которое действует на все элементы тока во втором проводнике.

*Магнитное поле представляет собой особую форму материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между движущимися заряженными частицами.*

Что же такое магнитное поле? Как и в случае электрического поля, ответить на этот вопрос можно так:

в о - п е р в ы х, поле материально: оно существует независимо от нас, от наших знаний о нем;

в о - в т о р ы х, оно обладает определенными свойствами, которые могут быть найдены экспериментально.

Основные свойства магнитного поля таковы: магнитное поле порождается током (движущимися зарядами) и обнаруживается по действию на ток (движущиеся заряды). О других свойствах поля будет рассказано в дальнейшем.

Для того чтобы описать магнитные взаимодействия токов количественно, нужно решить три задачи:

1. Ввести величину, количественно характеризующую магнитное поле.

2. Установить закон, определяющий распределение магнитного поля в пространстве в зависимости от тока.

3. Найти выражение для силы, действующей на ток со стороны магнитного поля.

Сначала мы займемся решением первой задачи.

## Замкнутый контур с током в магнитном поле

С помощью каких приспособлений можно изучать свойства магнитного поля и характеризовать поле количественно?

Для исследования электрического поля наиболее удобен небольшой по значению точечный заряд. Большой заряд брать нельзя, так как он вызвал бы перераспределение зарядов на других телах и тем исказил бы поле. Нельзя использовать и заряженное тело больших геометрических размеров, так как в этом случае можно найти лишь среднее значение напряженности поля в пространстве, занятом зарядом.

Для исследования магнитного поля мы тоже должны были бы взять очень малый элемент тока, т. е. малый отрезок тонкого проводника с током (рис. 4.9). Однако ток в отрезке не может существовать, потому что любая цепь, по которой течет постоянный ток, должна быть замкнута. Поэтому элемент тока создать нельзя и, следовательно, невозможно исследовать с его помощью магнитное поле.

Для изучения свойств магнитного поля можно взять замкнутый контур с током и измерять суммарное действие поля на весь этот контур. Но поле неодинаково в различных точках пространства. Поэтому если контур большой, то его отдельные части испытывают различные действия со стороны поля и суммарное действие даст лишь среднюю характеристику поля в большой области.

Для исследования магнитного поля лучше всего взять контур малых (по сравнению с расстояниями, на которых магнитное поле заметно изменяется) размеров. Например, можно взять маленькую плоскую проволочную рамку произвольной формы (рис. 4.10). Подводящие ток проводники нужно расположить близко друг к другу или сплести вместе. Так как по этим проводникам течет равный ток в противоположных направлениях, то на них в магнитном поле не будут действовать силы и сами они не окажут магнитного действия на другие проводники с током.

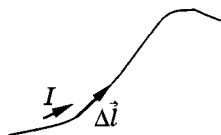


Рис. 4.9

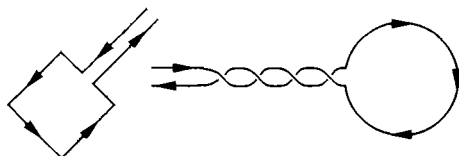


Рис. 4.10

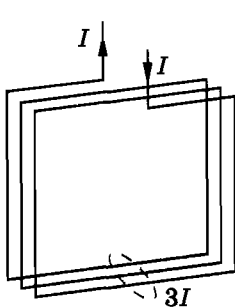


Рис. 4.11

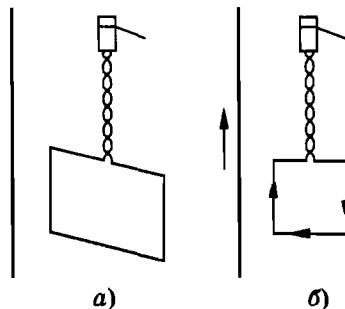


Рис. 4.12

Количество витков рамки может быть любым. Если, например, взять рамку из трех витков, то в каждой стороне рамки параллельно друг другу на близком расстоянии будут идти три тока (рис. 4.11), которые можно рассматривать как один ток, в три раза более сильный.

Выяснить характер действия магнитного поля на контур с током можно с помощью следующего опыта. Подвесим на тонких гибких проводниках, сплетенных вместе, маленькую плоскую рамку, состоящую из нескольких витков проволоки. На расстоянии, значительно большем размеров рамки, вертикально расположим провод<sup>1</sup> (рис. 4.12, а). При пропускании электрического тока через провод и рамку рамка поворачивается и располагается так, что провод оказывается в плоскости рамки (рис. 4.12, б). При изменении направления тока в проводе рамка повернется на 180°.

Это значит, что магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие.

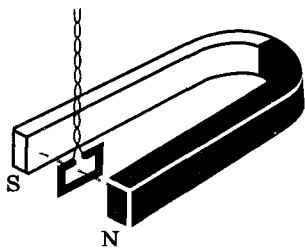


Рис. 4.13

Ориентирующее действие магнитного поля можно наблюдать и на другом опыте. Если мы подвесим на гибких проводах рамку с током между полюсами магнита, то рамка будет поворачиваться до тех пор, пока ее плоскость не установится перпендикулярно к линии, соединяющей полюса магнита (рис. 4.13).

<sup>1</sup> Можно полагать, что при этом условии магнитное поле не меняется заметно в пределах поверхности, ограниченной рамкой.

Результирующая сила, действующая на рамку с током в магнитном поле, равна нулю, если магнитное поле одинаково во всех точках пространства, где расположена рамка (однородное поле). В однородном магнитном поле на рамку действует лишь момент сил, который поворачивает рамку, располагая ее определенным образом по отношению к току или магниту, создающему магнитное поле.

Поведение пробного заряда в электрическом поле отличается от поведения рамки с током в магнитном поле. На пробный заряд в электрическом поле действуют силы, направленные по касательной к линиям напряженности.

*Движущиеся заряды (электрический ток) создают магнитное поле. Обнаруживается магнитное поле по действию на электрический ток.*

#### **§ 4.3. ВЕКТОР МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ**

*Электрическое поле характеризуется векторной величиной — напряженностью электрического поля. Введем физическую величину, характеризующую магнитное поле.*

##### **Вектор магнитной индукции**

Мы видели, что в магнитном поле рамка с током на гибком подвесе, со стороны которого не действуют силы упругости, препятствующие ориентации рамки, поворачивается до тех пор, пока не установится определенным образом. Так же ведет себя и магнитная стрелка. Это говорит о том, что величина, характеризующая магнитное поле, должна быть векторной. Направление вектора должно быть связано с ориентацией рамки или магнитной стрелки.

*Векторную величину, характеризующую магнитное поле, называют вектором магнитной индукции<sup>1</sup> (обозначают буквой  $\vec{B}$ ).*

<sup>1</sup>Основную характеристику электрического поля называют напряженностью, а не индукцией, как магнитного поля. Такая терминология сложилась исторически, когда еще истинный смысл характеристик электрического и магнитного поля был не вполне ясен.

## Направление вектора магнитной индукции

За направление вектора магнитной индукции в том месте, где расположена рамка с током, принимают направление положительной нормали  $\vec{n}$  (перпендикуляра) к рамке. Положительная нормаль направлена в сторону поступательного перемещения буравчика с правой нарезкой, если вращать рукоятку буравчика по направлению тока в рамке (рис. 4.14).

Таким образом, имея небольшую рамку с током и предоставив ей возможность свободно поворачиваться в магнитном поле, можно определить направление вектора магнитной индукции в любой точке. Для этого нужно только подождать, когда повернувшаяся рамка успокоится, и применить правило буравчика.

Направление вектора магнитной индукции можно определить также с помощью магнитной стрелки. Стрелка представляет собой маленький продолговатый постоянный магнит с двумя полюсами на концах: южным S и северным N. Если стрелка может свободно ориентироваться в пространстве, то в магнитном поле направление линии, проведенной через центр стрелки от южного полюса S к северному N (рис. 4.15), совпадает с направлением нормали  $\vec{n}$  к рамке. Но направление этой нормали, связанное правилом правого винта с направлением тока в рамке, принято за направление вектора, характеризующего магнитное поле. Следовательно, и направление от южного полюса S к северному N свободно устанавливающейся стрелки можно принять за направление вектора магнитной индукции.

Используя стрелку, можно повторить опыты, которые были проделаны с рамкой в магнитном поле постоянного магнита (рис. 4.16) и прямого провода с током.

В магнитном поле прямолинейного проводника с током магнитная стрелка устанавливается по касательной к окруж-

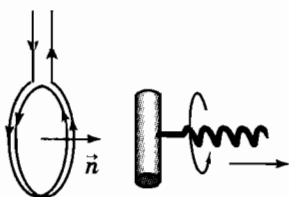


Рис. 4.14

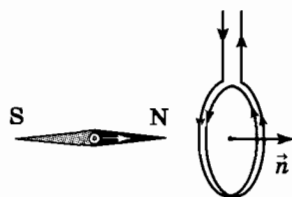


Рис. 4.15

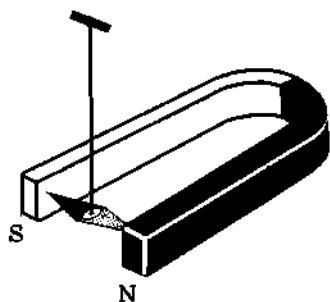


Рис. 4.16

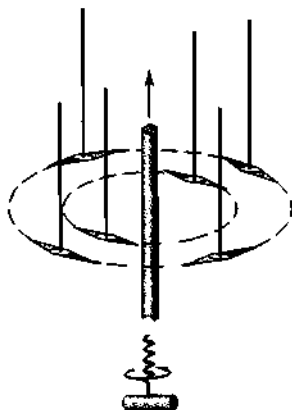


Рис. 4.17

ности (рис. 4.17). Плоскость окружности перпендикулярна проводу, а центр ее лежит на оси провода. Направление вектора магнитной индукции тока устанавливают с помощью правила буравчика. Для этого буравчик должен двигаться в направлении тока. Тогда концы его рукоятки будут перемещаться в направлении, принятом за направление вектора магнитной индукции.

Опыт по определению направления вектора индукции магнитного поля Земли делает каждый, кто ориентируется на местности по компасу. Если стрелка может поворачиваться и вокруг горизонтальной оси, то в магнитном поле Земли она расположится наклонно (рис. 4.18).

Направление магнитного поля Земли можно определить и с помощью рамки. Правда, для этого нужно взять рамку с боль-

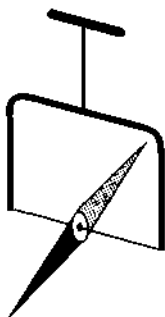


Рис. 4.18

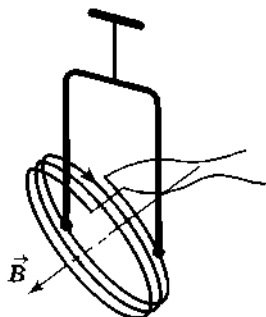


Рис. 4.19



шим числом витков или пропустить через рамку довольно большой ток. Но зато размеры рамки могут быть большими, так как магнитное поле Земли меняется от точки к точке медленно. В нашей стране вектор индукции этого поля направлен наклонно к земной поверхности сверху вниз (рис. 4.19).

### Модуль вектора магнитной индукции

Ориентирующее действие магнитного поля на замкнутый контур (рамку) с током может быть использовано не только для определения направления вектора магнитной индукции, но и для определения модуля этого вектора.

На рамку с током со стороны однородного магнитного поля действует момент сил, поворачивающий рамку. Этот момент зависит, с одной стороны, от магнитного поля, а с другой — от геометрии контура, его расположения и силы тока в нем. В отсутствие магнитного поля этот момент, очевидно, равен нулю.

Для определения модуля вектора магнитной индукции необходимо выяснить, как момент сил, поворачивающий рамку с током в магнитном поле, зависит от самой рамки и тока в ней.

Экспериментируя с рамками различных размеров и формы, можно установить, что *в однородном магнитном поле момент сил зависит от расположения рамки, размеров (площади) ее и от силы тока, протекающего в ней, но не зависит от формы рамки.*

Выясним сначала, как зависит момент сил от расположения рамки, состоящей из одного витка, если по ней протекает ток  $I$ . Рамка в этом опыте, в отличие от опытов по определению направления вектора магнитной индукции, должна быть закреплена на упругом подвесе. По углу закручивания подвеса можно определить момент сил упругости, действующий на рамку.

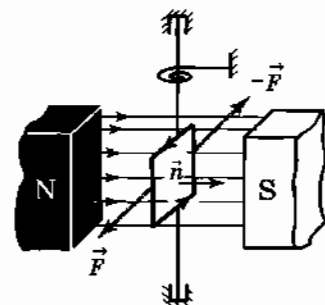


Рис. 4.20

Если плоскость рамки перпендикулярна вектору магнитной индукции, то момент сил, действующий на рамку со стороны магнитного поля, равен нулю и подвес не закручивается. Магнитное поле лишь растягивает рамку (рис. 4.20).

Повернем теперь подвес в верхней точке на некоторый угол. Рамка тоже повернется, но на меньший угол

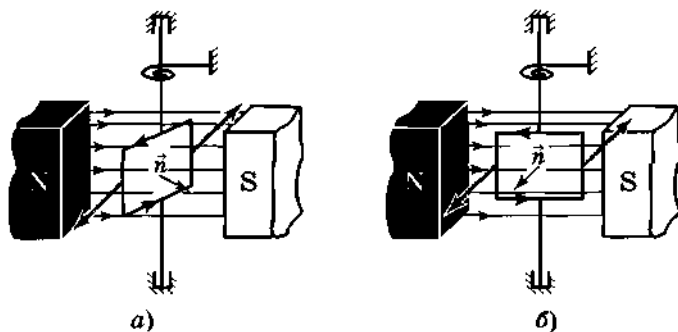


Рис. 4.21

(рис. 4.21, а). При равновесии рамки подвес окажется закрученным, и на рамку будут действовать силы упругости, момент которых уравнивает равный ему момент магнитных сил, стремящийся вернуть рамку в положение, изображенное на рисунке 4.20.

Момент сил, действующий на рамку с током, будет максимальным, если мы расположим рамку перпендикулярно тому положению, которое рамка занимала вначале (см. рис. 4.20). В этом случае вектор магнитной индукции лежит в плоскости рамки, а нормаль к рамке перпендикулярна линиям, соединяющим полюса магнита (рис. 4.21, б). Для того чтобы удержать рамку в этом положении, придется закрутить подвес на наибольший угол.

Меняя силу тока в рамке и экспериментируя с рамками различной площади, можно установить следующий факт: *максимальный момент сил  $M_{\max}$ , действующий на рамку с током, пропорционален площади  $S$  рамки и силе тока  $I$  в ней:*

$$M_{\max} \sim IS.$$

Этот опытный факт можно использовать для определения модуля вектора магнитной индукции, характеризующего магнитное поле в том месте, где расположена рамка. В самом деле, поскольку наибольший момент пропорционален силе тока в рамке и ее площади, то отношение  $\frac{M_{\max}}{IS}$  не зависит от свойств рамки и характеризует магнитное поле в данной точке пространства<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Аналогично отношению силы, действующей на заряд со стороны электрического поля, к заряду не зависит от заряда и поэтому характеризует электрическое поле в данной точке пространства.

Магнитной индукцией (точнее, модулем магнитной индукции) назовем величину, пропорциональную отношению максимального момента сил, действующего на рамку, к произведению силы тока в ней на ее площадь:

$$B = k \frac{M_{\max}}{IS}. \quad (4.3.1)$$

Коэффициент пропорциональности  $k$  зависит от выбора системы единиц. Ведь единица магнитной индукции  $\vec{B}$  у нас еще не установлена. Это мы сделаем позднее.

Магнитное поле полностью характеризуется вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ . В каждой точке могут быть найдены его модуль и направление.

### Принцип суперпозиции

Магнитные индукции полей, создаваемых в данной точке пространства двумя или большим числом токов, складываются геометрически. Для магнитного поля, как и для электрического, выполняется принцип суперпозиции.

Этот принцип формулируется так: если в данной точке пространства различные токи создают магнитные поля, магнитные индукции которых  $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$  и т. д., то результирующая магнитная индукция в этой точке равна:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \dots \quad (4.3.2)$$

*Направление и модуль вектора магнитной индукции можно определить с помощью замкнутого контура с током.*

Нельзя ли установить направление магнитной индукции с помощью винта (или буравчика) с левой нарезкой вместо правой? Что изменилось бы от этого?

## § 4.4. ЛИНИИ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ. ПОТОК МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

*Подобно тому как распределение электрического поля в пространстве наглядно изображается линиями напряженности электрического поля (или силовыми линиями), распределение магнитного поля можно изобразить линиями магнитной индукции.*

## Линии магнитной индукции

Линиями магнитной индукции называются линии, касательные к которым направлены так же, как и вектор  $\vec{B}$  в данной точке пространства (рис. 4.22).

Построим линии магнитной индукции для магнитного поля прямолинейного проводника с током. Из приведенных ранее описаний опытов с контуром и магнитной стрелкой, а также из соображений симметрии следует, что линии магнитной индукции в данном случае —

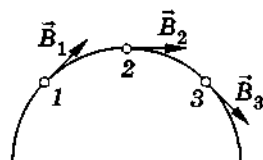


Рис. 4.22

концентрические окружности, лежащие в плоскости, перпендикулярной этому проводнику с током. Центр окружностей находится на оси проводника (рис. 4.23). Как и в случае линий напряженности электрического поля, линии магнитной индукции можно условиться проводить так, чтобы их густота характеризовала модуль вектора  $\vec{B}$  в данном месте. На рисунке 4.23 концентрические окружности сгущаются к центру. Это должно означать, что магнитная индукция вблизи провода больше, чем вдали от него.

Картина линий магнитной индукции катушки с током (соленоида) показана на рисунке 4.24 (соленоид дан в разрезе). Если длина соленоида много больше его диаметра, то поле внутри соленоида можно считать однородным. Линии магнитной индукции такого поля параллельны, их густота везде одинакова.

Картину линий магнитной индукции можно сделать видимой, воспользовавшись мелкими железными опилками. В магнитном поле каждый из насыпанных на лист картона кусочков железа намагничивается и ведет себя как маленькая маг-

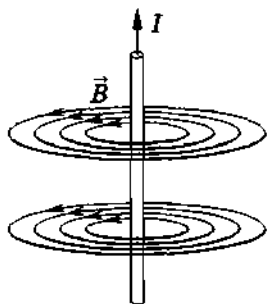


Рис. 4.23

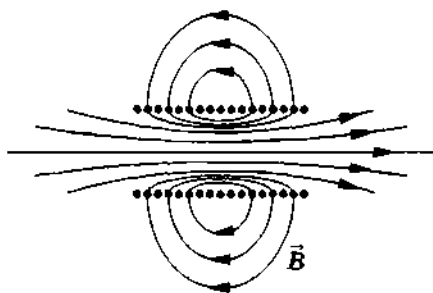


Рис. 4.24

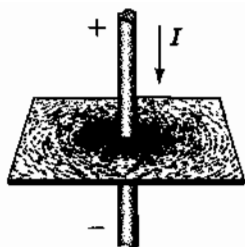


Рис. 4.25

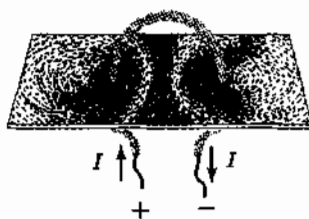


Рис. 4.26

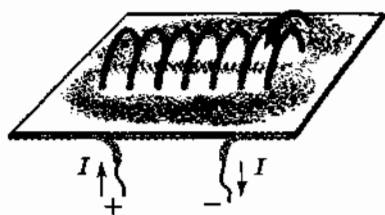


Рис. 4.27



Рис. 4.28

нитная стрелка. Наличие такого большого количества стрелок позволяет в большом числе точек определить направление вектора магнитной индукции магнитного поля и, следовательно, более точно выяснить расположение линий индукции. Некоторые из картин магнитного поля приведены на рисунках 4.25—4.28.

### Вихревое поле

Внимательное исследование магнитного поля с помощью линий магнитной индукции позволяет установить очень важную его особенность. *Линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца. Они всегда замкнуты.*

Вспомним, что с электростатическим полем дело обстоит иначе. Линии напряженности электростатического поля начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных.

Поля с замкнутыми силовыми линиями называются вихревыми. Магнитное поле — вихревое поле.

Замкнутость линий магнитной индукции представляет собой фундаментальное свойство магнитного поля. Оно заключается в том, что магнитное поле не имеет источников. Магнитных зарядов, подобных электрическим, не обнаружено.

Заметим, что ни законы электродинамики, ни какие-либо другие известные физические законы не запрещают существования магнитных зарядов; точнее, существования частиц, обладающих магнитными зарядами. Поэтому предпринимались и предпринимаются поиски таких частиц. Однако они до сих пор не увенчались успехом. Причина этого пока не ясна.

### Непотенциальный характер магнитных сил

Замкнутость силовых линий магнитного поля означает, что работа магнитных сил на замкнутом пути может быть не равна нулю. Магнитные силы, в отличие от электростатических, непотенциальны.

Непотенциальный характер магнитных сил отчетливо проявляется во вращении проводника с током в поле постоянного магнита. Впервые подобное вращение (прообраз современного электродвигателя) осуществил Фарадей через год после открытия Эрстеда. Концы подвешенного П-образного проводника Фарадей опустил в желоб со ртутью. Снизу через желоб проходил вертикально магнит так, что один из его полюсов выступал над ртутью. Благодаря этому проводники с током находились в магнитном поле одного полюса магнита. При пропускании тока через ртуть и проводник последний начинал вращаться вокруг магнита. На рисунке 4.29 изображена действующая модель установки Фарадея.

Этот опыт демонстрирует еще одно замечательное свойство магнитных взаимодействий — его *нецентральный характер*. Полюс магнита не притягивает и не отталкивает проводники с током, а заставляет их поворачиваться вокруг себя. Сила, действующая со стороны магнита, не направлена вдоль линии, соединяющей полюс магнита с отдельными участками проводника с током.

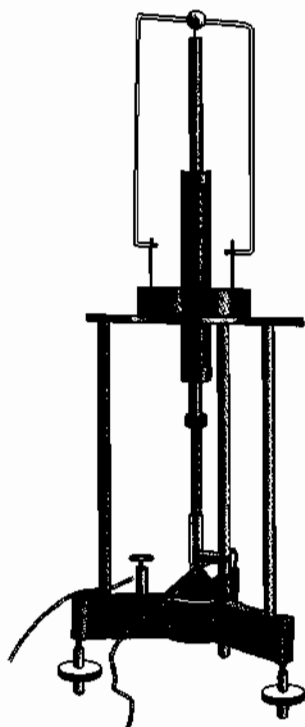


Рис. 4.29

## Магнитный поток

Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  характеризует магнитное поле в каждой точке пространства. Введем еще одну величину, зависящую от значения вектора магнитной индукции не в одной точке, а во всех точках произвольно выбранной поверхности. Эту величину называют потоком вектора магнитной индукции, или магнитным потоком. Она аналогична понятию потока вектора электрической напряженности.

Выделим в магнитном поле настолько малый элемент поверхности площадью  $\Delta S$ , чтобы магнитную индукцию во всех его точках можно было считать одинаковой. Пусть  $\vec{n}$  — нормаль к элементу, образующая угол  $\alpha$  с направлением вектора магнитной индукции (рис. 4.30). *Потоком вектора магнитной индукции через поверхность площадью  $\Delta S$  называют величину, равную произведению модуля вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  на площадь  $\Delta S$  и косинус угла  $\alpha$  между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$  (нормалью к поверхности):*

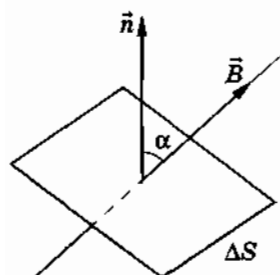


Рис. 4.30

$$\Delta\Phi = B\Delta S \cos \alpha. \quad (4.4.1)$$

Произведение  $B \cos \alpha = B_n$  представляет собой проекцию вектора магнитной индукции на нормаль к элементу. Поэтому

$$\Delta\Phi = B_n \Delta S. \quad (4.4.2)$$

Поток может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от значения угла  $\alpha$ .

Если магнитное поле однородно, то поток через плоскую поверхность площадью  $S$  равен:

$$\Phi = BS \cos \alpha. \quad (4.4.3)$$

Поток магнитной индукции наглядно может быть истолкован как величина, пропорциональная числу линий вектора  $\vec{B}$ , пронизывающих данную площадку<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Точнее, как разность числа линий вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ , пронизывающих поверхность площадки с противоположных сторон.

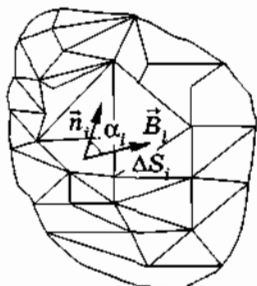


Рис. 4.31

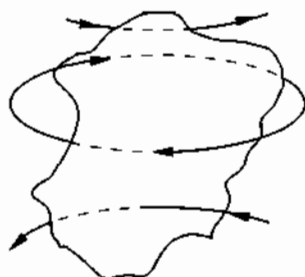


Рис. 4.32

Поток магнитной индукции через поверхность произвольного размера и формы определяют следующим образом. Всю поверхность разбивают на столь малые элементарные площадки  $\Delta S_i$ , чтобы магнитную индукцию на каждой из площадок можно было считать одинаковой во всех точках (рис. 4.31); строят к каждой площадке нормаль  $\vec{n}$ . Поток через каждую такую площадку:

$$\Delta\Phi_i = B_i \Delta S_i \cos \alpha_i.$$

Суммируя элементарные потоки  $\Delta\Phi_i$ , находят полный поток через поверхность:

$$\Phi = \sum_i \Delta\Phi_i = \sum_i B_i \Delta S_i \cos \alpha_i. \quad (4.4.4)$$

Поверхность может быть замкнутой<sup>1</sup>.

В этом случае число линий индукции, входящих внутрь поверхности, равно числу линий, выходящих из нее (рис. 4.32).

*Линии магнитной индукции замкнуты, что означает равенство нулю потока магнитной индукции через замкнутую поверхность. (Выходящие из поверхности линии дают положительный поток, а входящие — отрицательный.) Это фундаментальное свойство магнитного поля связано с отсутствием магнитных зарядов. Если бы не было электрических зарядов, то и электрический поток через замкнутую поверхность был бы равен нулю.*

<sup>1</sup> Если поверхность замкнута, то положительной нормалью к поверхности принято считать внешнюю нормаль.



## § 4.5. ЗАКОН БИО—САВАРА—ЛАПЛАСА

Перейдем теперь к формулировке закона, определяющего распределение магнитного поля в пространстве в зависимости от токов. Будем считать вначале, что проводники с токами расположены в вакууме.

Магнитная индукция в произвольной точке  $A$  пространства, очевидно, должна зависеть от сил токов в проводниках, их размеров и формы, а также от расположения проводников относительно этой точки (рис. 4.33). Опыт показывает, что так и есть на самом деле.

### Элемент тока

Считаем проводники тонкими. Это означает, что диаметры всех проводников много меньше расстояний до точки, где определяется магнитная индукция. Тогда любой проводник можно представить как совокупность элементов тока  $\Delta \vec{l}$  пренебрежимо малой толщины. Элемент  $\Delta \vec{l}$  — это вектор, направленный по току в проводнике (см. рис. 4.33).

Каждый элемент тока  $\Delta \vec{l}$  создает свое магнитное поле в точке  $A$ . Результирующее поле в точке, как следует из принципа суперпозиции полей, — это векторная сумма полей, созданных отдельными элементами тока.

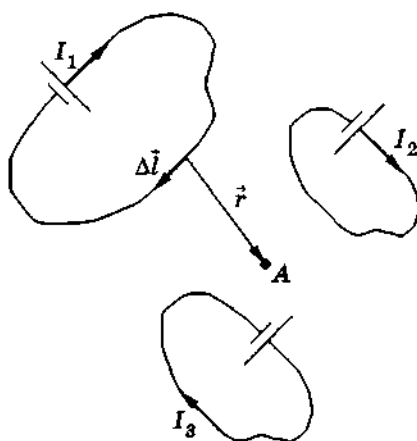


Рис. 4.33

## Трудности задачи

В опытах с постоянными токами мы всегда имеем дело с токами замкнутыми, следовательно, с полями, создаваемыми всеми элементами тока. Нам же нужен закон, определяющий магнитную индукцию, созданную одним элементом тока. Только такой закон может иметь общее значение. Для каждого конкретного замкнутого проводника с током магнитная индукция зависит от формы проводника, а таких форм может быть бесчисленное множество. Никакой общей закономерности для поля в точке здесь усмотреть нельзя. Точно так же основной закон электростатики — закон Кулона — формулируется для точечных зарядов.

Зная магнитную индукцию  $\Delta\vec{B}$ , созданную элементом тока, можно вычислить индукцию  $\vec{B}$  любого тока в любой точке пространства.

Но нахождение закона для  $\Delta\vec{B}$  сразу же наталкивается на трудности. Нельзя создать элемент тока (незамкнутый постоянный ток). Прямой способ экспериментального нахождения закона для  $\Delta\vec{B}$ , как в случае электростатических взаимодействий, здесь невозможен. Однако такой закон все же удалось установить. Непосредственно из опыта следует, что во всех случаях магнитная индукция  $B \sim I$ . Отсюда можно предположить, что и  $\Delta B \sim I$ .

Далее, эксперименты французских физиков Ж. Био и Ф. Савара показали, что индукция магнитного поля, созданного прямым током, на расстоянии  $d$ , много меньшем длины проводника, пропорциональна  $\frac{1}{d}$ . Направление  $\Delta\vec{B}$  определяется по правилу буравчика (см. § 3).

Отсюда следует, что для  $\Delta\vec{B}$  нужно найти такой закон, который при суммировании по всем элементам прямого провода давал бы найденную экспериментально зависимость от  $I$  и  $d$ . Это удалось сделать П. Лапласу. Отыскивая простейшую формулу, приводящую к известному результату, он получил требуемый закон.

Найденную Лапласом формулу для  $\Delta\vec{B}$  следует рассматривать как обобщение опытных фактов. Уверенность в ее справедливости вытекает не из ее «вывода», а из того, что все расчеты полей любых замкнутых токов на ее основе приводят к правильным результатам, согласующимся с опытом.

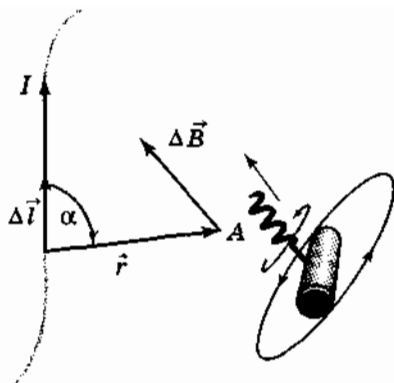


Рис. 4.34

### Закон Био—Савара—Лапласа

Теперь мы запишем выражение для модуля магнитной индукции  $\Delta \vec{B}$  поля, созданного элементом тока  $\Delta \vec{l}$  в точке пространства  $A$  на расстоянии  $r$  от  $\Delta \vec{l}$  (рис. 4.34). Угол между радиусом-вектором  $\vec{r}$  и  $\Delta \vec{l}$  обозначим через  $\alpha$ . Сила тока равна  $I$ . Согласно закону Био—Савара—Лапласа

$$\Delta B = k_1 \frac{I \Delta l \sin \alpha}{r^2}. \quad (4.5.1)$$

Здесь  $k_1$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц. (Системами единиц мы займемся в дальнейшем.) Направлен вектор  $\Delta \vec{B}$  перпендикулярно плоскости, содержащей векторы  $\Delta \vec{l}$  и  $\vec{r}$ . Если вращать рукоятку буравчика от  $\Delta \vec{l}$  к  $\vec{r}$  в направлении наименьшего угла между этими векторами, то поступательное перемещение буравчика укажет направление вектора  $\Delta \vec{B}$ . В случае, изображенном на рисунке 4.34, вектор  $\Delta \vec{B}$  направлен перпендикулярно чертежу от нас.

### Векторное произведение

Закон Био—Савара—Лапласа можно записать в векторной форме, используя понятие векторного произведения двух векторов. Это понятие у нас еще не встречалось. В физике многие величины выражаются через векторные произведения. Векторное произведение используется не менее часто, чем скалярное, о котором шла речь в «Механике» (см. § 6.2). Для обозначения векторного произведения двух

векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  применяется косой крест:  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ . Если в результате скалярного произведения двух векторов получается скаляр, то результатом векторного произведения векторов является вектор (отсюда и его название). Определяется векторное произведение так.

Модуль  $c$  векторного произведения векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен произведению их модулей на синус угла  $\alpha$  между ними (рис. 4.35):

$$c = |\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \alpha. \quad (4.5.2)$$

Направление векторного произведения задается правилом правого буравчика (или винта). Если рукоятку буравчика поворачивать на наименьший угол от вектора  $\vec{a}$ , стоящего первым в векторном произведении, к вектору  $\vec{b}$ , то вектор  $\vec{c}$  направлен в сторону поступательного перемещения буравчика. Таким образом, вектор  $\vec{c}$  перпендикулярен плоскости, содержащей векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

Конечно, нужно еще доказать, что направленный отрезок  $\vec{c}$  является вектором, т. е. для векторного произведения выполняется геометрическое правило сложения векторов. Но мы это делать не будем. Не будем также приводить выражения для проекций векторного произведения на оси координат. Эти выражения довольно сложны, и в дальнейшем мы не будем их использовать.

Отметим лишь, что векторное произведение некоммутативно:

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}. \quad (4.5.3)$$

Это следует из определения направления векторного произведения.

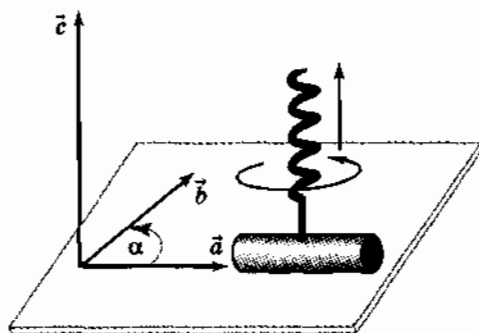


Рис. 4.35

## Закон Био—Савара—Лапласа в векторной форме

Используя понятие векторного произведения, закон Био—Савара—Лапласа можно записать в векторной форме. В этом случае сразу будет определен и модуль вектора магнитной индукции  $\Delta \vec{B}$  и его направление:

$$\Delta \vec{B} = k_1 \frac{I \Delta \vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (4.5.4)$$

Модуль магнитной индукции

$$\Delta B = k_1 \frac{I \Delta l r \sin \alpha}{r^3} = k_1 \frac{I \Delta l \sin \alpha}{r^2},$$

как это и должно быть согласно закону (4.5.1). Направление  $\Delta \vec{B}$  также определено правильно.

## Магнитная индукция прямого тока

Для вычисления магнитной индукции бесконечно длинного прямого провода в произвольной точке  $A$ , находящейся на расстоянии  $d$  от провода, нужно просуммировать векторы  $\Delta \vec{B}_i$  магнитных индукций, создаваемых отдельными элементами тока  $\Delta \vec{l}_i$  (рис. 4.36). Суммирование упрощается благодаря тому, что векторы  $\Delta \vec{B}_i$  от отдельных элементов тока направлены в одну сторону — перпендикулярно рисунку от нас. Тем не менее вычисления требуют умения находить сумму бесконечно большого числа бесконечно малых членов. Этот способ вычисления называется интегрированием. Мы приведем конечный результат:

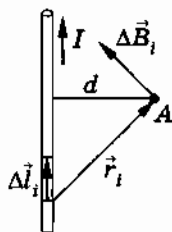


Рис. 4.36

$$B = k_1 \frac{2I}{d}. \quad (4.5.5)$$

Формула (4.5.5) дает правильное значение магнитной индукции и для прямого провода конечной длины. Необходимо только, чтобы расстояние  $d$  было много меньше длины провода и точка, в которой определяется индукция поля, находилась на большом расстоянии от концов провода.

*Установлен закон Био—Савара—Лапласа, определяющий магнитную индукцию элемента тока.*

## § 4.6. ЗАКОН АМПЕРА

*Перейдем теперь к задаче определения силы, действующей со стороны магнитного поля на проводник с током.*

### Трудности задачи

Очевидно, что эта сила действует на каждый элемент тока  $\Delta l$ . Результирующая сила равна сумме сил, действующих на отдельные элементы.

Как и в случае закона Био—Савара—Лапласа, нам нужно найти закон для силы, действующей на отдельный элемент тока. Только такой закон может иметь общее значение. Сила же, действующая на замкнутый контур, зависит от формы контура, а таких форм бесчисленное множество.

Здесь опять встречается та же трудность, что и при определении магнитной индукции, созданной элементом тока. Закон может быть установлен только опытным путем, а из опыта непосредственно нельзя определить силу, действующую на элемент тока, так как постоянные токи всегда замкнуты и создать элемент тока невозможно.

В такой ситуации остается единственный путь. Обобщая опытные факты по воздействию магнитного поля на замкнутые токи, подобрать такой «элементарный» закон, который для любого замкнутого контура давал бы результат, согласующийся с опытом.

### Опыты Ампера

Задача была решена Ампером. Ампер открыл закон взаимодействия токов, решив тем самым проблему магнитного взаимодействия. Закон взаимодействия полюсов магнитов, который Кулон считал фундаментальным, оказался следствием из закона, открытого Ампером. «Все в совокупности, — писал об Ампере Максвелл, — и теория и эксперимент как будто появились в полной зрелости и полном вооружении из головы Ньютона электричества. Эти исследования закончены по форме, идеальны по точности и резюмированы в формуле, из которой могут быть выведены все явления электричества и которая навсегда останется фундаментальной формулой электродинамики».

Ампер сконструировал ряд приборов для исследования взаимодействия токов. Один из них изображен на рисунке 4.37. С помощью подобных приборов Ампер установил, что парал-

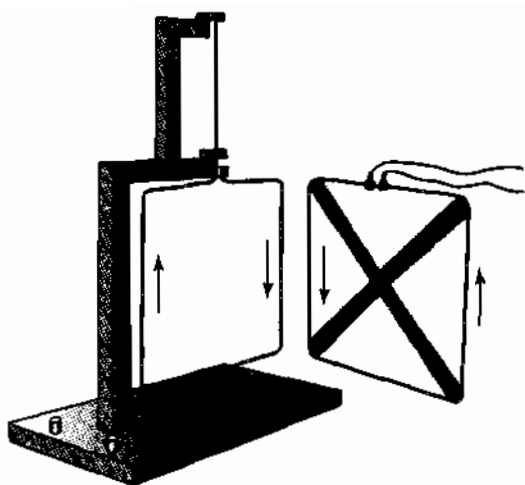


Рис. 4.37

лельные токи одинакового направления притягиваются, а противоположного направления отталкиваются. Взаимно перпендикулярные токи не действуют друг на друга. Сила, действующая на проводник с током, прямо пропорциональна силе тока в нем ( $F \sim I$ ) и прямо пропорциональна длине проводника ( $F \sim \Delta l$ ). Она также прямо пропорциональна магнитной индукции  $\vec{B}$  и зависит от угла между векторами  $\vec{B}$  и  $\Delta \vec{l}$ . Если магнитная индукция направлена по току, то сила равна нулю.

Правда, все это было не совсем так. Ампер установил закон для силы взаимодействия между двумя элементами проводников с током. Он был сторонником теории дальнего действия и не пользовался понятием поля. Открытый им закон довольно сложен и распадается на два более простых: закон для магнитной индукции  $\Delta \vec{B}$ , созданной элементом тока  $\Delta \vec{l}$ , и закон для силы, действующей со стороны магнитного поля с индукцией  $\vec{B}$  на элемент другого тока. Однако по традиции и в память о заслугах ученого выражение для магнитной силы, действующей на проводник с током со стороны магнитного поля, также называют законом Ампера.

### Закон Ампера

Итак, опытным путем можно прийти к заключению, что магнитная сила  $\Delta F \sim I \Delta l B$  и зависит от угла между векторами  $\Delta \vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

Причем она равна нулю, если эти векторы параллельны, и максимальна, когда они перпендикулярны друг к другу.

Как направлена эта сила? Из наблюдения взаимодействия параллельных токов можно установить, что сила  $\Delta\vec{F}$  перпендикулярна векторам  $\Delta\vec{l}$  и  $\vec{B}$ . Посмотрите на рисунке 4.38. Сила перпендикулярна плоскости, в которой лежат векторы  $\Delta\vec{l}$  и  $\vec{B}$ . Это наводит на мысль, что силу можно выразить через векторное произведение векторов  $\Delta\vec{l}$  и  $\vec{B}$ . Векторное произведение этих векторов как раз представляет собой вектор, перпендикулярный плоскости, содержащей векторы  $\Delta\vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

Теперь запишем закон Ампера для силы, действующей на элемент тока. Приведенные выше экспериментальные факты и соображение максимальной простоты формулы приводят к правильному результату.

Сила, действующая на элемент проводника  $\Delta\vec{l}$ , по которому течет ток  $I$ , прямо пропорциональна произведению силы тока на векторное произведение векторов  $\Delta\vec{l}$  и  $\vec{B}$  (рис. 4.39):

$$\Delta\vec{F} = k_2 I \Delta\vec{l}_1 \times \vec{B}. \quad (4.6.1)$$

Коэффициент пропорциональности  $k_2$  зависит от выбора единиц для вектора магнитной индукции. Установлением его мы займемся в следующем параграфе.

Согласно закону (4.6.1) модуль силы Ампера

$$\Delta F = k_2 I \Delta l B \sin \alpha \quad (4.6.2)$$

зависит от синуса угла между векторами  $\Delta\vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

По правилу определения направления векторного произведения вектор  $\Delta\vec{F}$  перпендикулярен плоскости, в которой ле-

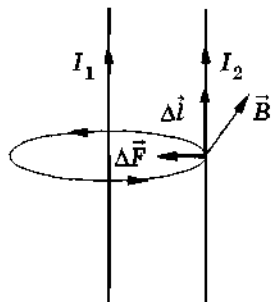


Рис. 4.38

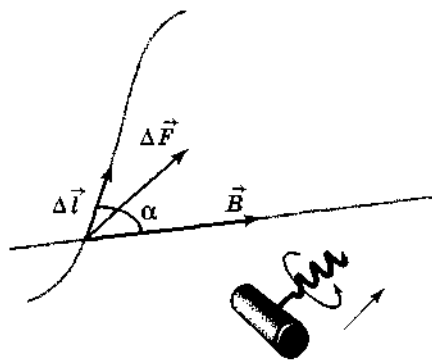


Рис. 4.39



жат векторы  $\vec{\Delta l}$  и  $\vec{B}$  (плоскости рис. 4.39) и направлен в сторону поступательного перемещения буравчика, рукоятка которого поворачивается от  $\vec{\Delta l}$  к  $\vec{B}$  (вектор  $\vec{\Delta F}$  перпендикулярен плоскости чертежа и направлен от нас).

Уверенность в справедливости закона Ампера основывается не на тех опытах, которые привели к его установлению. Ведь опыт не дает значения силы  $\vec{\Delta F}$ , не говоря уже о приближенности всех измерений. Убеждение в справедливости закона Ампера вытекает из того, что вычисленные с его помощью значения результирующей силы для любого замкнутого проводника совпадают с экспериментально определяемым значением силы.

### Взаимодействие параллельных токов

Рассмотрим взаимодействие двух параллельных бесконечно длинных проводников, расположенных в вакууме на расстоянии  $d$  друг от друга. Мы уже знаем (см. § 4.5), что длинный прямой проводник, сила тока в котором  $I_1$ , создает на расстоянии  $d$  от провода магнитное поле с индукцией, равной по модулю

$$B = k_1 \frac{2I_1}{d}.$$

Найдем силу, действующую на отрезок второго проводника длиной  $l$ . Так как на все элементы этого проводника действуют одинаковые силы, пропорциональные  $\vec{\Delta l}$ , то в данном случае сложение элементарных сил приведет к простой замене  $\vec{\Delta l}$  на  $\vec{l}$ . Во всех точках вектор  $\vec{B}$  перпендикулярен второму проводу с током  $I_2$  (см. рис. 4.38). Поэтому сила, приложенная к отрезку длиной  $l$  другого провода, перпендикулярна ему и равна:

$$F = k_2 I_2 B l = k_1 k_2 \frac{2I_1 I_2}{d} l = k \frac{2I_1 I_2}{d} l. \quad (4.6.3)$$

Здесь введено новое обозначение для коэффициента пропорциональности  $k = k_1 k_2$ .

Сила лежит в плоскости обоих проводников и является силой притяжения, если токи направлены в одну сторону, или силой отталкивания, если направления токов противоположны.

Получено выражение для силы Ампера, определяющей действие магнитного поля на элемент тока.

## § 4.7. СИСТЕМЫ ЕДИНИЦ ДЛЯ МАГНИТНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

*Выбор единиц при изучении магнитных взаимодействий не является простым. Мы остановимся на двух системах единиц: абсолютной системе единиц Гаусса и С.И. Об этих единицах шла речь в электростатике при записи закона Кулона и других законов электростатики.*

### Абсолютная система единиц

В принципе можно было бы установить единицу магнитной индукции из закона Био—Савара—Лапласа (4.5.4) или его следствия (4.5.5), положив коэффициент пропорциональности  $k_1 = 1$ . Но в этом случае единицы напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и магнитной индукции  $\vec{B}$  были бы различными. Единица напряженности  $[E] = \frac{[q]}{\text{см}^2}$ . Здесь квадратные

скобки означают, что речь идет о единицах. Указанная выше единица вытекает из выражения для напряженности электрического поля точечного заряда. Единица же магнитной индукции, как следует из формулы (4.5.5), при  $k_1 = 1$  иная:

$$[B] = \frac{[q]}{\text{см} \cdot \text{с}}.$$

Основная идея абсолютной системы в том, чтобы единицы физических величин, характеризующих электрическое и магнитное поля, имели одинаковые наименования. Поэтому эту систему иногда называют симметричной.

### Электродинамическая постоянная

Будем исходить из формулы (4.6.3) для взаимодействия токов. Положить в этой формуле  $k = 1$  нельзя, так как единицы для всех величин, входящих в эту формулу, уже установлены. Коэффициент  $k$  — размерная (именованная) величина. Найдем единицу  $k$  из формулы (4.6.3):

$$[k] = \frac{[F][t^2]}{[q^2]} = \frac{[q^2] \cdot 1 \text{ с}^2}{1 \text{ см}^2 [q^2]} = 1 \text{ с}^2/\text{см}^2.$$

Здесь использована единица силы, определяемая законом Кулона:  $[F] = \frac{[q^2]}{[r^2]}$ . Теперь вместо  $k$  введем новый коэффициент

пропорциональности:  $k = \frac{1}{c}$ . Новый коэффициент  $c$  часто называют электродинамической постоянной. Она выражается в таких же единицах, как и скорость:  $[c] = 1 \text{ см/с}$ .

Как найти его численное значение? Для этого в принципе надо измерить силу  $F$  взаимодействия параллельных токов. Тогда, зная  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $d$  и  $l$ , можно вычислить значение  $c$ . Здесь нас подстерегает неожиданность: *электродинамическая постоянная  $c$  равна скорости света в вакууме:*

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}. \quad (4.7.1)$$

### Поразительный факт

Постоянная  $c$  имеет глубокий физический смысл. Именно значение постоянной  $c$  натолкнуло в свое время Максвелла на гипотезу об электромагнитной природе света. Удивительно, что скорость света можно определить, измеряя силу взаимодействия постоянных токов.

### Законы магнитных взаимодействий в абсолютной системе единиц (в системе Гаусса)

При построении абсолютной системы, далее, полагается, что

$$k_1 = k_2 = \frac{1}{c}.$$

Такой выбор коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$  обеспечивает, как вы можете в этом убедиться сами, совпадение единиц  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ .

Окончательно закон Био—Савара—Лапласа в системе Гаусса запишется так:

$$\Delta \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{I \Delta \vec{l} \times \Delta \vec{r}}{r^3}. \quad (4.7.2)$$

Закон Ампера примет вид:

$$\Delta \vec{F} = \frac{1}{c} I \Delta \vec{l} \times \vec{B}. \quad (4.7.3)$$

## Единица магнитной индукции — гаусс

Теперь можно установить единицу магнитной индукции с помощью формулы (4.5.5) для магнитного поля прямого тока:

$$B = \frac{2I}{c d}. \quad (4.7.4)$$

Магнитная индукция равна единице на расстоянии 2 см от длинного прямого провода, в котором сила тока равна  $3 \cdot 10^{10}$  ед. тока СГСЭ. Эта единица называется гауссом (Гс).

## Законы Био—Савара—Лапласа и Ампера в СИ

Совсем иначе строятся единицы в СИ. В системе Гаусса единицы заряда и тока являются не основными, а производными. А в СИ единица силы тока — ампер считается основной, четвертой единицей наряду с метром, секундой и килограммом. Она определяется посредством магнитного взаимодействия параллельных токов.

*Ампер равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н.*

В единицах СИ коэффициент пропорциональности  $k$  в формуле (4.6.3) полагается равным:

$$k = \frac{\mu_0}{4\pi}. \quad (4.7.5)$$

Величина  $\mu_0$  называется магнитной постоянной. Она аналогична электрической постоянной  $\epsilon_0$  (см. § 1.3). Как и  $\epsilon_0$ , магнитная постоянная  $\mu_0$  прямого физического смысла, в отличие от электродинамической постоянной  $c$ , не имеет. Введение в коэффициент  $k$  множителя  $\frac{1}{4\pi}$  сделано для того, чтобы уравнения Максвелла для электромагнитного поля не содержали  $4\pi$ .

Значение  $\mu_0$  определяется из формулы (4.6.3). При  $d = 1$  м,  $l = 1$  м и  $I_1 = I_2 = 1$  А

$$F = \frac{\mu_0 2I_1 I_2}{4\pi d} l = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н.}$$

Отсюда

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2. \quad (4.7.6)$$

Между  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  и  $c$  существует следующая связь:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (4.7.7)$$

Проверьте справедливость этой формулы самостоятельно.

В СИ коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  в законах (4.5.4) и (4.6.1) определяются так:  $k_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}$ ,  $k_2 = 1$ . Поэтому закон Био—Савара—Лапласа имеет вид:

$$\Delta \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta \vec{l} \times \Delta \vec{r}}{r^3}. \quad (4.7.8)$$

Закон Ампера принимает форму:

$$\Delta \vec{F} = I \Delta \vec{l} \times \Delta \vec{B}. \quad (4.7.9)$$

Индукция магнитного поля прямого провода

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi d}. \quad (4.7.10)$$

Формулу (4.7.10) можно использовать для установления единицы магнитной индукции в СИ. Магнитная индукция на расстоянии 2 м от провода равнялась бы единице, если бы сила тока в проводе, выраженная в амперах, была равна численно  $\frac{4\pi}{\mu_0}$ . Эта единица называется т е с л а (Тл) в честь выдающегося

сербского изобретателя и ученого Н. Тесла (1856—1943).

? Докажите, что  $1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$ .

Записаны законы Био—Савара—Лапласа и Ампера в абсолютной системе единиц и в СИ.

## § 4.8. ПРИМЕНЕНИЯ ЗАКОНА АМПЕРА. ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

С помощью закона Ампера можно вычислить силу и момент сил, действующий на замкнутый проводник с током произвольной формы в любом магнитном поле. Конечно, эти вычисления тем проще, чем проще форма контура и конфигурация магнитного поля.

### Момент сил, действующий на прямоугольную рамку с током

Определим момент сил, действующий на прямоугольную рамку с током в однородном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ . Стороны рамки имеют размеры  $a$  и  $b$ ; сила тока в ней  $I$ . Индукция магнитного поля составляет с нормалью к рамке угол  $\alpha$  (рис. 4.40). Расчет проведем в единицах СИ.

На рисунке 4.41 показан вид сверху на сечение рамки горизонтальной плоскостью. В соответствии с правилом определения направления векторного произведения двух векторов (см. § 4.6) на стороны рамки длиной  $b$  действует пара сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , перпендикулярных вектору  $\vec{B}$ , которая создает момент сил относительно оси, проходящей через середину рамки. Силы, действующие на стороны рамки длиной  $a$ , лишь растягивают рамку.

По закону Ампера

$$F_1 = F_2 = |I|Bb.$$

Плечо каждой из этих сил равно:

$$d = \frac{a}{2} \sin \alpha.$$

Суммарный момент сил равен:

$$M = 2F \frac{a}{2} \sin \alpha = |I|BS \sin \alpha, \quad (4.8.1)$$

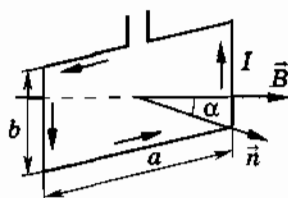


Рис. 4.40

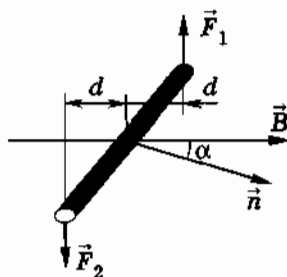


Рис. 4.41

где  $S = ab$  — площадь рамки. При  $\alpha = 90^\circ$  момент сил максимален и совпадает со значением  $M_{\max}$  из формулы (4.3.1), которая была введена в качестве определения модуля вектора магнитной индукции. Только в формуле (4.3.1) коэффициент  $k$  надо положить равным единице.

### Применения закона Ампера

Закон Ампера используется для расчета сил, действующих на проводники с током, во многих технических устройствах, в частности в электродвигателях. Действие всех электродвигателей основано на использовании силы Ампера. По обмотке вращающейся части двигателя якоря 3 (рис. 4.42) протекает электрический ток. Мощные электромагниты создают магнитное поле, которое действует на проводники с током в обмотке якоря и заставляет их двигаться (рис. 4.43). Якорь изготовляется из стальных пластин (рис. 4.44, а), а полюсам электромагнита придается специальная форма (рис. 4.44, б), с тем чтобы сконцентрировать магнитное поле в местах, где располагается обмотка ротора. Специальные устройства — коллектор 1 и щетки 2 (см. рис. 4.42) — обеспечивают такое направление тока в обмотках, чтобы магнитное взаимодействие создавало момент, приводящий к непрерывному вращению якоря.

### Электроизмерительные приборы

Действие магнитного поля на контур с током используется в электроизмерительных приборах магнитоэлектрической системы для измерения силы тока и напряжения.

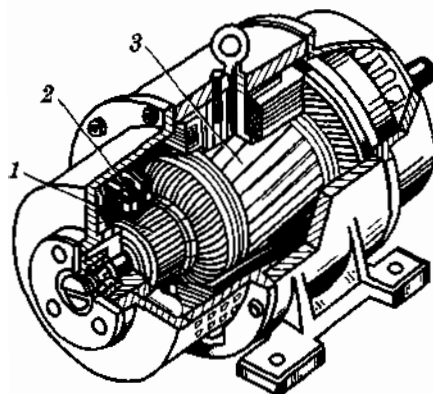


Рис. 4.42

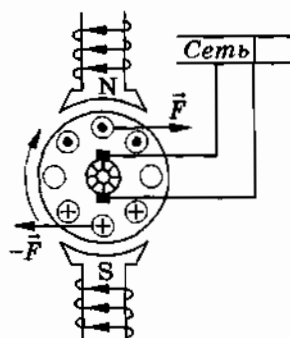


Рис. 4.43

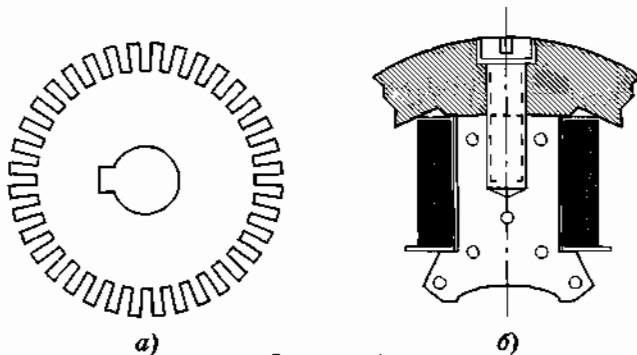


Рис. 4.44

Измерительный прибор такой системы устроен следующим образом. На легкой, обычно алюминиевой, рамке прямоугольной формы с прикрепленной к ней стрелкой намотана катушка, имеющая  $N$  витков (рис. 4.45, а). Рамка укреплена на двух полуосях. В положении равновесия ее удерживают две тонкие спиральные пружины 2 (рис. 4.45, б). Момент сил упругости  $M_{\text{мех}}$ , действующий со стороны пружины и возвращающий катушку в положение равновесия, пропорционален углу  $\varphi$  отклонения стрелки от положения равновесия:  $M_{\text{мех}} = f\varphi$  ( $f$  — постоянный коэффициент пропорциональности). Катушку помещают между полюсами постоянного магнита специальной формы (см. рис. 4.45, а).

Внутри катушки расположен цилиндр из мягкого железа. Такая конструкция обеспечивает радиальное направление линий магнитной индукции в той области, где находятся витки

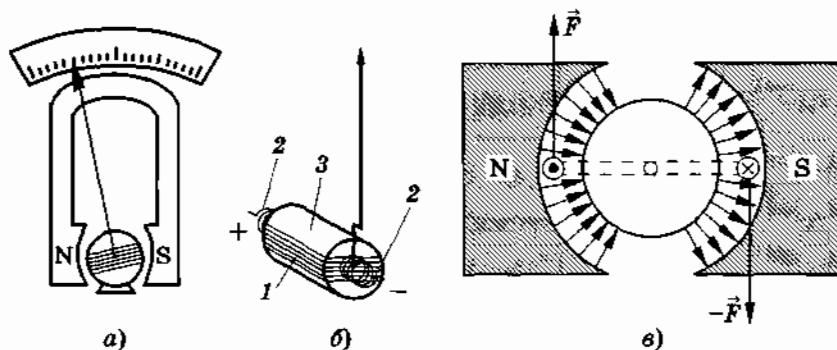


Рис. 4.45



катушки (рис. 4.45, в). В результате при любом положении катушки момент сил, действующий на нее со стороны магнитного поля, максимален и при неизменной силе тока один и тот же. Катушка с током поворачивается до тех пор, пока момент сил упругости, действующий со стороны пружины, не уравновесит момент сил, действующий на рамку со стороны магнитного поля:

$$M_{\text{мех}} = f\varphi = NIBS.$$

Отсюда следует, что измеряемая сила тока прямо пропорциональна углу отклонения стрелки:

$$I = \frac{f}{NSB} \varphi. \quad (4.8.2)$$

Здесь коэффициент  $\frac{f}{NSB}$  — постоянная для данного прибора величина.

Прибор можно проградуировать так, чтобы угол поворота определял силу тока в амперах или других единицах. Согласно закону Ома сила тока в приборе  $I = \frac{U}{R}$ . Поэтому прибор можно проградуировать и так, чтобы определенному углу  $\varphi$  отклонения стрелки соответствовало напряжение  $U$  на зажимах прибора в вольтах или других единицах.

Таким образом, прибор может служить как амперметр, так и вольтметр. В последнем случае для увеличения сопротивления прибора нужно последовательно с катушкой включить резистор с большим сопротивлением.

*Закон Ампера используется при конструировании электродвигателей. На его основе созданы электроизмерительные приборы для измерения силы тока и напряжения.*

## § 4.9. ДЕЙСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ДВИЖУЩИЙСЯ ЗАРЯД. СИЛА ЛОРЕНЦА

*Электрический ток — это упорядоченное движение заряженных частиц. Действие магнитного поля на проводник с током есть результат действия поля на движущиеся заряженные частицы внутри проводника.*

## Сила Лоренца

Силу, действующую на движущуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля, называют силой Лоренца в честь великого нидерландского физика Х. Лоренца, основателя электронной теории строения вещества. Эту силу можно найти с помощью закона Ампера. Она определяется как отношение силы  $\Delta \vec{F}$ , действующей на участок проводника длиной  $\Delta l$ , к числу  $N$  упорядоченно движущихся заряженных частиц в этом участке проводника:

$$\vec{F}_L = \frac{\Delta \vec{F}}{N}. \quad (4.9.1)$$

Рассмотрим отрезок тонкого прямого провода с током (рис. 4.46). Пусть длина отрезка  $\Delta l$  и площадь поперечного сечения  $S$  настолько малы, что вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  можно считать неизменным в пределах этого отрезка проводника.

Сила тока  $I$  в проводнике связана с зарядом частиц  $q$ , концентрацией заряженных частиц  $n$  и модулем скорости их упорядоченного движения  $\vec{v}$  формулой (2.2.7):

$$I = qn v S. \quad (4.9.2)$$

Согласно закону Ампера (4.7.9) сила, действующая на элемент тока  $\Delta \vec{l}$ , в единицах СИ равна:

$$\Delta \vec{F} = I \Delta \vec{l} \times \vec{B}.$$



Лоренц Хендрик Антон (1853—1928) — великий нидерландский физик-теоретик, создатель классической электронной теории. Лоренц ввел в электродинамику представления о дискретности электрических зарядов и записал уравнения для электромагнитного поля, созданного отдельными заряженными частицами (уравнения Максвелла—Лоренца). Ввел выражение для силы, действующей на движущийся заряд в электромагнитном поле. Создал классическую теорию дисперсии света и объяснил расщепление спектральных линий в магнитном поле (эффект Зеемана). Работы Лоренца по электродинамике движущихся сред послужили основой для создания специальной теории относительности. Преобразования координат и времени в теории относительности называются преобразованиями Лоренца.

Подставляя в это выражение значение силы тока (4.9.2), получим:

$$\Delta \vec{F} = qnSv\Delta \vec{l} \times \vec{B}.$$

Векторы  $\Delta \vec{l}$  и  $\vec{v}$  направлены одинаково. Поэтому можно заметить вектор  $\Delta \vec{l}$  его модулем и вынести из-под знака векторного произведения, одновременно заменяя модуль вектора  $\vec{v}$  самим вектором и внося его под знак векторного произведения. Тогда

$$\Delta \vec{F} = qnS\Delta l \vec{v} \times \vec{B} = qN\vec{v} \times \vec{B},$$

где  $N = nS\Delta l$  — число заряженных частиц в рассматриваемом участке провода.

На каждую заряженную частицу со стороны магнитного поля действует сила Лоренца

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (4.9.3)$$

Модуль силы Лоренца, согласно определению векторного произведения, равен:

$$F_L = qvB \sin \alpha, \quad (4.9.4)$$

где  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Сила Лоренца перпендикулярна плоскости, содержащей векторы  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ , и направлена для положительно заряженных частиц в сторону поступательного перемещения буравчика при вращении его рукоятки от вектора  $\vec{v}$  к вектору  $\vec{B}$  (рис. 4.47). В случае движения отрицательно заряженных частиц сила Лоренца направлена в противоположную сторону.

В системе единиц Гаусса сила Лоренца равна:

$$F_L = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B}. \quad (4.9.5)$$

Электрическое поле действует на заряд  $q$  с силой  $\vec{F}_e = q\vec{E}$ . Следовательно, если есть и электрическое поле и магнитное,

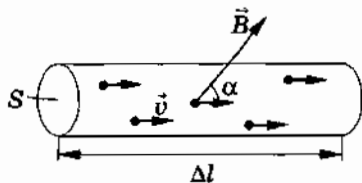


Рис. 4.46

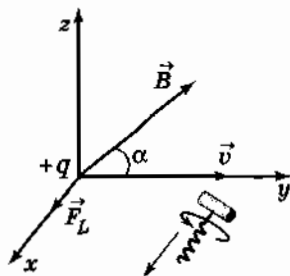


Рис. 4.47

то полная сила  $\vec{F}$ , действующая на движущуюся частицу, равна:

$$\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{F}_L. \quad (4.9.6)$$

Часто силой Лоренца называют полную силу (4.9.6). Тогда силу, определяемую формулой (4.9.3), называют магнитной частью силы Лоренца.

### Наблюдение действия силы Лоренца

Действие силы Лоренца на движущиеся электроны можно наблюдать, поднося электромагнит (или постоянный магнит) к электронно-лучевой трубке. Меняя ток в электромагните, можно заметить, что отклонение электронного луча растет с увеличением модуля вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  поля. При изменении направления тока в электромагните отклонение луча происходит в противоположную сторону.

Зависимость силы Лоренца от угла  $\alpha$  между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  можно обнаружить, наблюдая смещение электронного луча при изменении угла между осью магнита и осью электронной трубки.

### Сила Лоренца не совершает работы

*Так как сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы, то она не совершает работы. Согласно теореме о кинетической энергии это означает, что сила Лоренца не меняет кинетическую энергию частицы и, следовательно, модуль ее скорости. Под действием силы Лоренца меняется лишь направление движения частицы.*

Возникает естественный вопрос: почему же совершает работу электродвигатель? Ведь проводники обмотки якоря приводятся в движение магнитной силой. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

На рисунке 4.48 изображен один из проводников якоря электродвигателя в магнитном поле. Вектор магнитной индукции поля перпендикулярен плоскости чертежа и направлен от нас. По проводнику течет ток сверху вниз. Электроны движутся снизу вверх со скоростью  $\vec{v}_1$  относительно проводника. Сам про-

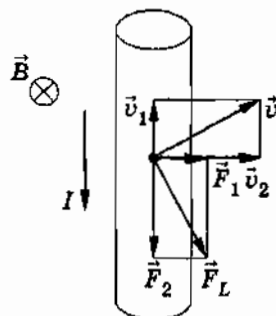


Рис. 4.48

водник движется слева направо со скоростью  $\vec{v}_2$ . Результирующая скорость  $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$  направлена под углом к проводнику. Сила Лоренца  $\vec{F}_L$  перпендикулярна скорости  $\vec{v}$ , и ее работа равна нулю. Разложим эту силу на составляющие  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_1$ , направленные вдоль проводника и перпендикулярно ему:  $\vec{F}_L = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ . При этом

$$\vec{F}_1 = q\vec{v}_1 \times \vec{B} \text{ и } \vec{F}_2 = q\vec{v}_2 \times \vec{B}. \quad (4.9.7)$$

Работа силы Лоренца  $\vec{F}_L$  в единицу времени (мощность) равна скалярному произведению  $\vec{F}_L \cdot \vec{v}$ :

$$\begin{aligned} N &= \vec{F}_L \cdot \vec{v} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \cdot (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) = \\ &= q\vec{v}_1 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_1 + q\vec{v}_1 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_2 + q\vec{v}_2 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_1 + q\vec{v}_2 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_2. \end{aligned} \quad (4.9.8)$$

Так как  $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_1 \times \vec{B}$  и  $\vec{v}_2 \perp \vec{v}_2 \times \vec{B}$ , то первый и последний члены уравнения (4.9.8) равны нулю. Полная работа силы Лоренца в единицу времени (мощность) равна:

$$N = q\vec{v}_1 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_2 + q\vec{v}_2 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_1 = N_1 + N_2. \quad (4.9.9)$$

Мощность  $N_1 = q\vec{v}_1 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_2 = \vec{F}_1 \cdot \vec{v}_2$  положительна, так как векторы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{v}_2$  направлены одинаково (см. рис. 4.48). Так как  $\vec{v}_1 \perp \vec{B}$  и  $\vec{v}_1 \perp \vec{F}_1$ , то

$$N_1 = qBv_1v_2. \quad (4.9.10)$$

Такую положительную работу совершает в единицу времени магнитное поле по перемещению проводника в целом. Это и есть та работа, которую совершает электродвигатель.

Мощность  $N_2 = q\vec{v}_2 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_1 = \vec{F}_2 \cdot \vec{v}_1$  отрицательна, так как векторы  $\vec{F}_2$  и  $\vec{v}_1$  направлены в противоположные стороны. Из-за того что  $\vec{v}_1 \perp \vec{B}$  и  $\vec{v}_2 \perp \vec{F}_2$ ,

$$N_2 = -qBv_1v_2. \quad (4.9.11)$$

Эту отрицательную работу совершает в единицу времени магнитное поле по торможению электронов в проводнике.

Положительная работа силы  $\vec{F}_1$  равна по модулю отрицательной работе силы  $\vec{F}_2$ , и именно потому полная работа силы Лоренца равна нулю.

Электроны движутся в проводнике без торможения за счет работы источника. Именно источник ЭДС поставляет энергию, необходимую для работы электродвигателя.

*На движущуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля действует сила Лоренца. Эта сила перпендикулярна скорости и не совершает работы.*

#### § 4.10. ПРИМЕНЕНИЕ СИЛЫ ЛОРЕНЦА. ЦИКЛИЧЕСКИЙ УСКОРИТЕЛЬ

*Действие магнитного поля на движущиеся заряды широко используется в современной технике и играет важную роль в природе. Приведем некоторые примеры.*

##### Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле

Наиболее простой случай движения заряженной частицы в магнитном поле — это движение в однородном магнитном поле с магнитной индукцией, перпендикулярной начальной скорости частицы (рис. 4.49). Рассмотрим это движение количественно.

Так как магнитное поле не меняет модуля скорости, то остается неизменным и модуль силы Лоренца. Эта сила перпендикулярна скорости и, следовательно, определяет центростремительное ускорение частицы. Неизменность по модулю центростремительного ускорения частицы, движущейся с постоянной по модулю скоростью, означает, что радиус кривизны  $R$  плоской траектории частицы постоянен. Частица равномерно

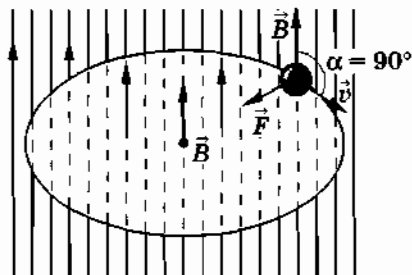


Рис. 4.49

движется по окружности радиусом  $R$ . Определим этот радиус. Согласно второму закону Ньютона

$$\frac{mv^2}{R} = qvB. \quad (4.10.1)$$

Отсюда

$$R = \frac{mv}{qB}. \quad (4.10.2)$$

Следовательно, измерив  $R$  при известных  $v$  и  $B$ , мы можем определить удельный заряд  $\frac{q}{m} = \frac{v}{BR}$  различных частиц.

### Масс-спектрограф

С помощью магнитного поля можно разделять заряженные частицы по их удельным зарядам. Одновременно можно точно определять массы частиц. Разделение частиц осуществляется в приборах, называемых **м а с с - с п е к т р о г р а ф а м и**.

На рисунке 4.50 изображена принципиальная схема простейшего масс-спектрографа. Вакуумная камера прибора помещена в магнитное поле (вектор индукции  $\vec{B}$  перпендикулярен рисунку). Ускоренные электрическим полем заряженные частицы (электроны или ионы), описав дугу, попадают на фотопластинку, где оставляют след, позволяющий с большой точностью измерить радиус траектории  $R$ . По этому радиусу определяется удельный заряд иона. Зная же заряд иона, легко определить его массу.

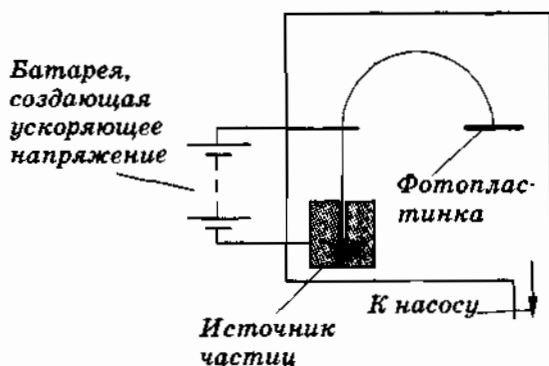


Рис. 4.50

## Циклотрон

Покажем, используя формулу (4.10.2), что время прохождения данной частицей полуокружности не зависит от радиуса полуокружности и от скорости частицы. В самом деле,

$$\Delta t = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi m}{qB},$$

т. е.  $\Delta t$  зависит только от свойств частицы и индукции поля.

Этот факт используется в циклотроне для ускорения заряженных частиц сравнительно небольшим электрическим полем в течение ряда циклов.

Циклотрон устроен следующим образом. Два электрода специальной формы — дуанты (напоминают полый цилиндр с крышками, разрезанный вдоль оси) находятся в камере, где поддерживается вакуум (рис. 4.51). Дуанты помещают между полюсами сильного магнита, и к ним подводится переменная разность потенциалов. В центре камеры между дуантами располагают источник заряженных частиц. В тот момент, когда между дуантами существует высокая разность потенциалов, электрическое поле в промежутке между ними ускоряет заряженные частицы.

Ускоренные частицы влетают во внутреннюю часть дуанта, где электрическое поле практически отсутствует. Двигаясь под действием силы Лоренца по окружности, заряженные час-

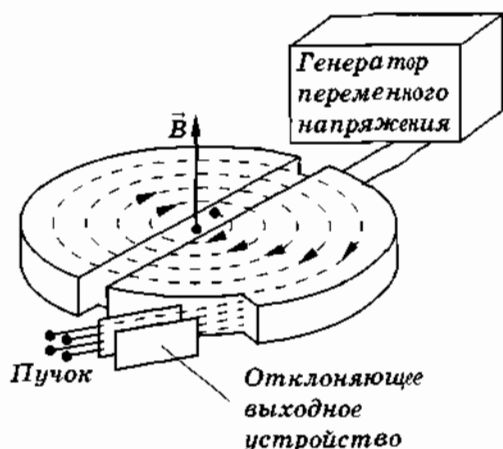


Рис. 4.51





Рис. 4.52

тицы через половину оборота снова появляются в щели между дуантами. Те из частиц, которые двигались с подходящей скоростью, пройдут через щель как раз в тот момент (через половину периода изменения приложенного к дуантам напряжения), когда там электрическое поле успеет сменить свое направление на противоположное. Такие частицы снова ускоряются, описывают внутри другого дуанта полуокружность еще большего радиуса и снова в надлежащий момент подходят к ускоряющему промежутку и т. д.; но время прохождения полуокружности остается неизменным, так как оно не зависит от скорости частицы. Остальные частицы ускоряются плохо или совсем не ускоряются. «Благоприятные» частицы описывают внутри циклотрона длинную многовитковую спираль, состоящую из полуокружностей. С помощью циклотронов протоны (ядра атома водорода) ускоряются до энергий в 10—20 млн эВ.

Циклотроны и другие более мощные ускорители частиц находят широкое применение в ядерной физике и физике элементарных частиц. Изучая столкновения ускоренных частиц с частицами мишени, физики получают возможность исследовать строение микрочастиц, действующие между ними силы, взаимные превращения элементарных частиц. Об этом будет рассказано в дальнейшем.

Еще одно из применений силы Лоренца вам хорошо известно. Это перемещение электронного луча по экрану телевизионных трубок (кинескопов) с помощью магнитного поля, создаваемого особыми катушками (рис. 4.52).

## Магнитный щит Земли

Магнитное поле Земли оказывает существенное влияние на поток заряженных частиц из космоса (космические лучи). Оно образует третий «защитный пояс» наряду с атмосферой и ионосферой. Магнитное поле не подпускает к Земле потоки космических частиц, если только их энергия не слишком велика. Лишь в области магнитных полюсов эти частицы беспрепятственно могут вторгаться в атмосферу. На большой высоте магнитное поле невелико, но захватывает громадные области пространства. Действуя на заряженную частицу длительное время, оно существенно изменяет ее траекторию. Вместо прямой линии получается спираль, навивающаяся на линии индукции поля (рис. 4.53). Иногда, правда, если скорость частицы велика, то она не успевает сделать даже одного витка и тогда можно говорить лишь об искривлении траектории.

На летящую вдоль линии индукции частицу сила Лоренца не действует. Вот почему частицы свободно могут приближаться к полюсам, откуда веером расходятся линии магнитной индукции.

Кроме того, магнитное поле Земли удерживает на большой высоте заряженные частицы не слишком больших энергий. Эти ореолы частиц, окружающие земной шар, называются радиационными поясами.

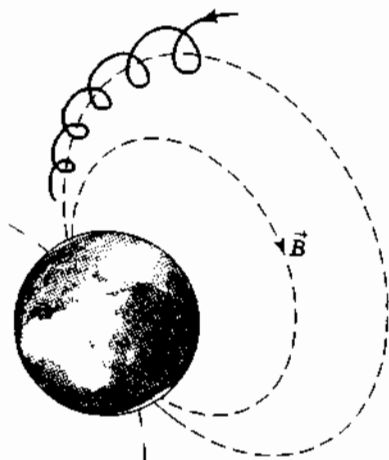


Рис. 4.53

Большое влияние оказывает магнитное поле на движение заряженных частиц в космическом пространстве, частиц на поверхности Солнца и других звезд.

*Сила Лоренца используется для расчета движения заряженных частиц в околоземном пространстве, в кинескопах телевизоров, ускорителях элементарных частиц и во многих других устройствах.*

- ? Магнитное поле действует только на движущиеся заряды. Поэтому в системе отсчета, движущейся вместе с электронами проводника, магнитная сила на электроны действовать не будет. Как же с точки зрения этой системы отсчета объяснить появление силы, действующей на проводник?

#### § 4.11. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач по теме «Магнитное поле тока» надо уметь применять закон Био—Савара—Лапласа (4.7.8), закон Ампера (4.7.9), выражения для силы взаимодействия двух параллельных токов (4.6.3) и силы Лоренца (4.9.4). Надо также знать формулу (4.3.1), определяющую модуль магнитной индукции, принцип суперпозиции магнитных полей (4.3.2), формулу для магнитной индукции поля прямого тока (4.7.10), значение магнитной постоянной (4.7.6).

Необходимо уметь, используя векторную запись законов Ампера и Био—Савара—Лапласа, определять направление силы, действующей на элемент проводника с током, при заданных направлениях тока и магнитной индукции, и направление магнитной индукции, созданной элементом тока. Нужно уметь также определять направление силы Лоренца.

##### Задача 1

Сила тока в кольце радиусом  $R$  равна  $I$ . Определите индукцию магнитного поля в произвольной точке, лежащей на перпендикуляре, восставленном к плоскости кольца из его центра.

**Решение.** Пусть  $OA$  — перпендикуляр к плоскости кольца, проходящий через его центр  $O$  (рис. 4.54,  $a$ ). Определим магнитную индукцию в точке  $A$ , отстоящей на расстоянии  $d$  от контура ( $OA = d$ ). Расстояние элементов тока кольца  $\Delta l$  от точки  $A$  обозначим через  $r$ .

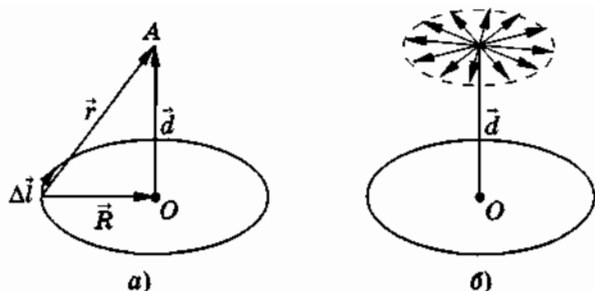


Рис. 4.54

Согласно закону Био—Савара—Лапласа (4.5.4) элемент тока  $\Delta \vec{l}$  создает в точке  $A$  магнитную индукцию

$$\Delta \vec{B} = k_1 \frac{I \Delta \vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (4.11.1)$$

Так как  $\vec{r} = \vec{R} + \vec{d}$  (см. рис. 4.54, а), то

$$\Delta \vec{B} = k_1 \frac{I}{r^3} (\Delta \vec{l} \times \vec{R} + \Delta \vec{l} \times \vec{d}). \quad (4.11.2)$$

Для нахождения индукции  $\vec{B}$  магнитного поля, созданного кольцом с током, надо просуммировать векторы  $\Delta \vec{B}_i$ , создаваемые отдельными элементами тока  $\Delta \vec{l}_i$ :

$$\vec{B} = \sum_l \Delta \vec{B}_i = k_1 \frac{I}{r^3} \left( \Delta \vec{l}_i \times \vec{R} + \sum_l \Delta \vec{l}_i \times \vec{d} \right). \quad (4.11.3)$$

Все векторы  $\Delta \vec{l}_i \times \vec{R}$  направлены вниз, поэтому их сумма находится простым сложением:

$$\left| \sum_l \Delta \vec{l}_i \times \vec{R} \right| = 2\pi R \cdot R = 2\pi R^2. \quad (4.11.4)$$

При нахождении суммы  $\sum_l \Delta \vec{l}_i \times \vec{d}$  приходится складывать равные по модулю, но радиально расходящиеся векторы (рис. 4.54, б). Сумма таких векторов равна нулю:

$$\sum_l \Delta \vec{l}_i \times \vec{d} = 0. \quad (4.11.5)$$

Подставляя значения (4.11.4) и (4.11.5) в выражение (4.11.3), получим:

$$B = k_1 \frac{I}{r^3} \cdot 2\pi R^2. \quad (4.11.6)$$

Так как  $k_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}$ , а  $r = (R^2 + d^2)^{1/2}$ , то

$$B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + d^2)^{3/2}}.$$

## Задача 2

Вдоль клина с углом  $\alpha$  при основании проложены рельсы, расстояние между которыми  $l$ . По рельсам с трением (коэффициент трения равен  $\mu$ ) скользит проводящий брусок массой  $m$ . Какой ток  $I$  следует пропустить через брусок, чтобы он не скользил вниз, если вся система находится в магнитном поле, индукция  $\vec{B}$  которого направлена вертикально?

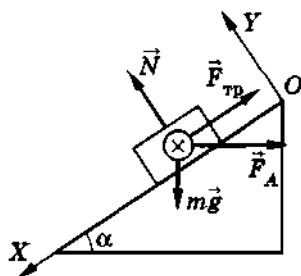


Рис. 4.55

**Решение.** На брусок действуют сила тяжести  $m\vec{g}$ , сила реакции рельсов  $\vec{N}$ , сила трения  $\vec{F}_{\text{тр}}$ . При создании тока через брусок добавляется сила Ампера  $\vec{F}_A$  (рис. 4.55). Брусок не будет скользить вниз, если

$$F_{\text{тр}} + F_A \cos \alpha \geq mg \sin \alpha.$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N_1, \text{ где } N_1 = mg \cos \alpha + F_A \sin \alpha.$$

Следовательно,

$$\mu mg \cos \alpha + \mu F_A \sin \alpha + F_A \cos \alpha \geq mg \sin \alpha.$$

Отсюда

$$F_A \geq \frac{mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha}.$$

Поскольку  $F_A = BI$ , то

$$I \geq \frac{mg}{Bl} \cdot \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha}.$$

Проанализируйте самостоятельно, при какой силе тока брусок не будет скользить вверх.

### Задача 3

Альфа-частица (заряд  $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$  Кл, масса  $m = 6,7 \times 10^{-27}$  кг) начинает двигаться со скоростью  $v = 4000$  км/с в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,15$  Тл. Начальная скорость частицы составляет с вектором  $\vec{B}$  угол  $\alpha = 60^\circ$ . Покажите, что траектория  $\alpha$  частицы представляет собой винтовую линию. Каковы радиус и шаг этой винтовой линии?

**Решение.** Вектор  $\vec{v}$  скорости  $\alpha$  частицы можно представить как сумму двух векторов, из которых  $\vec{v}_1 \perp \vec{B}$ , а  $\vec{v}_2 \parallel \vec{B}$  (рис. 4.56). Вектор  $\vec{v}_2$  не меняется ни по модулю, ни по направлению, так как сила Лоренца не действует на частицу, имеющую скорость вдоль поля (вдоль вектора  $\vec{B}$ ). Вектор  $\vec{v}_1$  меняется по направлению, так как на  $\alpha$ -частицу действует сила Лоренца, постоянная по модулю и перпендикулярная скорости  $\vec{v}_1$ . Эта сила сообщает  $\alpha$ -частице постоянное по модулю ускорение, тоже перпендикулярное вектору  $\vec{v}_1$ . Но движение с постоянной по модулю скоростью и ускорением, перпендикулярным этой скорости, есть равномерное движение по окружности.

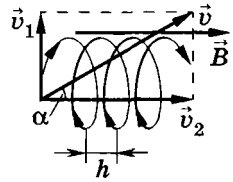


Рис. 4.56

Таким образом, на равномерное движение вдоль линии индукции накладывается движение по окружности в плоскости, перпендикулярной вектору  $\vec{B}$ . А это значит, что частица движется по винтовой линии с шагом  $h = v_2 \tau$ , где  $\tau$  — время одного оборота  $\alpha$ -частицы по окружности, радиус которой, согласно формуле (4.10.2), равен:

$$R = \frac{mv_1}{qB} = \frac{mv}{qB} \sin \alpha = 0,48 \text{ м.}$$

Так как

$$\tau = \frac{2\pi R}{v_1} = \frac{2\pi m}{Bq}, \text{ а } v_2 = v \cos \alpha, \text{ то}$$

$$h = \frac{2\pi m v}{Bq} \cos \alpha = 1,7 \text{ м.}$$

#### Задача 4

Незаряженный металлический брусок представляет собой прямоугольный параллелепипед с ребрами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ( $a \gg c$ ;  $b \gg c$ ). Брусок движется в магнитном поле в направлении, параллельном ребру  $a$ , со скоростью  $\vec{v}$ . Индукция магнитного поля  $\vec{B}$  перпендикулярна основанию бруска со сторонами  $a$  и  $c$  (рис. 4.57). Определите напряженность электрического поля в бруске и плотность электрических зарядов на боковых гранях параллелепипеда, образованных ребрами  $c$  и  $b$ .

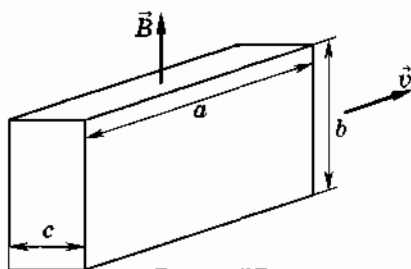


Рис. 4.57

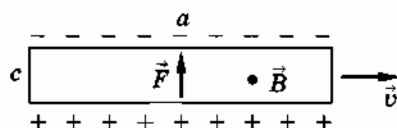


Рис. 4.58

**Решение.** Сила Лоренца действует на свободные электроны, так как они движутся вместе с бруском в магнитном поле. Эта сила ( $\vec{F}$ ) направлена, как показано на рисунке 4.58. Электроны относительно решетки смещаются, и одна грань параллелепипеда заряжается отрицательно, а другая — положительно. В бруске возникает электрическое поле. Когда кулоновская сила уравнивается силой Лоренца ( $eE = Bev$ ), то перемещение электронов относительно решетки прекратится. Искомая напряженность  $E = Bv$ .

Плотность зарядов  $\sigma$  находим из соотношения  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ . Следовательно,

$$\sigma = \epsilon_0 Bv.$$

#### Задача 5

Используя формулу  $B = \mu_0 \frac{1}{2\pi d}$ , покажите, что циркуляция

вектора магнитной индукции вдоль контура, охватывающего проводник с током, равна произведению магнитной постоянной  $\mu_0$  на силу тока  $I$  в проводнике.

Циркуляцией вектора магнитной индукции вдоль замкнутого контура называется сумма

$$\sum_l \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i,$$

где  $\Delta \vec{l}_i$  — элемент контура, а  $\vec{B}_i$  — вектор магнитной индукции в соответствующей точке контура (рис. 4.59).

**Решение.** Выберем замкнутый контур в виде окружности радиусом  $d$ , через центр которой проходит перпендикулярно плоскости окружности данный проводник. Тогда индукция во всех точках контура одинакова по модулю и направлена по касательной к окружности. Это ясно из соображений симметрии и вытекает из закона Био—Савара—Лапласа. Поэтому скалярные произведения  $\vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i$  равны  $B \Delta l_i$  и

$$\sum_l \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = B \sum_l \Delta l_i = B \cdot 2\pi d.$$

Учитывая, что

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi d},$$

окончательно получим:

$$\sum_l \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = \mu_0 I. \quad (4.11.7)$$

Можно доказать, что в самом общем случае циркуляция вектора индукции магнитного поля по замкнутому контуру равна магнитной постоянной  $\mu_0$ , умноженной на алгебраическую сумму сил токов, охватываемых этим контуром:

$$\sum_l \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = \mu_0 \sum_{n=1}^N I_n. \quad (4.11.8)$$

Эта формула является математическим выражением теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции.

Знак силы тока  $I_n$  определяется по ранее установленным правилам (см. гл. 2). Положительное направление тока связывают с направлением обхода контура правилом правого винта (буравчика).

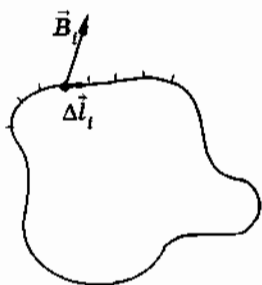


Рис. 4.59



Каждый ток считается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Для системы токов, изображенных на рисунке 4.60,

$$\sum_n I_n = I_1 + 2I_2 + 0 \cdot I_3 - I_4.$$

### Задача 6

Вычислите индукцию магнитного поля: а) внутри кольцевой катушки с током; б) внутри цилиндрической катушки.

**Решение.** а) На рисунке 4.61 изображена кольцевая катушка (тороид), имеющая  $w$  витков, которые распределены равномерно. Проведем контур в виде окружности радиусом  $R$ , совпадающей со средней линией магнитной индукции катушки ( $R_2 < R < R_1$ ). Запишем для этого контура теорему о циркуляции вектора магнитной индукции:

$$\sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = \mu_0 \sum_n I_n,$$

при этом

$$\sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = B \cdot 2\pi R = Bl, \text{ а } \sum_n I_n = Iw,$$

где  $I$  — сила тока в катушке.

Тогда

$$Bl = \mu_0 Iw,$$

откуда

$$B = \mu_0 \frac{Iw}{l}. \quad (4.11.9)$$

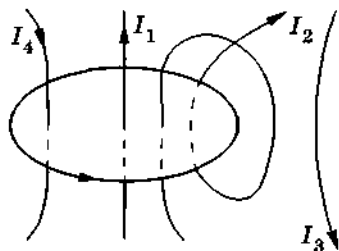


Рис. 4.60

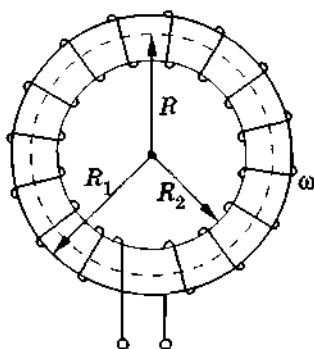


Рис. 4.61

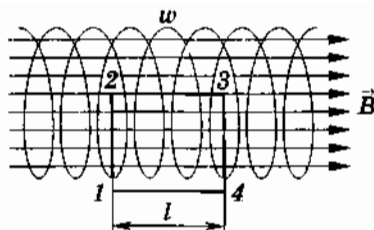


Рис. 4.62

б) На рисунке 4.62 изображена цилиндрическая катушка (соленоид), длина  $L$  которой во много раз больше диаметра  $D$  его витков. Такой соленоид можно практически считать бесконечно длинным. Магнитное поле такого соленоида целиком сосредоточено внутри него. Вне соленоида  $\vec{B} = 0$ . Внутри соленоида поле однородно и линии индукции параллельны его оси.

Для вычисления магнитной индукции внутри соленоида выделим на оси участок длиной  $l$ , на котором расположено  $w$  витков, и проведем контур  $1-2-3-4-1$  (см. рис. 4.62).

Применяя теорему о циркуляции к этому контуру, получим:

$$\sum_1^2 \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i + \sum_2^3 \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i + \sum_3^4 \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i + \sum_4^1 \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = \mu_0 I w.$$

На участках  $1-2$  и  $3-4$  элементы контура перпендикулярны линиям индукции, поэтому первое и третье слагаемые равны нулю. На участке  $4-1$   $\vec{B} = 0$ , следовательно, и четвертое слагаемое тоже равно нулю. Остается второе слагаемое

$$\sum_2^3 \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = B \sum_2^3 \Delta l_i = Bl.$$

Следовательно,

$$Bl = \mu_0 I w.$$

Отсюда

$$B = \frac{\mu_0 I w}{l}. \quad (4.11.10)$$

Формула (4.11.10) справедлива для достаточно длинного соленоида ( $D \ll L$ ) вдали от его краев. При приближении к концам соленоида линии индукции начинают расходиться и значение модуля вектора  $\vec{B}$  уменьшается.

## Упражнение 8

1. Проволочное кольцо с током находится в однородном магнитном поле, индукция которого  $B = 0,01$  Тл. Сила тока в кольце  $I = 0,5$  А. Радиус кольца  $R = 2$  см. Какой максимальный момент сил может действовать на кольцо со стороны магнитного поля?
2. По контуру в виде окружности радиусом  $R$  течет ток. Определите индукцию магнитного поля в центре этой окружности, если сила тока равна  $I$ .
3. По бесконечно длинному проводнику  $ABC$ , изогнутому под прямым углом (рис. 4.63), течет ток  $I$ . Во сколько раз изменится индукция магнитного поля в точке  $M$ , если в точке  $B$  присоединить бесконечно длинный прямой провод  $BD$  так, чтобы ток  $I$  разветвлялся в точке  $B$  на две равные части, а ток в проводнике  $AB$  оставался прежним?
4. По проводнику, расположенному в одной плоскости (рис. 4.64), течет ток. Найдите индукцию магнитного поля в произвольной точке линии  $AB$ , являющейся осью симметрии проводника.
5. Шины постоянного тока расположены на расстоянии  $a = 200$  мм друг от друга. Определите индукцию магнитного поля в точках, находящихся на середине расстояния между шинами, если сила тока в них по модулю одинакова и равна  $I = 500$  А. Рассмотрите случаи, когда токи: а) сонаправлены; б) противоположно направлены.
6. Медный проводник кругового сечения диаметром  $D = 2$  мм свободно лежит на двух опорах (рис. 4.65), служащих одновременно контактными поверхностями, через которые

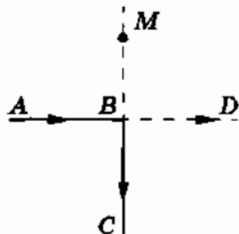


Рис. 4.63

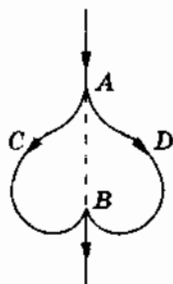


Рис. 4.64

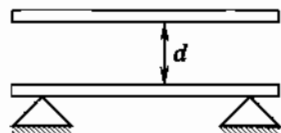


Рис. 4.65

он включен в цепь источника тока с ЭДС  $\mathcal{E} = 12$  В. Сопротивление цепи (включая и проводник)  $R = 0,24$  Ом. Какой ток  $I$  следует пропустить через другой проводник, расположенный параллельно над первым в одной вертикальной с ним плоскости для того, чтобы первый проводник приподнялся? Расстояние между проводниками  $d = 20$  мм. Плотность меди  $\rho = 8900$  кг/м<sup>3</sup>.

7. Под длинной горизонтальной шиной на двух одинаковых пружинах (жесткость каждой равна  $k$ ) подвешен провод длиной  $l$ . Когда в шине и проводе токи отсутствуют, расстояние между ними равно  $h$ . Найдите расстояние между шиной и проводом, если по шине течет ток  $I$ , а по проводу —  $i$ . Провод не может выйти из вертикальной плоскости.
8. В однородном магнитном поле на тонких вертикальных проволочках одинаковой длины горизонтально подвешен прямолинейный проводник массой  $m = 10$  г и длиной  $l = 30$  см. Индукция поля  $B = 0,25$  Тл и направлена вертикально. Сила тока в проводнике  $I = 2$  А. На какой угол  $\alpha$  от вертикали отклоняются проволочки, поддерживающие проводник? Массами проволочек пренебречь.
9. Квадратная рамка с током помещена в однородное магнитное поле, индукция которого направлена вертикально. Рамка может вращаться вокруг горизонтальной стороны. Когда сила тока в рамке  $I = 5$  А, рамка отклоняется от вертикальной плоскости на угол  $\alpha = 30^\circ$ . Площадь сечения проволоки рамки  $S = 4$  мм<sup>2</sup>, а плотность материала провода  $\rho = 8,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Определите индукцию магнитного поля.
10. Определите силу, с которой действует бесконечно длинный прямой провод на прямоугольный контур, расположенный в плоскости провода (рис. 4.66). Сила тока в проводе  $I$ , а в контуре —  $I_1$ . Стороны контура  $AD$  и  $BC$  имеют длину  $a$  и расположены параллельно проводу. Расстояние от  $AD$  до провода равно  $x$ . Длина сторон  $AB = DC = h$ . Направления токов указаны на рисунке стрелками.

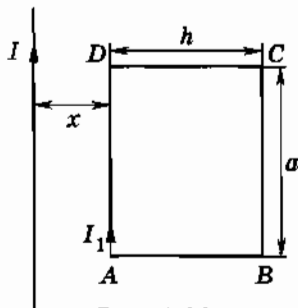


Рис. 4.66

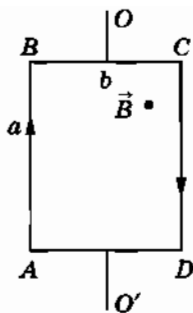


Рис. 4.67

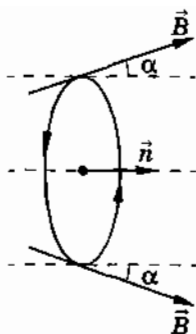


Рис. 4.68

11. Прямоугольный контур  $ABCD$ , стороны которого имеют длину  $a$  и  $b$ , находится в однородном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  и может вращаться вокруг оси  $OO'$  (рис. 4.67). По контуру течет ток  $I$ . Определите работу, совершенную магнитным полем при повороте контура на  $180^\circ$ , если вначале плоскость контура была перпендикулярна вектору индукции магнитного поля (см. рис. 4.67).
12. Проволочное кольцо радиусом  $R$  находится в неоднородном магнитном поле, линии индукции которого в точках пересечения с кольцом образуют угол  $\alpha = 10^\circ$  с нормалью к плоскости кольца (рис. 4.68). Индукция магнитного поля, действующего на кольцо, равна  $B$ . По кольцу течет ток  $I$ . С какой силой магнитное поле действует на кольцо?
13. Горизонтальные рельсы находятся на расстоянии  $l$  друг от друга. Перпендикулярно рельсам лежит стержень, масса которого  $m$ . По стержню течет ток  $I$ . Коэффициент трения стержня о рельсы  $\mu$ . При каком минимальном значении индукции магнитного поля  $B$  стержень начнет двигаться? Какой угол  $\alpha$  с вертикалью будет составлять при этом вектор  $B$ ?
14. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью  $v_0 = 2 \cdot 10^7$  м/с. Длина конденсатора  $l = 10$  см, напряженность электрического поля конденсатора  $E = 200$  В/см. При вылете из конденсатора электрон попадает в магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны силовым линиям электрического поля. Индукция магнитного поля  $B = 2 \cdot 10^{-2}$  Тл. Найдите радиус винтовой траектории электрона в магнитном поле.

15. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 4$  мТл перпендикулярно линиям индукции. Найдите частоту  $n$  обращения электрона. Удельный заряд электрона равен  $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг.
16. В пространстве, где существуют одновременно однородные и постоянные электрическое и магнитное поля, по прямолинейной траектории со скоростью  $\vec{v}$  движется протон. Известно, что напряженность электрического поля равна  $\vec{E}$ . Какова индукция  $\vec{B}$  магнитного поля?
17. По металлической ленте шириной  $MN = a$  течет ток  $I$ . Лента помещена в магнитное поле, индукция которого равна  $B$  и перпендикулярна ленте (рис. 4.69). Определите разность потенциалов между точками  $M$  и  $N$  ленты. Площадь поперечного сечения ленты  $S$ , а концентрация свободных электронов в ней  $n$ .
18. Сила тока в проволочном кольце радиусом  $R$ , подвешенном на двух гибких проводниках, равна  $I$ . Линии индукции горизонтальны. С какой силой растянуто кольцо, если модуль магнитной индукции равен  $B$ ?
19. В центре длинного соленоида находится короткая катушка, состоящая из  $w_1$  витков и имеющая площадь поперечного сечения  $S$ . Ось этой катушки перпендикулярна оси длинного соленоида и направлена вертикально. Внутренняя катушка укреплена на одном конце коромысла весов, которые в отсутствие тока находятся в равновесии. Когда через обе катушки пропускают один и тот же ток  $I$ , то для уравнивания весов на правое плечо коромысла (рис. 4.70) приходится добавить груз массой  $m$ . Длина правого плеча коромысла  $L$ . Определите силу тока, если соленоид имеет длину  $l$  и состоит из  $w_2$  витков.

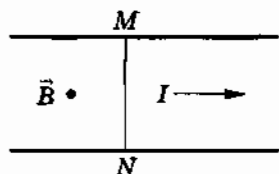


Рис. 4.69

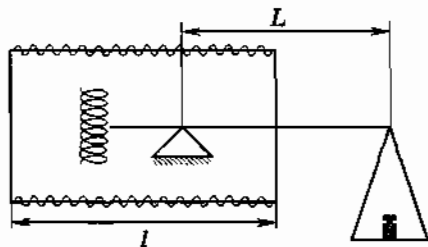


Рис. 4.70

20. Определите индукцию  $\vec{B}$  магнитного поля в произвольной точке внутри длинного толстого прямого проводника (радиус окружности сечения  $R$ ). По проводнику течет ток плотностью  $j$ .

21. Определите индукцию магнитного поля в произвольной точке внутри длинной цилиндрической полости, вырезанной параллельно оси проводника (рис. 4.71). По проводнику течет ток плотностью  $j$ . Расстояние между осями проводника и полости равно  $d$ .

22. По бесконечной прямолинейной тонкостенной трубе течет ток  $I$ . Определите индукцию магнитного поля в произвольной точке внутри трубы.

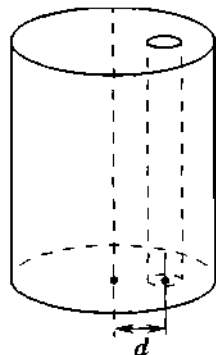


Рис. 4.71

## Глава 5

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

*До сих пор мы рассматривали электрические и магнитные поля, не изменяющиеся с течением времени. Было выяснено, что электростатическое поле создается неподвижными заряженными частицами, а магнитное поле — движущимися, т. е. электрическим током. Перейдем к знакомству с электрическим и магнитным полями, которые меняются со временем.*

*Самый важный факт, который удалось обнаружить, — это теснейшая взаимосвязь между электрическим и магнитным полями. Изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле, а изменяющееся электрическое поле порождает магнитное. Без этой связи между полями разнообразие проявлений электромагнитных сил не было бы столь обширным, какое оно есть на самом деле. Не существовало бы ни радиоволн, ни света.*

#### § 5.1. ОТКРЫТИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

*В 1821 г. Майкл Фарадей записал в своем дневнике: «Превратить магнетизм в электричество». Через 10 лет эта задача была им решена.*

#### Открытие Фарадея

Не случайно первый и самый важный шаг в открытии новых свойств электромагнитных взаимодействий был сделан



основоположником представлений об электромагнитном поле — Фарадеем. Фарадей был уверен в единой природе электрических и магнитных явлений. Вскоре после открытия Эрстеда он писал: «...представляется весьма необычным, чтобы, с одной стороны, всякий электрический ток сопровождался магнитным действием соответствующей интенсивности, направленным под прямым углом к току, и чтобы в то же время в хороших проводниках электричества, помещенных в сферу этого действия, совсем не индуцировался ток, не возникало какое-либо ощутимое действие, эквивалентное по силе такому току». Упорный труд в течение десяти лет и вера в успех привели Фарадея к открытию, которое впоследствии легло в основу устройства генераторов всех электростанций мира, превращающих механическую энергию в энергию электрического тока. (Источники, работающие на других принципах: гальванические элементы, аккумуляторы, термо- и фотоэлементы — дают ничтожную долю вырабатываемой электрической энергии.)

Долгое время взаимосвязь электрических и магнитных явлений обнаружить не удавалось. Трудно было додуматься до главного: только меняющееся во времени магнитное поле может возбудить электрический ток в неподвижной катушке или же сама катушка должна двигаться в магнитном поле.

Открытие электромагнитной индукции, как назвал Фарадей это явление, было сделано 29 августа 1831 г. Редкий случай, когда столь точно известна дата нового замечательного открытия. Вот краткое описание первого опыта, данное самим Фарадеем.

«На широкую деревянную катушку была намотана медная проволока длиной в 203 фута<sup>1</sup>, и между витками ее намотана проволока такой же длины, но изолированная от первой хлопчатобумажной нитью. Одна из этих спиралей была соединена с гальванометром, а другая — с сильной батареей, состоящей из 100 пар пластин... При замыкании цепи удалось заметить внезапное, но чрезвычайно слабое действие на гальванометр, и то же самое замечалось при прекращении тока. При непрерывном же прохождении тока через одну из спиралей не удавалось отметить ни действия на гальванометр, ни вообще какого-либо индукционного действия на другую спираль, несмо-

---

<sup>1</sup> Фут равен 304,8 мм.

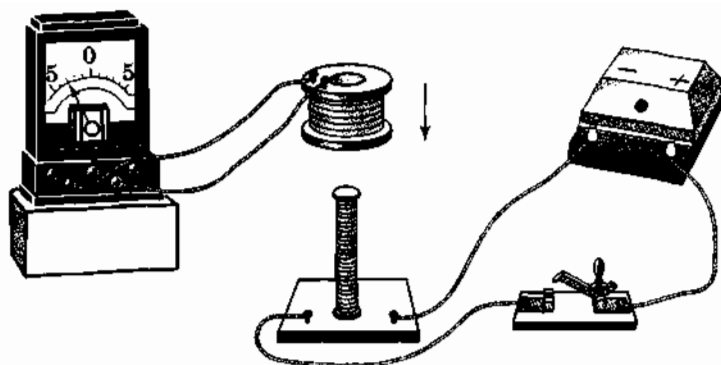


Рис. 5.1

тра на то что нагревание всей спирали, соединенной с батареей, и яркость искры, проскакивающей между углями, свидетельствовали о мощности батареи».

Итак, первоначально была открыта индукция в неподвижных друг относительно друга проводниках при замыкании и размыкании цепи. Затем, ясно понимая, что сближение или удаление проводников с током должно приводить к тому же результату, что и замыкание и размыкание цепи, Фарадей с помощью опытов доказал, что ток возникает при перемещении катушек относительно друг друга (рис. 5.1). Знакомый с трудами Ампера, Фарадей понимал, что магнит — это совокупность маленьких токов, циркулирующих в молекулах. 17 октября, как зарегистрировано в его лабораторном журнале, был обнаружен индукционный ток в катушке во время вдвигания (или выдвигания) магнита (рис. 5.2). В течение одного месяца Фарадей опытным путем открыл все существен-

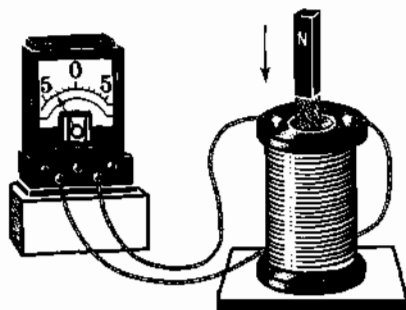


Рис. 5.2

ные особенности явления электромагнитной индукции. Оставалось только придать закону строгую количественную форму и полностью вскрыть физическую природу явления.

Уже сам Фарадей уловил то общее, от чего зависит появление индукционного тока в опытах, которые внешне выглядят по-разному.

В замкнутом проводящем контуре возникает ток при изменении числа линий магнитной индукции, пронизывающих поверхность, ограниченную этим контуром. И чем быстрее меняется число линий магнитной индукции, тем больше возникающий ток. При этом причина изменения числа линий магнитной индукции совершенно безразлична. Это может быть и изменение числа линий магнитной индукции, пронизывающих неподвижный проводник вследствие изменения силы тока в соседней катушке, и изменение числа линий вследствие движения контура в неоднородном магнитном поле, густота линий которого меняется в пространстве (рис. 5.3).

Фарадей не только открыл явление, но и первым сконструировал несовершенную пока еще модель генератора электрического тока, превращающего механическую энергию вращения в ток. Это был массивный медный диск, вращающийся между полюсами сильного магнита (рис. 5.4). Присоединив ось и край диска к гальванометру, Фарадей обнаружил откло-

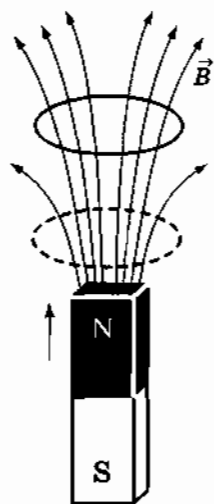


Рис. 5.3

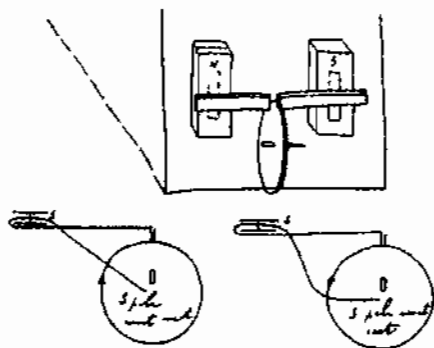


Рис. 5.4

нение стрелки. Ток был, правда, слаб, но найденный принцип позволил впоследствии построить мощные генераторы. Без них электричество и по сей день было бы мало кому доступной роскошью.

*В проводящем замкнутом контуре возникает электрический ток, если контур находится в переменном магнитном поле или движется в постоянном во времени поле так, что число линий магнитной индукции, пронизывающих контур, меняется. Это явление называется электромагнитной индукцией.*

## **§ 5.2. ПРАВИЛО ЛЕНЦА**

*Выясним важный вопрос о направлении индукционного тока.*

### **Направление индукционного тока и сохранение энергии**

Индукционный ток, возникший в проводнике, немедленно начинает взаимодействовать с породившим его током или магнитом. Если магнит (или катушку с током) приближать к замкнутому проводнику, то появляющийся индукционный ток своим магнитным полем обязательно отталкивает магнит (катушку). Для сближения магнита и катушки нужно совершить работу. При удалении магнита возникает притяжение. Это правило выполняется неукоснительно. Представьте себе, что дело обстоит бы иначе: вы подтолкнули магнит к катушке, и он сам собой устремился бы внутрь нее. При этом нарушился бы закон сохранения энергии. Ведь механическая энергия магнита увеличилась бы и одновременно возник бы ток, что само по себе требует затраты энергии, ибо ток тоже может совершать работу. Природа мудро распорядилась направлением индукционного тока, с тем чтобы запасы энергии не изменялись. Индуцированный в якоре генератора электрический ток, взаимодействуя с магнитным полем статора, тормозит вращение якоря. Только поэтому для вращения якоря нужно совершать работу, тем большую, чем больше сила тока. За счет этой работы и возникает индукционный ток.

Интересно отметить, что если бы магнитное поле нашей планеты было очень большим и сильно неоднородным, то бы-

стрые движения проводящих тел на ее поверхности и в атмосфере были бы невозможны из-за интенсивного взаимодействия индуцированного в теле тока с этим полем. Тела двигались бы как в плотной вязкой среде и при этом сильно разогревались бы. Ни самолеты, ни ракеты не могли бы летать. Человек не мог бы быстро двигать ни руками, ни ногами, так как человеческое тело — неплохой проводник.

Если катушка, в которой наводится ток, неподвижна относительно соседней катушки с переменным током, как, например, у трансформатора, то и в этом случае направление индукционного тока диктуется законом сохранения энергии. Этот ток всегда направлен так, что созданное им магнитное поле стремится уменьшить изменения тока в первичной обмотке.

### Правило Ленца

Отталкивание или притяжение магнита катушкой зависит от направления индукционного тока в ней. Поэтому закон сохранения энергии позволяет сформулировать правило, определяющее направление индукционного тока.

В чем состоит различие двух опытов: приближение магнита к катушке и его удаление? В первом случае магнитный поток (или число линий магнитной индукции, пронизывающих витки катушки) увеличивается (рис. 5.5, *а*), а во втором случае — уменьшается (рис. 5.5, *б*). Причем в первом случае линии индукции  $\vec{B}'$  магнитного поля, созданного возникшим в катушке индукционным током, выходят из верхнего конца катушки, так как катушка отталкивает магнит, а во втором случае, наоборот, входят в этот конец. Эти линии магнитной индукции на рисунке 5.5 изображены штрихом.

Теперь мы подошли к главному: при увеличении магнитного потока через витки катушки индукционный ток имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует нарастанию магнитного потока через витки катушки. Ведь вектор индукции  $\vec{B}'$  этого поля направлен против вектора индукции  $\vec{B}$  поля, изменение которого порождает электрический ток. Если же магнитный поток через катушку ослабевает, то индукционный ток создает магнитное поле с индукцией  $\vec{B}'$ , увеличивающее магнитный поток через витки катушки.

В этом состоит сущность общего правила определения направления индукционного тока, которое применимо во всех

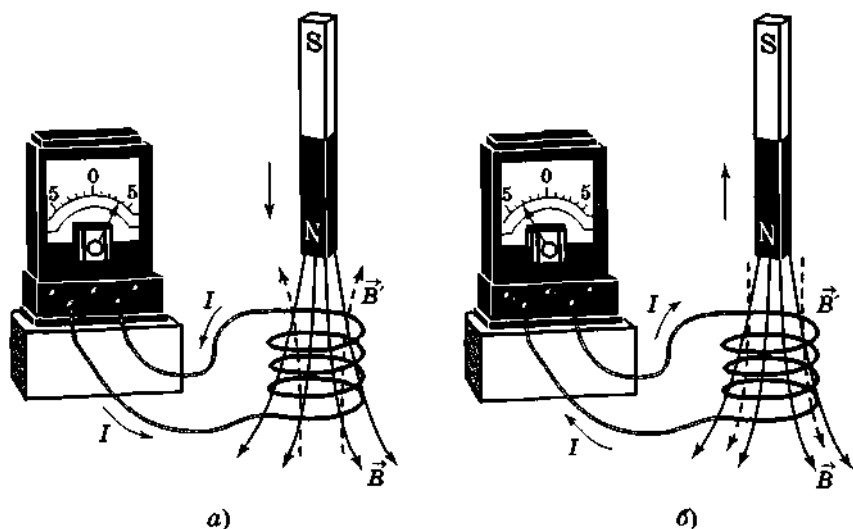


Рис. 5.5

случаях. Это правило было установлено русским физиком Э. Х. Ленцем (1804—1865).

Согласно правилу Ленца возникающий в замкнутом контуре индукционный ток имеет такое направление, что созданный им магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром, стремится препятствовать тому изменению потока, которое порождает данный ток.

В случае сверхпроводников компенсация изменения внешнего магнитного потока будет полной. Поток магнитной индукции через поверхность, ограниченную сверхпроводящим контуром, вообще не меняется со временем ни при каких условиях. Подробнее об этом пойдет речь в дальнейшем.

*Направление индукционного тока определяется законом сохранения энергии. Индукционный ток во всех случаях своим магнитным полем препятствует изменению магнитного потока, вызывающему данный ток.*

### § 5.3. ЗАКОН ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

*Сформулируем закон электромагнитной индукции количественно. опыты Фарадея показали, что сила индукционного тока  $I_i$  в проводящем контуре пропорци-*

ональна скорости изменения числа линий магнитной индукции  $B$ , пронизывающих поверхность, ограниченную этим контуром. Более точно это утверждение можно сформулировать, используя понятие магнитного потока.

Магнитный поток наглядно истолковывается как число линий магнитной индукции (см. § 4.4), пронизывающих поверхность площадью  $S$ . Поэтому скорость изменения этого числа есть не что иное, как скорость изменения магнитного потока.

Если за малое время  $\Delta t$  магнитный поток меняется на  $\Delta\Phi$ , то скорость изменения магнитного потока равна  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ <sup>1</sup>.

Поэтому утверждение, которое вытекает непосредственно из опыта, можно сформулировать так: *сила индукционного тока пропорциональна скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром:*

$$I_i \sim \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (5.3.1)$$

### **ЭДС индукции**

Известно, что в цепи появляется электрический ток в том случае, когда на свободные заряды действуют сторонние силы. Работу этих сил при перемещении единичного положительного заряда вдоль замкнутого контура называют электродвижущей силой. Следовательно, при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, в нем появляются сторонние силы, действие которых характеризуется ЭДС, называемой ЭДС индукции. Обозначим ее буквой  $\mathcal{E}_i$ .

### **Закон электромагнитной индукции**

Закон электромагнитной индукции формулируется именно для ЭДС, а не для силы тока. При такой формулировке закон выражает сущность явления, не зависящую от свойств проводников, в которых возникает индукционный ток. Согласно закону электромагнитной индукции ЭДС индукции в замкну-

---

<sup>1</sup>Здесь в отличие от § 4.4  $\Delta\Phi$  означает изменение потока магнитной индукции со временем.

том контуре равна по модулю скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром<sup>1</sup>:

$$|\mathcal{E}_i| = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|. \quad (5.3.2)$$

Как в законе электромагнитной индукции учесть направление индукционного тока (или знак ЭДС индукции) в соответствии с правилом Ленца?

На рисунке 5.6 изображен замкнутый контур. Будем считать положительным направление обхода контура против часовой стрелки. Нормаль к контуру  $\vec{n}$  образует правый винт с направлением обхода. Знак ЭДС, т. е. удельной работы, зависит от направления сторонних сил по отношению к направлению обхода контура. Если эти направления совпадают, то  $\mathcal{E}_i > 0$  и соответственно  $I_i > 0$ . В противном случае ЭДС и сила тока отрицательны.

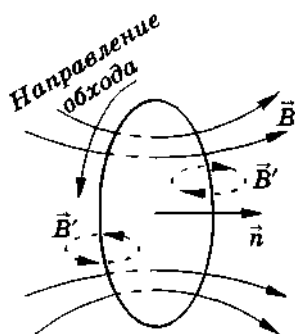


Рис. 5.6

Пусть магнитная индукция  $\vec{B}$  внешнего магнитного поля направлена вдоль нормали к контуру и возрастает со временем. Тогда  $\Phi > 0$  и  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0$ . Согласно правилу Ленца индукционный ток создает магнитный поток  $\Phi' < 0$ . Линии индукции  $B'$  магнитного поля индукционного тока изображены на рисунке 5.6 штрихом. Следовательно, индукционный ток  $I_i$  направлен по часовой стрелке (против положительного направления обхода) и ЭДС индукции отрицательна. Поэтому в законе электромагнитной индукции должен стоять знак минус:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (5.3.3)$$

<sup>1</sup> Опыт непосредственно дает только прямую пропорциональность между  $\mathcal{E}_i$  и  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ . Но в Международной системе единиц, которой мы будем пользоваться в этой главе, коэффициент пропорциональности полагают равным единице.



## Единицы магнитной индукции и магнитного потока

В Международной системе единиц закон электромагнитной индукции используют для установления единицы магнитного потока. Эту единицу называют *вебером* (Вб).

Так как ЭДС индукции  $\mathcal{E}_i$  выражают в вольтах, а время — в секундах, то, согласно выражению (5.3.3), вебер можно определить следующим образом: *магнитный поток через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, равен 1 Вб, если при равномерном убывании этого потока до нуля за 1 с в контуре возникает ЭДС индукции 1 В:*

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ с}.$$

Единицу магнитной индукции *тесла* [см. формулу (3.4.7)] устанавливают на основе соотношения (4.4.1). Если вектор  $\vec{B}$  перпендикулярен поверхности площадью  $S$ , то  $\Phi = BS$ . Тесла равна магнитной индукции, при которой магнитный поток через поперечное сечение площадью  $1 \text{ м}^2$  равен 1 Вб.

$$1 \text{ Тл} = 1 \text{ Вб/м}^2 = 1 \text{ В} \cdot \text{с/м}^2 = 1 \text{ Дж} \cdot \text{с}/(\text{Кл} \cdot \text{м}^2) = 1 \text{ Н}/(\text{А} \cdot \text{м}).$$

*Надо запомнить закон электромагнитной индукции (5.3.3), понимать, что такое ЭДС индукции и магнитный поток.*

## § 5.4. ВИХРЕВОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

*ЭДС индукции возникает либо в неподвижном проводнике, помещенном в изменяющееся во времени магнитное поле, либо в проводнике, движущемся в магнитном поле, которое может не меняться со временем. Значение ЭДС в обоих случаях определяется законом (5.3.3), но происхождение ЭДС различно. Рассмотрим сначала первый случай.*

### Что возникает при изменении магнитного поля?

Пусть перед нами стоит трансформатор — две катушки, надетые на сердечник. Включив первичную обмотку в сеть, мы получим ток во вторичной обмотке, если она замкнута (рис. 5.7). Электроны в проводах вторичной обмотки придут в движение. Но какие силы заставляют их двигаться? Само магнитное поле, пронизывающее катушку, этого сделать не

может, так как магнитное поле действует исключительно на движущиеся заряды (этим-то оно и отличается от электрического), а проводник с находящимися в нем электронами неподвижен<sup>1</sup>.

Что же тогда действует?

Кроме магнитного поля, на заряды, причем как на движущиеся, так и на неподвижные, действует еще поле электрическое. Но ведь те поля, о которых пока шла речь (электростатическое и стационарное), создаются электрическими зарядами, а индукционный ток появляется под действием переменного магнитного поля.

Уж не замешаны ли здесь какие-то новые физические поля, коль скоро идея близкодействия считается неизбежной?

Но не нужно спешить с выводами и при первом же затруднении искать спасения в придумывании новых полей. Ведь у нас нет никаких оснований считать, что все свойства электрического и магнитного полей изучены. В законах Кулона, Био—Савара—Лапласа и Ампера, заключающих в себе основную информацию о свойствах поля, фигурируют постоянные во времени поля.

А что, если у переменных полей появляются новые свойства? Надо надеяться, что идея единства электрических и магнитных явлений, плодотворная до сих пор, не откажет и в дальнейшем.

Тогда останется единственная возможность: нужно предположить, что электроны в неподвижном проводнике приводятся в движение электрическим полем и это поле непосредственно порождается переменным магнитным полем. Тем самым утверждается новое фундаментальное свойство электромагнитного поля: изменяясь во времени, магнитное поле порождает электрическое поле. К этому выводу впервые пришел Дж. Максвелл.

Теперь явление электромагнитной индукции предстает перед нами в новом свете. Главное в нем — это процесс порожде-

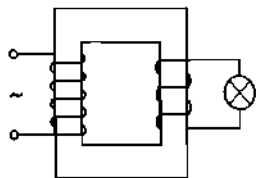


Рис. 5.7

<sup>1</sup> В действительности дело обстоит не так просто. И в неподвижном проводнике электроны совершают беспорядочное тепловое движение. Но средняя скорость такого движения равна нулю. Соответственно и сила тока, вызванного непосредственно магнитным полем, также должна быть равной нулю.

ния магнитным полем поля электрического. При этом наличие проводящего контура, например катушки, не меняет существа дела. Проводник с запасом свободных электронов (или других частиц) лишь помогает обнаружить возникающее электрическое поле. Поле приводит в движение электроны в проводнике и тем самым обнаруживает себя. Сущность явления электромагнитной индукции в неподвижном проводнике состоит не столько в появлении индукционного тока, сколько в возникновении электрического поля, которое приводит в движение электрические заряды.

### Вихревое поле

Электрическое поле, возникающее при изменении магнитного поля, имеет совсем другую структуру, чем электростатическое. Оно не связано непосредственно с электрическими зарядами, и его линии напряженности не могут на них начинаться и кончаться. Они вообще нигде не начинаются и не кончаются, а представляют собой замкнутые линии, подобные линиям индукции магнитного поля. Это так называемое вихревое электрическое поле. Может возникнуть вопрос: а почему, собственно, это поле называется электрическим? Ведь оно имеет другое происхождение и другую конфигурацию, чем статическое электрическое поле. Ответ прост: вихревое поле действует на заряд  $q$  точно так же, как и электростатическое, а это мы считали и считаем главным свойством поля. Сила, действующая на заряд, по-прежнему равна  $\vec{F} = q\vec{E}$ , где  $\vec{E}$  — напряженность вихревого поля.

Если магнитный поток создается однородным магнитным полем, сконцентрированным в длинной узкой цилиндрической трубке радиусом  $r_0$  (рис. 5.8), то из соображений симметрии очевидно, что линии напряженности электрического поля лежат в плоскостях, перпендикулярных линиям  $\vec{B}$ , и представляют собой окружности. В соответствии с правилом Ленца при возрастании магнитной индукции ( $\frac{\Delta B}{\Delta t} > 0$ ) линии напряженнос-

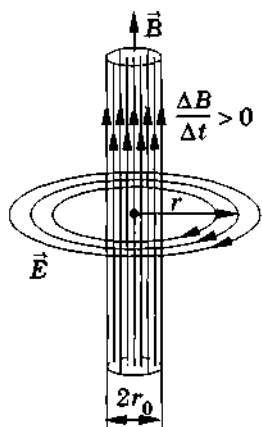


Рис. 5.8

ти  $\vec{E}$  образуют левый винт с направлением магнитной индукции  $\vec{B}$ .

В отличие от статического или стационарного электрического поля работа вихревого поля на замкнутом пути не равна нулю. Ведь при перемещении заряда вдоль замкнутой линии напряженности электрического поля работа на всех участках пути имеет один и тот же знак, так как сила и перемещение совпадают по направлению. Вихревое электрическое поле, так же как и магнитное поле, не потенциальное.

*Работа вихревого электрического поля по перемещению единичного положительного заряда вдоль замкнутого неподвижного проводника численно равна ЭДС индукции в этом проводнике.*

Для конфигурации магнитного потока, изображенного на рисунке 5.8, эта удельная работа равна  $2\pi rE$ , где  $r$  — расстояние от оси магнитного потока до определенной силовой линии  $\vec{E}$ . Согласно закону электромагнитной индукции для данного случая имеем:

$$2\pi rE = \pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

Отсюда следует, что напряженность электрического поля убывает при увеличении  $r$  как  $\frac{1}{r}$ :

$$E = \frac{r_0^2}{2r} \frac{\Delta B}{\Delta t}. \quad (5.4.1)$$

## Бетатрон

При быстром изменении магнитного поля сильного электромагнита появляются мощные вихревые электрические поля, которые можно использовать для ускорения электронов до скоростей, близких к скорости света. На этом принципе основано устройство ускорителя электронов — бетатрона. Электроны в бетатроне ускоряются вихревым электрическим полем внутри кольцевой вакуумной камеры  $K$ , помещенной в зазоре электромагнита  $M$  (рис. 5.9).

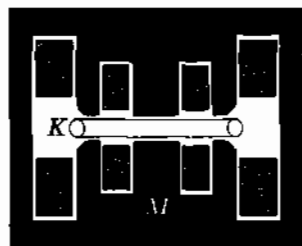


Рис. 5.9

## Не все вопросы имеют смысл

Итак, переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое поле. Но не кажется ли вам, что одного утверждения здесь недостаточно? Хочется знать, каков же механизм данного процесса. Нельзя ли разъяснить, как эта связь полей осуществляется в природе? И вот тут-то ваша естественная любознательность не может быть удовлетворена. Никакого механизма здесь просто нет. Закон электромагнитной индукции — это фундаментальный закон природы, значит, основной, первичный. Действием его можно объяснить многие явления, но сам он остается необъяснимым просто по той причине, что нет более глубоких законов, из которых бы он вытекал в виде следствия. Во всяком случае сейчас такие законы неизвестны. Таковыми являются все основные законы: закон тяготения, закон Кулона и т. д.

Мы, конечно, вольны ставить перед природой любые вопросы, но не все они имеют смысл. Так, например, можно и нужно исследовать причины различных явлений, но пытаться выяснить, почему вообще существует причинность, — бесполезно. Такова природа вещей, таков мир, в котором мы живем.

*Наряду с потенциальным кулоновским электрическим полем существует вихревое электрическое поле. Линии напряженности этого поля замкнуты. Вихревое поле порождается переменным магнитным полем.*

### § 5.5. ЭДС ИНДУКЦИИ В ДВИЖУЩИХСЯ ПРОВОДНИКАХ

*Если проводник движется в постоянном во времени магнитном поле, то ЭДС индукции в проводнике обусловлена не вихревым электрическим полем, а другой причиной.*

При движении проводника его свободные заряды движутся вместе с ним. Поэтому на заряды со стороны магнитного поля действует сила Лоренца. Она-то и вызывает перемещение зарядов внутри проводника. ЭДС индукции, следовательно, имеет «магнитное происхождение».

На многих электростанциях сравнительно небольшой мощности именно сила Лоренца вызывает перемещение электронов в движущихся проводниках.

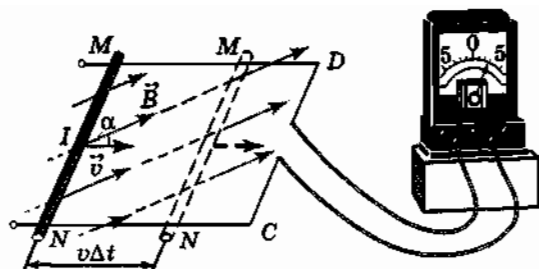


Рис. 5.10

Вычислим ЭДС индукции в прямоугольном контуре, помещенном в однородное магнитное поле (рис. 5.10). Пусть сторона контура  $MN$  длиной  $l$  скользит с постоянной скоростью  $\vec{v}$  вдоль сторон  $NC$  и  $MD$ , оставаясь все время параллельной стороне  $CD$ . Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  однородного поля перпендикулярен проводнику  $MN$  и составляет угол  $\alpha$  с направлением его скорости.

Сила, с которой магнитное поле действует на движущуюся заряженную частицу, равна (см. § 4.9):

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (5.5.1)$$

Направлена эта сила вдоль проводника  $MN$ . Работа силы Лоренца при перемещении заряда вдоль проводника от  $M$  к  $N$  равна<sup>1</sup>:

$$A = \vec{F}_L \cdot \vec{l} = qvBl \sin \alpha.$$

Электродвижущая сила индукции в проводнике  $MN$  равна по определению отношению работы по перемещению положительного заряда  $q$  к этому заряду:

$$\mathcal{E}_i = \frac{A}{q} = vBl \sin \alpha. \quad (5.5.2)$$

Эта формула справедлива для любого проводника длиной  $l$ , движущегося со скоростью  $\vec{v}$  в однородном магнитном поле.

В других проводниках контура ЭДС равна нулю, так как проводники неподвижны. Следовательно, ЭДС во всем контуре  $MNCD$  равна  $\mathcal{E}_i$  и остается неизменной, если скорость дви-

<sup>1</sup> Это неполная работа силы Лоренца. Кроме силы Лоренца (5.5.1) имеется составляющая силы Лоренца, направленная против скорости проводника  $\vec{v}$ . Эта составляющая совершает отрицательную работу (см. § 4.9).

жения  $\vec{v}$  постоянна. Электрический ток при этом будет увеличиваться, так как при смещении проводника  $MN$  вправо уменьшается общее сопротивление контура.

С другой стороны, ЭДС индукции можно вычислить с помощью закона электромагнитной индукции (4.3.3). Действительно, магнитный поток через контур  $MNCD$  равен:

$$\Phi = BS \cos(90^\circ - \alpha) = BS \sin \alpha,$$

где угол  $90^\circ - \alpha$  есть угол между вектором  $\vec{B}$  и нормалью  $\vec{n}$  к плоскости контура, а  $S$  — площадь контура  $MNCD$ . Если считать, что в начальный момент времени ( $t = 0$ ) проводник  $MN$  находился на расстоянии  $NC$  от проводника  $CD$  (см. рис. 5.10), то при перемещении проводника площадь  $S$  изменяется со временем следующим образом:

$$S = l(NC - vt).$$

За время  $\Delta t$  площадь контура меняется на  $\Delta S = -lv\Delta t$ . Знак минус указывает на то, что она уменьшается. Изменение магнитного потока за это время равно  $\Delta\Phi = -Blv\Delta t \sin \alpha$ .

Следовательно,

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = Blv \sin \alpha,$$

как это и было получено выше [см. формулу (5.5.2)].

Если весь контур  $MNCD$  движется в однородном магнитном поле, сохраняя свою ориентацию по отношению к вектору  $\vec{B}$ , то ЭДС индукции в контуре будет равна нулю, так как поток  $\Phi$  через поверхность, ограниченную контуром, не меняется. Объяснить это можно так. При движении контура в проводниках  $MN$  и  $CD$  возникают силы (5.5.1), действующие на электроны в направлениях от  $N$  к  $M$  и от  $C$  к  $D$ . Суммарная работа этих сил при обходе контура по часовой стрелке или против нее равна нулю.

*ЭДС индукции в проводниках, движущихся в постоянном магнитном поле, возникает за счет действия на свободные заряды проводника силы Лоренца.*

## § 5.6. ИНДУКЦИОННЫЕ ТОКИ В МАССИВНЫХ ПРОВОДНИКАХ

*Перейдем к различным частным случаям электромагнитной индукции. Рассмотрим возникновение индукционных токов в массивных проводниках.*

Сопротивление массивных проводников мало, поэтому возбуждаемая в них ЭДС индукции способна создать вихревые токи очень большой силы. Эти токи, называемые токами Фуко по имени исследовавшего их французского физика, можно использовать для нагревания проводников. На этом принципе основано устройство индукционных электропечей. Особенно широкое применение эти печи получили для плавки металлов в вакууме, когда другие методы практически непригодны. Созданы индукционные кухонные печи для приготовления и разогревания пищи.

Однако во многих распространенных электротехнических устройствах возникновение токов Фуко приводит к бесполезным потерям энергии на выделение тепла. Поэтому железные сердечники трансформаторов, электродвигателей и т. д. делают не сплошными, а состоящими из отдельных пластин, изолированных друг от друга (рис. 5.11). Причем поверхности пластин должны быть перпендикулярны направлению вектора напряженности вихревого электрического поля. Сопротивление пластин электрическому току будет при этом максимальным.

Любопытные явления возникают при взаимодействии токов Фуко с породившим их магнитным полем. На рисунке 5.12 изображен массивный медный маятник, колеблющийся

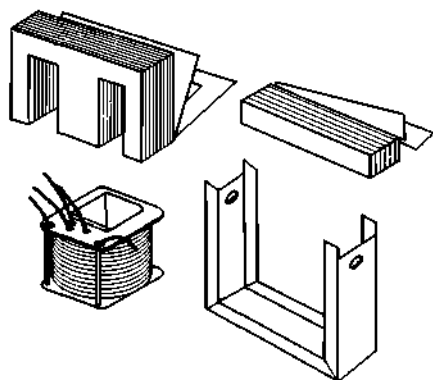


Рис. 5.11

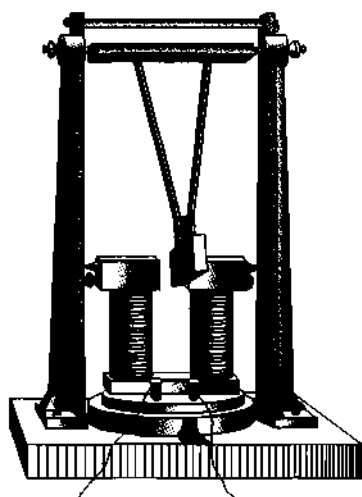


Рис. 5.12



между полюсами сильного электромагнита. При приближении маятника к зазору магнита в нем возникает индукционный ток, который, согласно правилу Ленца, имеет такое направление, что созданное им поле направлено против поля магнита.

В результате происходит торможение маятника. При выходе маятника из зазора магнита поток магнитной индукции, пронизывающий маятник, уменьшается и (согласно правилу Ленца) возникает притяжение маятника к магниту, и он опять тормозится. В результате маятник быстро останавливается, хотя без магнита его колебания могли бы продолжаться довольно долго.

Этот эффект используют для быстрого успокоения колебаний стрелки измерительных приборов. Для этого на оси стрелки прибора закрепляют алюминиевую пластинку, движущуюся в зазоре постоянного магнита.

Если вместо массивного маятника взять гребенку с зубьями, перпендикулярными линиям индукции поля магнита, то быстрого затухания колебаний не произойдет, так как вихревые токи в маятнике из-за промежутков между зубцами уже не могут достигать больших значений.

Особенно эффектен опыт В. К. Аркадьева. Над свинцовой чашей, находящейся в сверхпроводящем состоянии, помещают небольшой магнит. И он не падает на дно! Магнит «парит» над чашей. Происходит это по следующей причине. При движении магнита вниз он наводит в стенках чаши индукционный ток, магнитное поле которого отталкивает магнит (правило Ленца). И этот ток не затухает, так как чаша сверхпроводящая. В результате магнит «парит» над чашей сколь угодно долго.

*Индукционные токи в массивных проводниках используют для нагревания проводящих тел в индукционных печах. С другой стороны, во многих электротехнических устройствах эти токи приводят к бесполезным потерям энергии на выделение тепла.*

- ? Почему магнитная стрелка, подвешенная над медным диском, начинает поворачиваться вслед за диском, если диск привести во вращение?

## § 5.7. САМОИНДУКЦИЯ. ИНДУКТИВНОСТЬ

*Если по катушке идет переменный ток, то магнитный поток, пронизывающий катушку, меняется. Поэтому возникает ЭДС индукции в том же самом проводнике, по которому идет переменный ток. Это явление называют с а м о и н д у к ц и е й.*

### Самоиндукция

При самоиндукции проводящий контур играет двойную роль: по нему протекает ток, вызывающий индукцию, и в нем же появляется ЭДС индукции. *Изменяющееся магнитное поле индуцирует ЭДС в том самом проводнике, по которому течет ток, создающий это поле.*

В момент нарастания тока напряженность вихревого электрического поля в соответствии с правилом Ленца направлена против тока. Следовательно, в этот момент вихревое поле препятствует нарастанию тока. Наоборот, в момент уменьшения тока вихревое поле поддерживает его.

Это приводит к тому, что при замыкании цепи, содержащей источник постоянной ЭДС, определенное значение силы тока устанавливается не сразу, а постепенно с течением времени (рис. 5.13). С другой стороны, при отключении источника ток в замкнутых контурах прекращается не мгновенно. Возникающая при этом ЭДС самоиндукции может превышать ЭДС источника, так как изменение тока и его магнитного поля при отключении источника происходит очень быстро.

Явление самоиндукции можно наблюдать на простых опытах. На рисунке 5.14 показана схема параллельного включения двух одинаковых ламп. Одну из них подключают к источнику через резистор  $R$ , а другую — последовательно с катушкой  $L$  с железным сердечником.

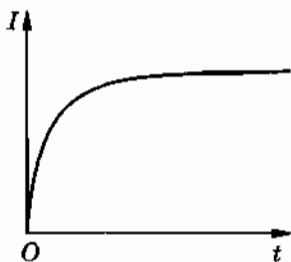


Рис. 5.13

При замыкании ключа первая лампа вспыхивает практически сразу, а вторая — с заметным запозданием. ЭДС самоиндукции в цепи этой лампы велика, и сила тока не сразу достигает своего максимального значения.

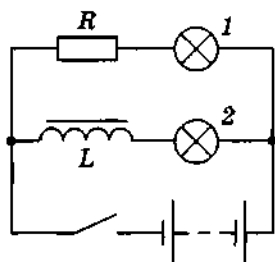


Рис. 5.14

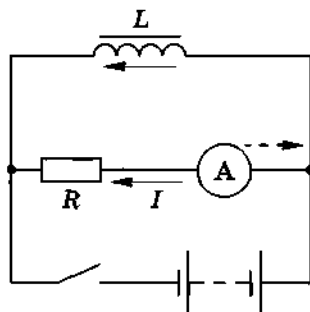


Рис. 5.15

Появление ЭДС самоиндукции при размыкании можно наблюдать на опыте с цепью, схематически показанной на рисунке 5.15. При размыкании ключа в катушке  $L$  возникает ЭДС самоиндукции, поддерживающая первоначальный ток. В результате в момент размыкания через гальванометр течет ток (штриховая стрелка), направленный против начального тока до размыкания (сплошная стрелка). Причем сила тока при размыкании цепи превосходит силу тока, проходящего через гальванометр при замкнутом ключе. Это означает, что ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E}_{is}$  больше ЭДС  $\mathcal{E}$  батареи элементов.

### Аналогия между самоиндукцией и инерцией

Явление самоиндукции подобно явлению инерции в механике. Так, инерция приводит к тому, что под действием силы тело не мгновенно приобретает определенную скорость, а постепенно. Тело нельзя мгновенно затормозить, как бы велика ни была тормозящая сила. Точно так же за счет самоиндукции при замыкании цепи сила тока не сразу приобретает определенное значение, а нарастает постепенно. Выключая источник, мы не прекращаем ток сразу. Самоиндукция его поддерживает некоторое время, несмотря на наличие сопротивления цепи.

Далее, чтобы увеличить скорость тела, согласно законам механики, нужно совершить работу. При торможении тело само совершает положительную работу. Точно так же для создания тока нужно совершить работу против вихревого электрического поля, а при исчезновении тока это поле само совершает положительную работу.

Это не просто внешняя аналогия. Она имеет глубокий внутренний смысл. Ведь ток — это совокупность движущихся заряженных частиц. При увеличении скорости электронов создаваемое ими магнитное поле меняется и порождает вихревое электрическое поле, которое действует на сами электроны, препятствуя мгновенному увеличению их скорости под действием внешней силы. При торможении, напротив, вихревое поле стремится поддержать скорость электронов постоянной (правило Ленца). Таким образом, инертность электронов, а значит, и их масса, по крайней мере частично, имеет электромагнитное происхождение. Масса не может быть полностью электромагнитной, так как существуют электрически нейтральные частицы, обладающие массой (нейтроны и др.).

### Индуктивность

Модуль  $B$  магнитной индукции, создаваемой током в любом замкнутом контуре, пропорционален силе тока. Так как магнитный поток  $\Phi$  пропорционален  $B$ , то  $\Phi = B \cdot I$ .

Можно, следовательно, утверждать, что

$$\Phi = LI, \quad (5.7.1)$$

где  $L$  — коэффициент пропорциональности между током в проводящем контуре и созданным им магнитным потоком, пронизывающим этот контур. Величину  $L$  называют индуктивностью контура или его коэффициентом самоиндукции.

Используя закон электромагнитной индукции и выражение (5.7.1), получим равенство:

$$\mathcal{E}_{is} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}, \quad (5.7.2)$$

если считать, что форма контура остается неизменной и поток меняется только за счет изменения тока.

Из формулы (5.7.2) следует, что индуктивность — это физическая величина, численно равная ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре при изменении силы тока на 1 А за 1 с.

Индуктивность, подобно электроемкости, зависит от геометрических факторов: размеров проводника и его формы, но не зависит непосредственно от силы тока в проводнике. Кроме

геометрии проводника, индуктивность зависит от магнитных свойств среды, в которой находится проводник.

Единицу индуктивности в СИ называют генри (Гн). *Индуктивность проводника равна 1 Гн, если в нем при изменении силы тока на 1 А за 1 с возникает ЭДС самоиндукции 1 В:*

$$1 \text{ Гн} = \frac{1 \text{ В}}{1 \text{ А/с}} = 1 \text{ В} \cdot \text{с/А} = 1 \text{ Ом} \cdot \text{с}.$$

### Взаимная индукция

Еще одним частным случаем электромагнитной индукции является взаимная индукция. *Взаимной индукцией называют возникновение индукционного тока в замкнутом контуре (катушке) при изменении силы тока в соседнем контуре (катушке).* Контур при этом неподвижны друг относительно друга, как, например, катушки трансформатора.

Количественно взаимная индукция характеризуется коэффициентом взаимной индукции, или взаимной индуктивностью.

На рисунке 5.16 изображены два контура. При изменении силы тока  $I_1$  в контуре 1 в контуре 2 возникает индукционный ток  $I_2$ .

Поток магнитной индукции  $\Phi_{1,2}$ , созданный током в первом контуре и пронизывающий поверхность, ограниченную вторым контуром, пропорционален силе тока  $I_1$ :

$$\Phi_{1,2} = L_{1,2} I_1. \quad (5.7.3)$$

Коэффициент пропорциональности  $L_{1,2}$  называется взаимной индуктивностью. Он аналогичен индуктивности  $L$ .

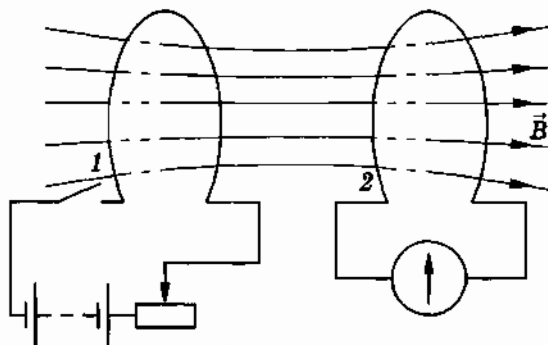


Рис. 5.16

ЭДС индукции во втором контуре, согласно закону электромагнитной индукции, равна:

$$\mathcal{E}_{i2} = -L_{1,2} \frac{\Delta I_1}{\Delta t}. \quad (5.7.4)$$

Коэффициент  $L_{1,2}$  определяется геометрией обоих контуров, расстоянием между ними, их взаимным расположением и магнитными свойствами окружающей среды. Выражается взаимная индуктивность  $L_{1,2}$ , как и индуктивность  $L$ , в генри.

Если сила тока меняется во втором контуре, то в первом контуре возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_{i1} = -L_{2,1} \frac{\Delta I_2}{\Delta t}. \quad (5.7.5)$$

Можно доказать, что  $L_{1,2} = L_{2,1}$ .

*При изменении силы тока в проводнике в последнем возникает вихревое электрическое поле. Это поле тормозит электроны при возрастании силы тока и ускоряет при убывании.*

## § 5.8. ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТОКА

*Найдем энергию, которой обладает электрический ток в проводнике. Согласно закону сохранения энергии энергия тока равна той энергии, которую должен затратить источник тока (гальванический элемент, генератор на электростанции и др.) на создание тока. При прекращении тока эта энергия выделяется в той или иной форме.*

Энергия тока, о которой сейчас пойдет речь, совсем иной природы, чем энергия, выделяемая постоянным током в цепи в виде теплоты, количество которой определяется законом Джоуля—Ленца.

При замыкании цепи, содержащей источник постоянной ЭДС, энергия источника тока первоначально расходуется на создание тока, т. е. на приведение в движение электронов проводника и образование связанного с током магнитного поля, а также отчасти на увеличение внутренней энергии проводника, т. е. на его нагревание. После того как установится постоянное значение силы тока, энергия источника расходуется

исключительно на выделение теплоты. Энергия тока при этом уже не изменяется.

Точно так же, для того чтобы разогнать автомашину на горизонтальном участке пути до постоянной скорости  $v$ , нужно совершить работу  $\frac{mv^2}{2}$ . Часть мощности двигателя при этом тратится на преодоление трения, а часть — на увеличение скорости машины. При  $v = \text{const}$  вся мощность двигателя расходуется на преодоление трения, а кинетическая энергия машины не меняется.

Выясним теперь, почему же для создания тока необходимо затратить энергию, т. е. необходимо совершить работу. Объясняется это тем, что при замыкании цепи, когда ток начинает нарастать, в проводнике появляется вихревое электрическое поле, действующее против того электрического поля<sup>1</sup>, которое создается в проводнике благодаря источнику тока. Для того чтобы сила тока стала равной  $I$ , источник тока должен совершить работу против сил вихревого поля. Эта работа и идет на увеличение энергии тока. Вихревое поле совершает отрицательную работу.

При размыкании цепи ток исчезает и вихревое поле совершает положительную работу. Запасенная током энергия выделяется. Это обнаруживается по мощной искре, возникающей при размыкании цепи с большой индуктивностью.

Записать выражение для энергии тока  $I$ , текущего по цепи с индуктивностью  $L$ , можно на основании аналогии между инерцией и самоиндукцией, о которой говорилось в § 5.7.

Если самоиндукция аналогична инерции, то индуктивность в процессе создания тока должна играть ту же роль, что и масса при увеличении скорости тела в механике. Роль скорости тела в электродинамике играет сила тока  $I$  как величина, характеризующая движение электрических зарядов.

Если это так, то энергию тока  $W_M$  можно считать величиной, подобной кинетической энергии тела  $\frac{mv^2}{2}$  в механике, и записать в виде:

---

<sup>1</sup>Это электрическое поле создается заряженными частицами на поверхности проводника в отличие от вихревого поля, порождаемого переменным магнитным полем.

$$W_m = \frac{LI^2}{2}. \quad (5.8.1)$$

Именно такое выражение для энергии тока и получается в результате расчетов.

Работа  $A$ , совершаемая источником с ЭДС  $\mathcal{E}$  за малое время  $\Delta t$ , равна:

$$A = \mathcal{E}I\Delta t.$$

Согласно закону сохранения энергии эта работа равна сумме приращения энергии тока  $\Delta W_m$  и количества выделяемой теплоты  $Q = I^2R\Delta t$ :

$$A = \Delta W_m + Q. \quad (5.8.2)$$

Отсюда приращение энергии тока

$$\Delta W_m = A - Q = I\Delta t(\mathcal{E} - IR). \quad (5.8.3)$$

Согласно закону Ома для полной цепи

$$IR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_{is}, \quad (5.8.4)$$

где  $\mathcal{E}_{is} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$  — ЭДС самоиндукции. Заменяя в уравнении (5.8.3) произведение  $IR$  его значением (5.8.4), получим:

$$\Delta W_m = I\Delta t(\mathcal{E} - \mathcal{E} - \mathcal{E}_{is}) = -\mathcal{E}_{is}I\Delta t = LI\Delta I. \quad (5.8.5)$$

На графике зависимости  $LI$  от  $I$  (рис. 5.17) приращение энергии  $\Delta W_m$  численно равно площади прямоугольника  $abcd$  со сторонами  $LI$  и  $\Delta I$ . Полное изменение энергии при возрастании тока от нуля до  $I_1$  численно равно площади треугольника  $OBC$  со сторонами  $I_1$  и  $LI_1$ . Следовательно,

$$W_m = \frac{LI_1^2}{2}.$$

Энергия тока, определяемая формулой (5.8.1), выражена через характеристику проводника  $L$  и силу тока

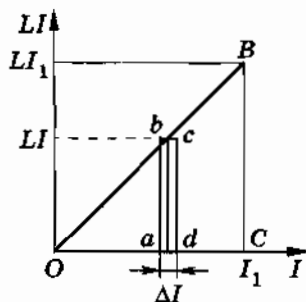


Рис. 5.17



в нем  $I$ . Но эту же энергию можно выразить и через характеристики поля. Вычисления показывают, что плотность энергии магнитного поля  $w_m$  (т. е. энергия единицы объема) пропорциональна квадрату магнитной индукции, подобно тому как плотность энергии электрического поля пропорциональна квадрату напряженности электрического поля. В вакууме в единицах СИ

$$w_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}. \quad (5.8.6)$$

В абсолютной системе единиц Гаусса

$$w_m = \frac{1}{8\pi} B^2. \quad (5.8.7)$$

*Магнитное поле, созданное электрическим током, обладает энергией, прямо пропорциональной квадрату силы тока. Плотность энергии магнитного поля пропорциональна квадрату магнитной индукции.*

## § 5.9. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на материал этой главы нужно уметь с помощью правила Ленца определять направление индукционного тока. Для вычисления ЭДС индукции следует использовать формулы (5.3.3), (5.5.2), а для ЭДС самоиндукции и взаимной индукции — формулы (5.7.2) и (5.7.4). Энергию тока вычисляют по формуле (5.8.1), а плотность энергии магнитного поля — по формуле (5.8.6). Для решения некоторых задач надо применять закон Ампера (4.7.9).

### Задача 1

Проволочное кольцо радиусом  $r$  находится в однородном магнитном поле, индукция которого перпендикулярна плоскости кольца и меняется с течением времени по закону  $B = kt$ . Определите напряженность электрического поля в витке.

**Решение.** Согласно закону электромагнитной индукции (5.3.2)

$$|\mathcal{E}_i| = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| S = k\pi r^2. \quad (5.9.1)$$

С другой стороны, ЭДС индукции численно равна работе, совершаемой вихревым электрическим полем при перемещении единичного положительного заряда вдоль проволочного кольца (см. § 4.4), т. е.

$$|\mathcal{E}_i| = 2\pi rE. \quad (5.9.2)$$

Сравнивая выражения (5.9.1) и (5.9.2), получим:

$$2\pi rE = k\pi r^2.$$

Отсюда

$$E = \frac{kr}{2}.$$

## Задача 2

В однородном проволочном кольце создан постоянный индукционный ток  $I$ . Линии индукции переменного магнитного поля, создающего этот ток, перпендикулярны плоскости кольца. Поле сосредоточено вблизи его оси и имеет ось симметрии, проходящую через центр кольца (рис. 5.18). Чему равна разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$ ? Что будет показывать электромметр, присоединенный к этим точкам?

**Решение.** Разность потенциалов между любыми точками кольца должна быть равна нулю. В противном случае мы приходим к противоречию, применяя закон Ома к короткому и длинному участкам кольца. Кроме того, это очевидно и из соображений симметрии.

Отсутствие разности потенциалов означает, что кулоновское поле внутри кольца равно нулю. Ток возникает вследствие наличия ЭДС индукции, распределенной равномерно вдоль кольца:

$$I = \frac{e_i}{r} = \frac{\mathcal{E}_i}{R},$$

где  $e_i$  и  $\mathcal{E}_i$  — ЭДС индукции на коротком и длинном участках кольца, а  $r$  и  $R$  — соответственно сопротивления участков.

Несмотря на отсутствие разности потенциалов между точками  $A$  и  $B$ , электромметр обнаружит разность потенциалов между стержнем и корпусом.

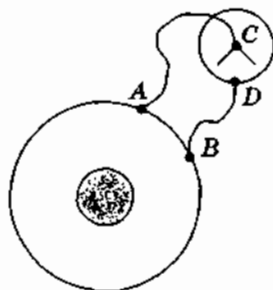


Рис. 5.18

Дело в том, что в проводниках  $AC$  и  $BD$  ток равен нулю. Следовательно, в каждой точке этих проводников стороннее электрическое поле индукционного происхождения уравновешивается кулоновским (потенциальным) полем, возникающим вследствие перераспределения зарядов в проводниках под влиянием ЭДС индукции. Работа потенциальных сил при перемещении по замкнутому контуру  $ACDBA$  равна нулю. На участке  $AB$  кулоновское поле отсутствует. При перемещении единичного заряда по проводникам  $AC$  и  $BD$  работа потенциальных сил численно равна ЭДС индукции в этих проводниках и имеет противоположный знак.

Следовательно, для равенства нулю работы кулоновских сил вдоль замкнутого контура необходимо, чтобы разность потенциалов между точками  $C$  и  $D$  равнялась ЭДС индукции в проводниках  $AC$  и  $DB$  и совпадала с ней по знаку. Так как ЭДС индукции в замкнутом контуре  $ACDBA$  равна нулю (магнитное поле не пронизывает этот контур), то на участке  $AB$  ЭДС индукции равна по модулю и противоположна по знаку ЭДС в проводниках  $AC$  и  $BD$ , если пренебречь работой сторонних сил индукции на участке между стержнем и корпусом электрометра по сравнению с работой в проводниках  $AC$  и  $BD$ .

Поэтому электрометр покажет разность потенциалов, приблизительно равную ЭДС на участке  $AB$ .

### Задача 3

По параллельным рельсам, наклоненным под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту, соскальзывает без трения с постоянной скоростью  $v = 1$  м/с проводящая перемычка массой  $m = 100$  г. В своей верхней части рельсы замкнуты проводником. Рельсы с перемычкой находятся в однородном магнитном поле, индукция которого направлена вертикально. Сопротивление перемычки  $R = 2$  Ом гораздо больше сопротивления остальной части системы. Чему равна сила тока  $I$  в перемычке?

**Решение.** На перемычку действуют три силы: сила тяжести  $m\vec{g}$ , сила реакции рельсов  $\vec{N}$  и сила Ампера  $\vec{F}_A$ , направленная вправо (рис. 5.19). Направление силы Ампера не зависит от направления вектора  $\vec{B}$ . При изменении направления  $\vec{B}$  на противоположное меняется направление индукционного тока, возникающего в перемычке при ее движении, но направление силы Ампера не меняется.

Так как, согласно условию, перемычка соскальзывает по рельсам с постоянной скоростью без трения, то векторная сумма действующих на нее сил равна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_A = 0.$$

Запишем это уравнение для модулей проекций на ось  $X$ , направленную так, как показано на рисунке 5.19:

$$F_A \cos \alpha = mg \sin \alpha. \quad (5.9.3)$$

Сила Ампера, действующая со стороны магнитного поля на перемычку, равна:

$$F_A = BIl,$$

где  $B$  — индукция магнитного поля,  $l$  — длина перемычки.

Тогда уравнение (5.9.3) примет вид:

$$BIl \cos \alpha = mg \sin \alpha. \quad (5.9.4)$$

ЭДС индукции, возникающая в перемычке при ее движении вниз по рельсам со скоростью  $\vec{v}$ , равна:

$$\mathcal{E}_i = Blv \sin(90^\circ + \alpha) = Blv \cos \alpha.$$

Согласно закону Ома

$$Blv \cos \alpha = IR. \quad (5.9.5)$$

Поделив почленно равенство (5.9.4) на равенство (5.9.5), получим:

$$\frac{I}{v} = \frac{mg \sin \alpha}{IR}.$$

Отсюда

$$I = \sqrt{\frac{mgv \sin \alpha}{R}} = 0,5 \text{ А.}$$

#### Задача 4

Из провода длиной  $l$  изготовили соленоид длиной  $l_0$ . Диаметр соленоида  $d \ll l_0$ . Определите индуктивность соленоида.

**Решение.** Согласно формуле (5.7.1) поток магнитной индукции  $\Phi$  сквозь соленоид, в обмотке которого создан ток  $I$ , равен:

$$\Phi = LI,$$

где  $L$  — искомая индуктивность.

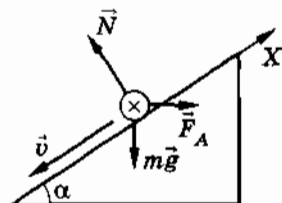


Рис. 5.19

Поток магнитной индукции

$$\Phi = BS\omega,$$

где  $B$  — индукция магнитного поля соленоида,  $S$  — площадь его поперечного сечения,  $\omega$  — число витков соленоида. Если  $d \ll l_0$ , то магнитная индукция соленоида определяется по формуле (4.11.10):

$$B = \mu_0 \frac{I\omega}{l_0},$$

где

$$\omega = \frac{l}{\pi d}.$$

Таким образом,

$$\Phi = \mu_0 \frac{I}{l_0} \frac{l}{\pi d} \frac{\pi d^2}{4} \frac{l}{\pi d} = \frac{\mu_0 I l^2}{4\pi l_0}.$$

Следовательно,

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 l^2}{4\pi l_0}.$$

### Задача 5

Поверх длинного соленоида, имеющего  $w_1$  витков, длину  $l$  и площадь сечения  $S$ , вплотную намотан по всей длине второй соленоид, имеющий  $w_2$  витков и приблизительно такую же площадь сечения  $S$ . Определите взаимную индуктивность соленоидов.

**Решение.** Первый соленоид создает магнитное поле, индукция которого равна:

$$B_1 = \mu_0 \frac{I w_1}{l}.$$

Это поле создает сквозь второй соленоид магнитный поток  $\Phi_{1,2}$ , равный:

$$\Phi_{1,2} = B_1 S w_2 = \mu_0 \frac{I w_1 w_2}{l} S.$$

Отсюда для взаимной индуктивности  $L_{1,2}$  получается выражение

$$L_{1,2} = \mu_0 \frac{w_1 w_2}{l} S. \quad (5.9.6)$$

Аналогично получаем выражение для потока магнитной индукции  $\Phi_{2,1}$ , созданного вторым соленоидом и пронизывающего первый соленоид:

$$\Phi_{2,1} = \mu_0 \frac{I w_2 w_1}{l} S.$$

Отсюда

$$L_{2,1} = \mu_0 \frac{w_2 w_1}{l} S. \quad (5.9.7)$$

Из сравнения выражений (5.9.6) и (5.9.7) убеждаемся, что

$$L_{1,2} = L_{2,1}.$$

### Задача 6

Кольцо из сверхпроводника помещено в однородное магнитное поле, индукция которого нарастает от нуля до  $B_0$ . Плоскость кольца перпендикулярна линиям индукции магнитного поля. Чему равен индукционный ток, возникающий в кольце? Радиус кольца  $r$ , индуктивность  $L$ .

**Решение.** Так как сопротивление кольца  $R = 0$ , то, согласно закону Ома, и ЭДС в кольце всегда должна быть равна нулю. Это может быть только в том случае, если изменение полного магнитного потока, пронизывающего кольцо, равно нулю:

$$\left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = |\mathcal{E}_i| = |I|R = 0.$$

Так как  $\Delta t \neq 0$ , то  $\Delta \Phi = 0$ , т. е.  $\Phi = \text{const}$ .

Следовательно, изменение внешнего магнитного потока  $\Phi_0$  равно по модулю и противоположно по знаку изменению магнитного потока, созданного индукционным током:  $\Delta \Phi_0 = L \Delta I$ . Учитывая, что поток  $\Phi_0$  нарастает от 0 до  $\pi r^2 B_0$ , а индукционный ток меняется при этом от 0 до  $I$ , получим:

$$\pi r^2 B_0 = LI.$$

Отсюда

$$I = \frac{\pi r^2 B_0}{L}.$$

## Упражнение 9

1. Катушка из  $w$  витков, площадь каждого из которых равна  $S$ , присоединена к баллистическому гальванометру. (Баллистический гальванометр измеряет прошедший через него заряд.) Сопротивление всей цепи  $R$ . Вначале катушка находилась между полюсами магнита в области, где магнитная индукция  $\vec{B}$  постоянна по модулю и направлена перпендикулярно виткам катушки. Затем катушку переместили в пространство, где магнитное поле отсутствует. Чему равен заряд  $q$ , прошедший через гальванометр?
2. Прямоугольная рамка  $ABCD$  расположена в плоскости бесконечного прямолинейного проводника с током, причем стороны  $AD$  и  $BC$  параллельны проводнику (рис. 5.20). В середине стороны  $DC$  включен прибор, измеряющий заряд, протекающий по контуру (на рисунке не показан). Рамку можно перевести в новое положение, изображенное на рисунке 5.20 штриховой линией, двумя способами: а) перемещая ее параллельно самой себе; б) вращая на  $180^\circ$  вокруг стороны  $BC$ . В каком случае заряд, протекший через прибор, больше?
3. Прямоугольный контур  $ABCD$  перемещается поступательно в магнитном поле тока  $I$ , текущего по длинному прямому проводу  $OO'$  (рис. 5.21). Стороны  $AD$  и  $BC$  параллельны проводу. Определите силу тока, индуцированного в контуре, если контур перемещается с постоянной скоростью  $\vec{v}$ ;  $AD = BC = a$ ;  $AB = DC = b$ . Сопротивление контура  $R$ .
4. Стержень длиной  $L = 1$  м вращается в горизонтальной плоскости с постоянной угловой скоростью  $\omega = 2$  рад/с в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 10^{-2}$  Тл вокруг оси, проходящей через один из концов стержня. Ин-

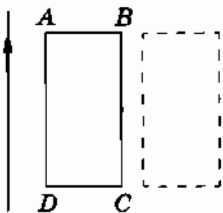


Рис. 5.20

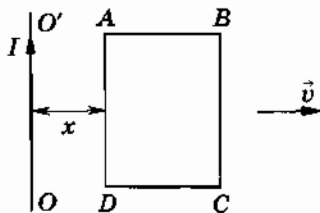


Рис. 5.21

дукция магнитного поля направлена вертикально. Определите разность потенциалов  $U$  между концами стержня.

5. Определите силу тока в проводниках цепи, изображенной на рисунке 5.22, если индукция однородного магнитного поля перпендикулярна плоскости чертежа и модуль ее изменяется по закону  $B = kt$ . Сопротивление единицы длины проводников равно  $r$ .
6. Переменное магнитное поле создает в кольцевом проводнике  $ADBKA$  постоянную ЭДС индукции  $\mathcal{E}$ . Сопротивления проводников  $ADB$ ,  $AKB$  и  $ACB$  (рис. 5.23) равны соответственно  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ . Какую силу тока показывает амперметр, включенный в участок  $ACB$ ? Магнитное поле сосредоточено у оси кольцевого проводника.
7. Прямоугольная проволочная рамка со сторонами  $a = 5$  см и  $b = 10$  см входит с постоянной скоростью  $v = 1$  м/с своей меньшей стороной в большую область однородного магнитного поля, индукция которого, равная по модулю  $B = 0,01$  Тл, направлена по нормали к плоскости рамки. Сопротивление рамки  $R = 0,01$  Ом. Какую работу  $A$  совершает индукционный ток за время  $\Delta t = 0,5$  с с момента, когда рамка начинает входить в поле?
8. По двум вертикальным рейкам  $AB$  и  $CD$  (рис. 5.24), соединенным резистором  $R$ , может без трения скользить проводник длиной  $l$  и массой  $m$ . Система находится в однородном магнитном поле, индукция которого  $\vec{B}$  перпендикулярна плоскости рисунка и направлена к нам. Как будет двигаться подвижный проводник, если пренебречь сопротивлением самого проводника и реек?
9. Проводник длиной  $l$  может без трения скользить по рейкам  $AB$  и  $CD$ , соединенным через резистор сопротивлением  $R$  (рис. 5.25), в однородном магнитном поле, индукция

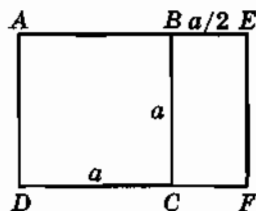


Рис. 5.22

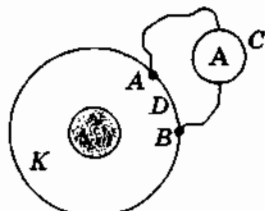


Рис. 5.23

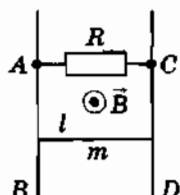


Рис. 5.24



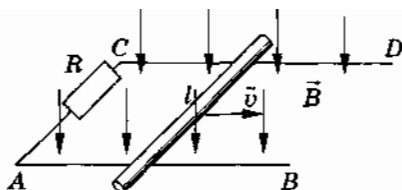


Рис. 5.25

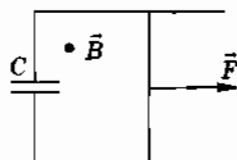


Рис. 5.26

которого  $\vec{B}$  перпендикулярна плоскости чертежа. Какую силу  $\vec{F}$  следует приложить к проводнику, чтобы он двигался равномерно со скоростью  $\vec{v}$ ?

- Проволочная рамка в форме равностороннего треугольника со стороной  $a = 5$  см входит в область однородного магнитного поля. Рамка движется поступательно с постоянной скоростью  $v = 20$  м/с так, что одна сторона ее перпендикулярна границе области магнитного поля, а плоскость рамки перпендикулярна направлению вектора магнитной индукции. Какого максимального значения достигнет сила индукционного тока в рамке при ее движении? Сопротивление рамки  $R = 10^{-2}$  Ом. Индукция магнитного поля  $B = 1,5 \cdot 10^{-2}$  Тл.
- По двум металлическим параллельным рейкам, расположенным в горизонтальной плоскости и замкнутым на конденсатор  $C$ , может без трения двигаться проводник массой  $m$  и длиной  $l$ . Вся система находится в однородном магнитном поле, индукция которого  $\vec{B}$  направлена вверх. К середине проводника перпендикулярно к нему и параллельно рейкам приложена сила  $\vec{F}$  (рис. 5.26). Определите ускорение подвижного проводника, если сопротивление реек, подводющих проводов и подвижного проводника равно нулю. Какие виды энергии возникают за счет работы силы  $\vec{F}$ ? Считать, что в начальный момент скорость проводника равна нулю. Индуктивностью цепи пренебречь.
- На цилиндр из немагнитного материала намотан соленоид из  $w$  витков проволоки. Радиус цилиндра  $r$ , его длина  $l$  ( $r \ll l$ ). Сопротивление проволоки  $R$ . Каким должно быть напряжение на зажимах соленоида, чтобы сила тока возрастала прямо пропорционально времени, т. е. чтобы выполнялось равенство  $I = kt$ ?

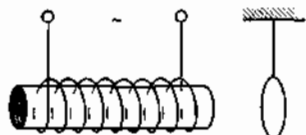


Рис. 5.27

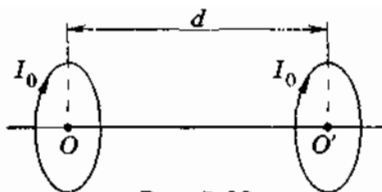


Рис. 5.28

13. Поверх длинного соленоида вплотную намотана катушка. Сила тока в соленоиде нарастает прямо пропорционально времени. Каков характер зависимости силы тока от времени в катушке?
14. К источнику тока параллельно подключены конденсатор емкостью  $C = 10 \text{ мкФ}$  и катушка индуктивностью  $L = 0,01 \text{ Гн}$ . Сила тока в катушке  $I = 2 \text{ А}$ , а напряжение на конденсаторе  $U = 10 \text{ В}$ . Затем источник отключают. Какой заряд  $q$  будет на конденсаторе в тот момент, когда сила тока в катушке окажется равной нулю? Потерями энергии пренебречь.
15. В однородном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  находится сверхпроводящее кольцо радиусом  $r$ . Линии индукции перпендикулярны плоскости кольца. Ток в кольце нет. Какой магнитный поток будет пронизывать кольцо после того, как магнитное поле перестанет действовать?
16. Перед полюсом электромагнита на длинной нити подвешено кольцо из сверхпроводника (рис. 5.27). Что произойдет с кольцом, если по обмотке электромагнита пропустить переменный ток?
17. Два сверхпроводящих кольца радиусами  $r$  нзходятся на расстоянии  $d$  друг от друга, причем  $d \gg r$ . Центры колец лежат на прямой  $OO'$ , перпендикулярной плоскостям обоих колец. Кольца могут перемещаться только вдоль этой прямой. В начальный момент по кольцам текут в одном направлении токи  $I_0$  (рис. 5.28). Чему будут равны силы токов в кольцах после того, как они сблизятся вплотную?

## Глава 6

### МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

*До сих пор мы имели дело только с магнитными полями в вакууме. Эти поля создавались электрическими токами в проводниках.*

*Хорошо известно, что магнитное поле создается не только электрическими токами, но и постоянными магнитами. Постоянные магниты могут быть изготовлены лишь из немногих веществ, но все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются, т. е. сами создают магнитные поля. Согласно гипотезе Ампера (см. § 4.1) эти поля порождаются микроскопическими токами, циркулирующими внутри атомов и молекул вещества.*

#### **§ 6.1. МАГНИТНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ — ХАРАКТЕРИСТИКА МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВА**

*Подобно тому как электрические свойства вещества характеризуются диэлектрической проницаемостью, магнитные свойства вещества характеризуются магнитной проницаемостью.*

#### **Магнитная проницаемость**

Благодаря тому что все вещества, находящиеся в магнитном поле, создают собственное магнитное поле, вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  в однородной среде отличается от вектора  $\vec{B}_0$  в той же точке пространства в отсутствие среды, т. е. в вакууме.

Отношение  $\frac{B}{B_0} = \mu$  называется магнитной проницаемостью среды.

Итак, в однородной среде магнитная индукция равна:

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0. \quad (6.1.1)$$

Эта формула справедлива только для однородной среды, заполняющей все пространство, или для случаев особой симметрии тела, например для однородного стержня внутри длинной катушки с током — соленоида. Если тело имеет произвольную форму, то при внесении его в магнитное поле с индукцией  $\vec{B}_0$  индукция внутри вещества не будет определяться формулой (6.1.1). Зависимость между  $\vec{B}$  и  $\vec{B}_0$  гораздо сложнее и определяется формой тела и его ориентацией по отношению к вектору  $\vec{B}_0$ .

### Измерение магнитной проницаемости

Магнитные свойства вещества характеризуются его магнитной проницаемостью  $\mu$ . Если значение  $\mu$  много больше единицы, как, например, у железа, то в принципе измерить магнитную проницаемость можно, используя явление электромагнитной индукции<sup>1</sup>.

ЭДС индукции равна скорости изменения потока магнитной индукции, пронизывающей катушку. Если вставить в длинную катушку железный сердечник, то магнитная индукция, согласно формуле (6.1.1), увеличится в  $\mu$  раз. Следовательно, во столько же раз увеличится поток магнитной индукции. При размыкании цепи, питающей намагничивающую катушку постоянным током, во второй, небольшой катушке, намотанной поверх основной, возникает индукционный ток, регистрируемый гальванометром (рис. 6.1).

Если в катушку вставлен железный сердечник, то отклонение стрелки гальванометра при размыкании цепи будет в  $\mu$  раз больше. Измерения показывают, что магнитный поток при внесении в катушку железного сердечника может увеличить-

---

<sup>1</sup> На практике для измерения магнитной проницаемости применяют другие методы.

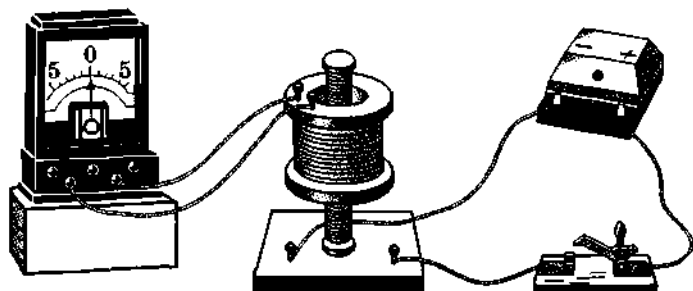


Рис. 6.1

ся в тысячи раз. Следовательно, магнитная проницаемость железа огромна.

*Магнитная проницаемость однородных тел определяется отношением магнитной индукции в среде к магнитной индукции в вакууме.*

## § 6.2. ТРИ КЛАССА МАГНИТНЫХ ВЕЩЕСТВ

*Существует три основных класса веществ с резко различающимися магнитными свойствами: ферромагнетики, парамагнетики и диамагнетики.*

При внесении в магнитное поле образца молекулярные токи в частицах вещества ориентируются определенным образом. Тело оказывается намагниченным, т. е. оно создает собственное магнитное поле. При этом внешнее магнитное поле действует на тело с определенной силой. Эта сила является результирующей всех элементарных сил, действующих на отдельные токи.

По значению этой силы можно определить магнитную проницаемость  $\mu$ . Такого рода опыты позволяют измерить  $\mu$  более точно, чем описанные в предыдущем параграфе. При этом достаточно располагать образцом небольших размеров. Однако зависимость магнитной проницаемости от силы, действующей на образец, весьма сложна, и мы не будем ее рассматривать подробно.

Для нас важно, что такие опыты позволяют убедиться в существовании трех классов веществ с резко различающимися магнитными свойствами.

Железный предмет, например стержень, как известно, втягивается в магнитное поле, т. е. перемещается в область, где магнитная индукция больше. Соответственно он притягивается к магниту или электромагниту. Это происходит потому, что элементарные токи в железе ориентируются так, что направление магнитной индукции их поля совпадает с направлением индукции намагничивающего поля. В результате железный стержень превращается в магнит, ближайший полюс которого противоположен полюсу электромагнита. Противоположные же полюса магнитов притягиваются (рис. 6.2). Другими словами, элементарные токи в железном стержне направлены в ту же сторону, что и ток в обмотке электромагнита. Одинаково направленные токи, как известно, притягиваются.

### Ферромагнетики

Вещества, у которых, подобно железу,  $\mu \gg 1$ , называются ферромагнетиками. Кроме железа, ферромагнетиками являются кобальт и никель, а также ряд редкоземельных элементов и многие сплавы. Важнейшее свойство ферромагнетиков — существование у них остаточного магнетизма. Ферромагнитное вещество может находиться в намагниченном состоянии и без внешнего намагничивающего поля. При нагревании до достаточно высокой температуры ферромагнитные свойства у тел исчезают.

Число ферромагнетиков в природе сравнительно невелико. У большинства тел магнитные свойства выражены слабо. Маг-

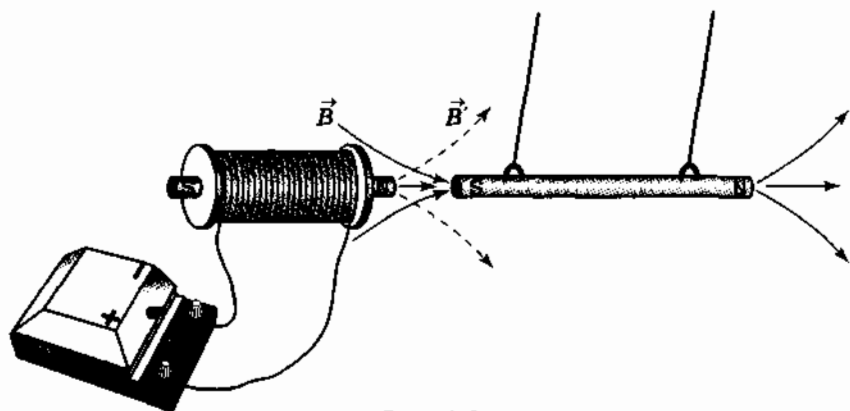


Рис. 6.2

нитная проницаемость у них почти такая же, как у вакуума:  $\mu \approx 1$ . Эти вещества со слабо выраженными свойствами в свою очередь делятся на два класса.

### Парамагнетики

Существуют вещества, которые ведут себя подобно железу, т. е. втягиваются в магнитное поле. Эти вещества называются **парамагнитными**. К их числу относятся некоторые металлы (алюминий, натрий, калий, марганец, платина и др.), кислород и многие другие элементы, а также различные растворы электролитов.

Так как парамагнетики втягиваются в поле, то линии индукции создаваемого ими собственного магнитного поля и намагничивающего поля направлены одинаково, поэтому поле усиливается. Таким образом, у них  $\mu > 1$ . Но от единицы  $\mu$  отличается крайне незначительно, всего на величину порядка  $10^{-5} \dots 10^{-6}$ . Поэтому для наблюдения парамагнитных явлений требуются мощные магнитные поля.

Магнитная проницаемость парамагнетиков, как показывает опыт, зависит от температуры и уменьшается при ее увеличении. При не очень сильных магнитных полях  $\mu$  не зависит от значения индукции намагничивающего поля. Однако в достаточно сильных полях такая зависимость обнаруживается.

Без намагничивающего поля парамагнетики не создают собственного магнитного поля. Постоянных парамагнетиков не бывает.

### Диамагнетики

Особый класс веществ представляют собой **диамагнетики**, открытые Фарадеем. Они выталкиваются из магнитного поля. Если подвесить диамагнитный стерженек возле полюса сильного электромагнита, то он будет отталкиваться от него. Следовательно, линии индукции созданного им поля направлены противоположно линиям индукции намагничивающего поля, т. е. поле ослабляется (рис. 6.3). Соответственно у диамагнетиков  $\mu < 1$ , причем отличается от единицы на величину порядка  $10^{-6}$ . Магнитные свойства у диамагнетиков выражены слабее, чем у парамагнетиков.

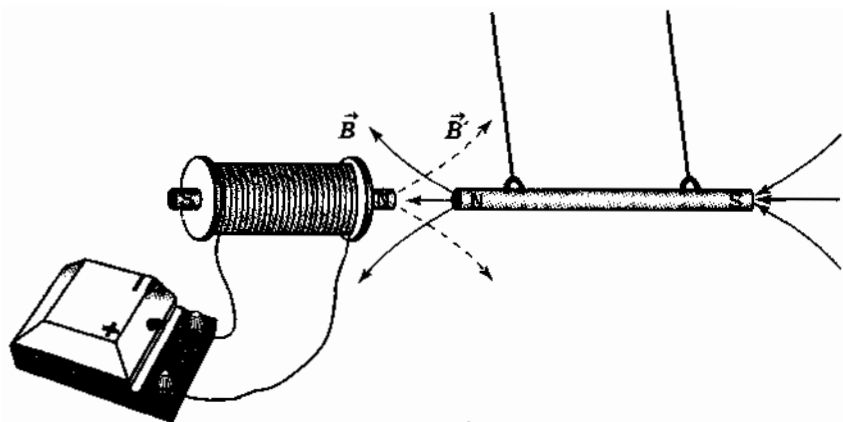


Рис. 6.3

К диамагнетикам относятся висмут, медь, сера, ртуть, хлор, инертные газы и практически все органические соединения. Диамагнитным является пламя, например пламя свечи (главным образом за счет углекислого газа). Поэтому пламя выталкивается из магнитного поля (рис. 6.4).

Для всех диамагнитных веществ магнитная проницаемость практически не зависит от индукции намагничивающего поля. Не зависит она, в отличие от парамагнетиков, и от температуры. При вынесении диамагнетика из внешнего намагничивающего поля он полностью размагничивается и магнитного поля не создает.

В состав тела человека и многих животных входят различные вещества, как диа-, так и парамагнитные. Ферромагнитные вещества почти полностью отсутствуют. Из-за этого постоянное магнитное поле заметным образом не влияет на жизнедеятельность организмов. Даже маг-



Рис. 6.4

нитное поле с индукцией в несколько тесла не изменяет протекание биохимических процессов в живой клетке. Помещать же живой организм в электрическое поле большой напряженности небезопасно.

*Все вещества, помещенные в магнитное поле, создают собственное магнитное поле. Но только ферромагнетики обладают остаточным магнетизмом.*



### § 6.3. ОБЪЯСНЕНИЕ ПАРА- И ДИАМАГНЕТИЗМА

*Различие пара- и диамагнитных свойств вещества обусловлено различием магнитных свойств их атомов.*

#### Парамагнетизм

Электроны, движущиеся в атомах или молекулах парамагнитных тел, создают в окружающем пространстве магнитное поле. Эти атомы приближенно можно рассматривать как маленькие замкнутые кольцевые токи (рис. 6.5). При внесении парамагнетика во внешнее поле отдельные элементарные токи стремятся ориентироваться по направлению линий индукции  $\vec{B}_0$  намагничивающего поля, точнее, нормали к контурам.

Поэтому магнитные поля элементарных токов усиливают внешнее поле. Хаотическое тепловое движение атомов препятствует правильной ориентации токов, и чем выше температура, тем меньший процент элементарных токов оказывается ориентированным по направлению поля, т. е. тем слабее намагничивается вещество. При выключении намагничивающего поля тепловое движение полностью разрушает ориентацию токов и вещество размагничивается.

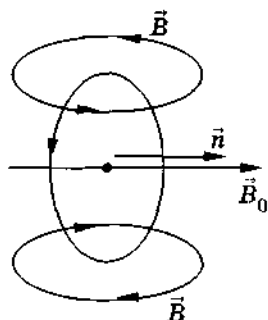


Рис. 6.5

Чем сильнее намагничивающее поле, тем большая часть элементарных токов оказывается ориентированной вдоль  $\vec{B}_0$ . Поэтому с возрастанием индукции намагничивающего поля магнитная индукция  $\vec{B}$  растет прямо пропорционально  $\vec{B}_0$ . Согласно (6.1.1) это означает, что  $\mu$  не зависит от  $\vec{B}_0$ . В очень сильных полях все элементарные токи оказываются ориентированными по полю, несмотря на тепловое движение атомов. Достигается, как говорят, насыщение. Это означает отсутствие линейной зависимости  $\vec{B}$  от  $\vec{B}_0$ ; магнитная проницаемость уменьшается при больших  $\vec{B}_0$ .

#### Диамагнетизм

В атомах и молекулах диамагнитных веществ токи, обусловленные движением электронов, имеют такую конфигурацию, что созданные ими магнитные поля взаимно компенси-

руют друг друга. В результате в обычном состоянии атом не создает поля. Почему же диамагнетики обнаруживают магнитные свойства? Причина этого проста. В момент включения магнитного поля (или при перемещении вещества в область, где это поле уже есть) в атомах или молекулах возникают индукционные токи подобно тому, как во вторичной обмотке трансформатора индуцируется ток при изменении магнитного поля, пронизывающего эту обмотку. Но в отличие

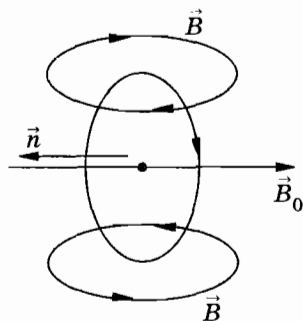


Рис. 6.6

от трансформатора индукционный ток в атоме не затухает и после исчезновения ЭДС индукции, так как сопротивления движению электронов в атомах нет. Диамагнетизм целиком обусловлен явлением электромагнитной индукции. Согласно правилу Ленца направление индукционного тока таково, что созданное им поле противодействует намагничивающему полю (рис. 6.6). Понимать это нужно так: при включении магнитного поля возникает вихревое электрическое поле. Это поле заставляет электроны закручиваться вокруг магнитных линий  $\vec{B}_0$ . На существовавшее ранее движение электронов накладывается дополнительное вращение. Вследствие этого вращения и возникает поле, противодействующее намагничивающему полю с индукцией  $\vec{B}_0$ . При исчезновении внешнего магнитного поля исчезают индукционные токи и диамагнетик оказывается размагниченным.

Из сказанного очевидно, что диамагнетизм присущ всем телам без исключения, так как во всех атомах, помещенных в магнитное поле, возникает дополнительный индукционный ток. Но проявляется диамагнетизм только у тех веществ, атомы или молекулы которых не создают магнитного поля сами по себе. У парамагнитных и тем более ферромагнитных тел атомы обладают собственными «врожденными» магнитными свойствами, и поэтому слабый диамагнитный эффект у таких веществ маскируется другими более сильными эффектами.

Магнитная индукция поля, создаваемого диамагнетиками, прямо пропорциональна индукции намагничивающего поля. Согласно закону электромагнитной индукции напряженность вихревого электрического поля тем больше, чем больше изме-

нение индукции магнитного поля от нуля до конечного значения  $B_0$ . Поэтому магнитная проницаемость диамагнетиков не зависит от  $B_0$ .

Отметим еще, что тепловое движение атомов в целом не нарушает ориентации индукционных токов внутри атомов. Они всегда лежат в плоскостях, перпендикулярных  $B_0$ . Поэтому магнитная проницаемость диамагнетиков не зависит от температуры.

### Сверхпроводники — идеальные диамагнетики

В предыдущей главе (см. § 5.9) уже говорилось о поведении сверхпроводников в переменном магнитном поле. Вернемся к этому вопросу и найдем значение  $\mu$  для сверхпроводников.

Как было показано, в сверхпроводнике поток магнитной индукции индукционного тока равен потоку индукции внешнего поля и противоположен ему по знаку. Индукционный ток не просто стремится, согласно правилу Ленца, компенсировать то изменение магнитного потока, которое его порождает, но компенсирует его полностью. Магнитное поле вообще не проникает внутрь сверхпроводника. Это означает, что сверхпроводник является идеальным диамагнетиком. Так как магнитная индукция  $\vec{B}$  внутри сверхпроводника равна нулю, то, согласно формуле (6.1.1), магнитная проницаемость сверхпроводника также равна нулю.

*Парамагнетизм обусловлен ориентацией элементарных (молекулярных) токов в магнитном поле. Диамагнетизм вызван появлением индукционных токов в атомах или молекулах.*

### § 6.4. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

*Хотя ферромагнитных тел в природе не так уж много, именно они имеют наибольшее практическое значение. Вставляя железный или стальной сердечник в катушку, можно во много раз увеличить создаваемое ею магнитное поле, не увеличивая силу тока в катушке.*

Уже говорилось о том, что ферромагнетики намагничиваются по направлению поля и значение магнитной проницаемости  $\mu$  у них может быть много больше единицы. Кроме то-

го, ферромагнитные тела обладают остаточным магнетизмом, чего не наблюдается у парамагнитных и диамагнитных тел.

Магнитная проницаемость ферромагнетиков непостоянна. Она зависит от магнитной индукции внешнего поля. Причем не только от значения магнитной индукции в данный момент времени, но и от «предыстории образца», т. е. от тех полей, которые действовали на вещество в предшествующие моменты времени. Подробнее на этом мы остановимся немного позднее.

Ферромагнетиками являются лишь некоторые твердые тела. Ферромагнетизм — это не свойство отдельных изолированных атомов железа и других веществ, а свойство образца в целом.

### Точка Кюри

Все ферромагнетики при нагревании до определенной, характерной для каждого вещества температуры теряют свои ферромагнитные свойства и становятся парамагнетиками. Температура, при которой вещество теряет ферромагнитные свойства, называется температурой или точкой Кюри, по имени открывшего это явление французского ученого П. Кюри.

Обнаружить существование температуры Кюри очень просто. При нагревании постоянного магнита выше этой температуры он перестает притягивать железные предметы.

Температура Кюри для железа  $770^{\circ}\text{C}$ , для никеля  $365^{\circ}\text{C}$ , для кобальта  $1000^{\circ}\text{C}$ . Существуют ферромагнитные сплавы с температурой Кюри меньше  $100^{\circ}\text{C}$ . Они теряют ферромагнитные свойства в горячей воде.

При температуре Кюри наряду с магнитными меняются и некоторые другие свойства ферромагнетиков. В частности, меняется и теплоемкость. Даже не регистрируя магнитное состояние железа при повышении температуры, а наблюдая лишь за изменением его теплоемкости, можно прийти к заключению, что при температуре Кюри с железом происходит нечто существенное. При температуре Кюри переход ферромагнетика из одного состояния в другое (парамагнитное) идет без поглощения (или выделения) энергии. Такого рода переход без скачкообразного изменения энергии называют фазовым переходом второго рода.

## Кривая намагничивания

Магнитное состояние ферромагнетика удобно характеризовать величиной, называемой намагниченностью. Если длинный однородный стержень поместить внутрь соленоида, то магнитная индукция внутри него станет равной  $B = \mu B_0$ . Разность между  $B$  и  $B_0$  может служить мерой намагничивания материала. Намагниченность  $J$  равна:

$$J = B - B_0, \quad (6.4.1)$$

или с учетом соотношения (6.1.1)

$$J = (\mu - 1)B_0. \quad (6.4.2)$$

Зависимость  $J$  от  $B_0$  сложная, так как  $\mu$  для ферромагнетиков зависит от  $B_0$ . Графически зависимость  $J$  от  $B_0$  выражает так называемая кривая намагничивания, которую можно найти экспериментально (см. § 6.1).

Из опыта получают следующее. Если железный образец не был предварительно намагничен, то  $J$  вначале растет с увеличением  $B_0$  почти по линейному закону (рис. 6.7). Но далее, даже в сравнительно слабых полях, наступает насыщение: намагниченность остается неизменной, несмотря на рост  $B_0$ . Здесь сразу можно предположить, что при насыщении все элементарные токи ориентированы полностью по полю, так что с дальнейшим ростом  $B_0$  созданное ими поле уже не может измениться. Так и есть на самом деле.

Для каждого ферромагнетика характерна своя индивидуальная кривая намагничивания.

## Магнитный гистерезис

В действительности зависимость  $J$  от  $B_0$  еще сложнее, чем показано на рисунке 6.7. Дело в том, что эта зависимость не однозначна. Намагниченность зависит не только от значения индукции в данный момент, но и от того, какой она была в предыдущие моменты времени. Кривая, изображенная на рисунке 6.7, получается лишь в том случае, если образец первоначально не был намагничен. При уменьшении индукции намагничивающего поля после достижения насыщения намагниченность  $J$  уменьшается медленнее, чем происходил ее

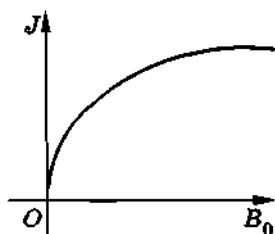


Рис. 6.7

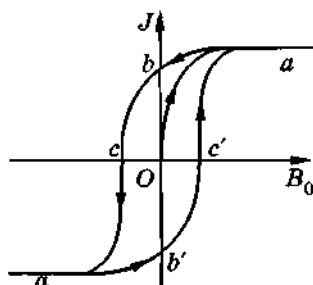


Рис. 6.8

рост. Это явление называют магнитным гистерезисом<sup>1</sup>.

Общий характер зависимости  $J$  от  $B_0$  изображен на рисунке 6.8. Участок  $Oa$  представляет собой кривую намагничивания, подобную представленной на рисунке 6.7. В точке  $a$  достигается насыщение. При уменьшении  $B_0$  до нуля намагниченность уменьшается в соответствии с участком кривой  $ab$ . При  $B_0 = 0$  намагниченность отлична от нуля. Ее значение  $J_k = Ob$  представляет собой остаточную намагниченность. Образец создает магнитное поле без внешнего намагничивающего поля. Он является, следовательно, постоянным магнитом. При увеличении магнитной индукции  $B_0$ , направленной уже в противоположную сторону, намагниченность уменьшается и лишь при  $B_{0c} = Oc$  становится равной нулю. Значение индукции  $B_{0c}$  называют коэффициентной (задерживающей) силой. Это та магнитная индукция, которую нужно создать для размагничивания образца. В точке  $a'$  образец опять намагничен до насыщения, но в обратном направлении. Уменьшая индукцию магнитного поля до нуля и опять увеличивая ее до достижения состояния насыщения (точка  $a$ ), получают замкнутую симметричную относительно точки  $O$  кривую, называемую петлей гистерезиса.

Первые детальные исследования намагничивания ферромагнитных материалов были выполнены выдающимся русским ученым А. Г. Столетовым (1839—1896). А. Г. Столетов впервые применил метод намагничивания замкнутого железного кольца током, текущим по проводам, намотанным на кольцо.

<sup>1</sup> От греч. *hystéresis* — отставание.

## Магнитные материалы

Различные ферромагнитные материалы имеют разные формы петли гистерезиса. Форма петли служит важнейшей магнитной характеристикой материала.

Различают магнитно-мягкие и магнитно-жесткие материалы. У магнитно-мягких материалов площадь петли мала (рис. 6.9), а у магнитно-жестких — велика (рис. 6.10).

К магнитно-мягким материалам относится отожженное и затем медленно охлажденное железо, некоторые сорта стали, сплав железа с никелем (70% Ni и 30% Fe), называемый пермаллоем, и др. Особенно узкой является петля гистерезиса у пермаллоя. У магнитно-мягких материалов мала коэрцитивная сила и остаточная намагниченность.

Железо и особые сорта стали (трансформаторная сталь) применяются для изготовления сердечников трансформаторов, генераторов, электродвигателей и т. д. По условиям работы сердечники этих устройств все время перемагничиваются в переменных магнитных полях. Перемагничивание требует совершения работы, пропорциональной по модулю площади петли гистерезиса. (Эта работа не связана с выделением тепла токами Фуко.) Поэтому в магнитно-мягких материалах энергетические потери меньше, чем в твердых.

К магнитно-жестким материалам с широкой петлей гистерезиса относятся некоторые сорта стали и многие сплавы. У этих ферромагнетиков велика остаточная намагниченность и коэрцитивная сила. Они применяются для изготовления постоянных магнитов.

Особенно широкую петлю гистерезиса имеет сплав альнико-5. Этот сплав обладает уникальными магнитными свойст-

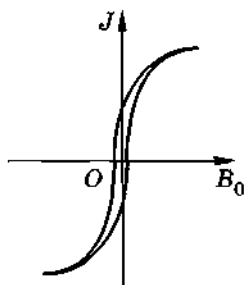


Рис. 6.9

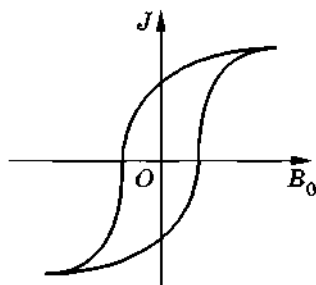


Рис. 6.10

вами. Остаточная намагниченность достигает 1,25 Тл. Для сравнения отметим, что максимальная индукция магнитного поля Земли  $7 \cdot 10^{-5}$  Тл. Этот сплав содержит пять компонентов в строго определенном количественном составе: 51% Fe, 8% Al, 14% Ni, 24% Co, 3% Cu. Нетрудно представить, какие большие усилия пришлось затратить для выбора этих компонентов и поисков количественного соотношения между ними. Создать хороший постоянный магнит оказалось трудной задачей.

Постоянные магниты находят широкое применение в электронизмерительных приборах, громкоговорителях и телефонах, звукозаписывающих аппаратах, магнитных компасах и т. д.

### Ферриты

Существуют ферромагнитные материалы, не проводящие электрического тока, — ферриты. Они представляют собой химические соединения оксидов железа с оксидами других веществ. Первый из известных людям ферромагнитных материалов — магнитный железняк — является ферритом. О практическом использовании ферритов будет рассказано в дальнейшем.

## § 6.5. О ПРИРОДЕ ФЕРРОМАГНЕТИЗМА

*Свойства ферромагнетиков напоминают свойства парамагнетиков: те и другие намагничиваются по направлению внешнего поля. При температуре выше температуры Кюри ферромагнетики превращаются в парамагнетики. Естественно поэтому предположить, что ферромагнетизм обусловлен ориентацией элементарных токов во внешнем поле.*

Для объяснения ферромагнетизма нужно понять, почему тепловое движение при температурах ниже точки Кюри не разрушает упорядоченную ориентацию элементарных токов. Почему даже слабые поля намагничивают ферромагнетик почти до насыщения? И наконец, почему существует гистерезис? Вопросов немало, и мы сможем ответить на них лишь в общих чертах.



## Спин электрона

Основным в объяснении ферромагнетизма является следующий факт. Ферромагнетизм обусловлен не обращением электронов вокруг ядер, как предполагали ученые вначале, а «собственным вращением». Электрон всегда как бы вращается вокруг своей оси и, обладая зарядом, создает вследствие этого магнитное поле наряду с полем, появляющимся за счет орбитального движения вокруг ядра. Собственный вращательный момент электрона называют *спин*ом.

Добавление «как бы» к слову «вращается» нужно потому, что электрон по своим свойствам не похож на очень маленький шарик. Его движение подчиняется законам механики микрочастиц — квантовой механики, а не классической механики Ньютона.

### Что вызывает ориентацию спинов?

На первый взгляд может показаться, что правильная ориентация спинов, не исчезающая после выключения внешнего магнитного поля, вызвана магнитными взаимодействиями. Но это не так. Магнитные силы слишком слабы для того, чтобы противостоять тепловому движению, разрушающему ориентацию.

Парадоксальным оказалось, что эти силы имеют не магнитную, а электрическую природу. Но происхождение их можно понять только в рамках квантовой механики. Называются эти силы *обменными*. Как и все сугубо квантовые явления, обменные силы не поддаются наглядному истолкованию. По этой причине мы не будем на них останавливаться. Заметим лишь, что ориентация спинов оказывается возможной только при определенной структуре атомных оболочек и строении кристаллической решетки вещества.

Если энергия обменного взаимодействия больше энергии теплового движения, то за счет данного взаимодействия появляется строго определенная ориентация электронных спинов. Только при температуре выше температуры Кюри тепловое движение разрушает эту ориентацию.

### Домены

Если все происходит так, как об этом только что было сказано, то непонятно, почему же любой ферромагнетик при температуре ниже точки Кюри не оказывается намагничен-

ным самопроизвольно до насыщения, когда все спины ориентированы одинаково. Почему для получения постоянного магнита образец приходится помещать в магнитное поле?

Ответ состоит в том, что кажущийся немагнитным кусок ферромагнитного вещества в действительности состоит из небольших областей, намагниченных до насыщения. Эти области называются доменами. В разных доменах индукции магнитных полей имеют различные направления, и в большом кристалле поля взаимно компенсируют друг друга.

Размеры доменов зависят от многих причин: от химического состава вещества, его размеров и формы, дефектов кристаллической структуры, температуры и т. д. Их объем имеет порядок  $10^{-6}$  см<sup>3</sup>, а длина может достигать 2—3 мм. Домены — это макроскопические образования, содержащие огромное число атомов.

Причина образования доменов — стремление системы к состоянию с наименьшей потенциальной энергией. Если образец намагничен в одном направлении, то он создает во внешнем пространстве магнитное поле, обладающее значительной энергией (рис. 6.11, а). Эта энергия будет заметно меньше, когда в двух половинах образца индукции противоположны по направлению (рис. 6.11, б). Но при этом образуется поверхность раздела (она называется доменной стенкой), где по соседству друг с другом располагаются электроны с антипараллельными спинами. А это энергетически не выгодно.

Обменная энергия минимальна, когда спины параллельны. Вот этот эффект и препятствует дроблению доменов на области, все меньшие и меньшие по размерам.

Дробление прекращается, когда энергия, необходимая для образования новой доменной стенки, сравнивается с уменьшением энергии во внешней области при образовании еще одного

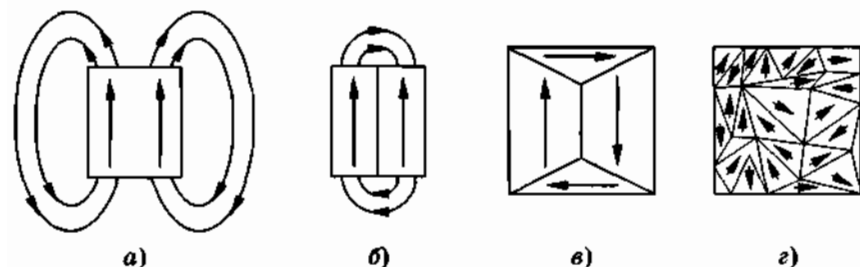


Рис. 6.11

домена. Образец при этом обладает минимальной магнитной энергией.

В монокристаллах домены могут быть ориентированы так, что магнитное поле вне образца вообще не создается (рис. 6.11, а). В поликристаллах ориентация намагниченностей доменов хаотична (рис. 6.11, з).

Границы доменов можно сделать видимыми. Для этого тщательно отшлифованную поверхность ферромагнетика покрывают тонким слоем коллоидной суспензии, состоящей из частиц оксида железа. Суспензия концентрируется на доменных стенках, где магнитное поле неоднородно.

### **Объяснение кривой намагничивания и гистерезиса**

Теперь выясним, что происходит с ненамагниченным ферромагнетиком при помещении его в магнитное поле.

Когда ферромагнетик помещают в слабое магнитное поле, то это приводит к сдвигу доменных стенок. Домены, направление намагниченности которых наиболее близко к направлению индукции внешнего поля, увеличиваются за счет сокращения размеров доменов с менее выгодным направлением намагниченности. Пока поле невелико, этот процесс обратим, и, уменьшая индукцию, мы вернемся к исходному состоянию.

Но в кристаллах имеется множество разного рода дефектов, примеси и т. д. При движении доменная стенка наталкивается на них и останавливается. Лишь при дальнейшем увеличении индукции намагничивающего поля стенка совершает скачок до следующего препятствия. В результате намагничивание происходит скачкообразно. На кривой намагничивания (см. рис. 6.7) эти скачки сглажены.

Скачки доменных стенок связаны с энергетическими потерями. Они вызывают упругие микроволны в кристаллах и появление микроскопических вихревых токов, нагревающих образец. Именно благодаря этому процесс намагничивания оказывается необратимым. При уменьшении индукции намагничивающего поля скачки доменных стенок происходят в обратном направлении, но не повторяют в точности скачки при намагничивании образца. Застывшие на дефектах структуры стенки доменов приводят к появлению остаточной намагниченности.

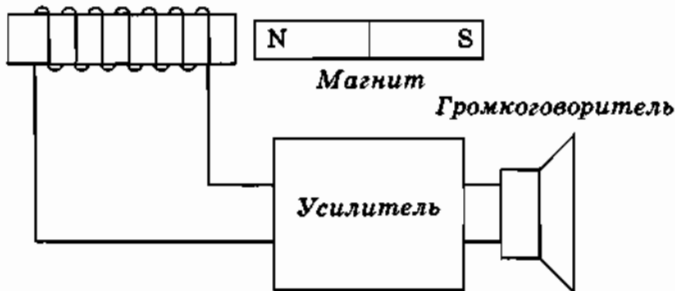


Рис. 6.12

После того как движение доменных стенок прекращается, образец еще не достигает насыщения. Остаются домены, у которых намагниченность сильно отличается по направлению от внешнего магнитного поля. При дальнейшем увеличении индукции намагничивающего поля происходит изменение направлений намагниченности доменов в целом. После этого намагниченность достигает насыщения.

Скачкообразный характер намагничивания можно обнаружить достаточно простым способом. На ферромагнитный сердечник надевается катушка, соединенная с громкоговорителем через усилитель (рис. 6.12). При намагничивании стержня, вызванном приближением постоянного магнита, происходят скачки доменных стенок. При каждом скачке в катушке возникает импульс индукционного тока и в динамике слышен щелчок.

*Ферромагнетизм определяется собственным вращательным движением электронов — спином. Электрические взаимодействия квантового происхождения ориентируют спины в одном направлении, если энергия теплового движения меньше энергии взаимодействия (температура ниже точки Кюри).*

## § 6.6. ПРИМЕНЕНИЯ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

Мы уже говорили о применении ферромагнетиков для изготовления постоянных магнитов, сердечников трансформаторов и других устройств. В настоящее время, пожалуй, наиболее важное применение ферромагнетики находят в магнитных пленках для записи самой разно-

образной информации: от голоса и музыки до программ электронно-вычислительных машин (ЭВМ).

### Магнитные ленты и магнитные пленки

Из ферромагнетиков изготавливаются магнитные ленты и тонкие магнитные пленки. Магнитные ленты широко используются для звукозаписи в магнитофонах и видеозаписи в видеомагнитофонах. Магнитная лента представляет собой гибкую основу из полихлорвинила или других веществ. На нее наносится рабочий слой в виде магнитного лака, состоящего из очень мелких игольчатых частиц железа или другого ферромагнетика и связующих веществ.

Запись звука производят на ленту с помощью электромагнита, магнитное поле которого изменяется в такт со звуковыми колебаниями. При движении ленты вблизи магнитной головки различные участки пленки намагничиваются (рис. 6.13). При воспроизведении звука происходит обратный процесс. Намагниченная лента благодаря электромагнитной индукции возбуждает в магнитной головке электрические сигналы, которые после усиления поступают на динамик магнитофона.

Тонкие магнитные пленки состоят из слоя ферромагнитного материала толщиной от 0,03 до 10 мкм. Их применяют в запоминающих устройствах ЭВМ. Магнитные пленки предназначены для записи, хранения и воспроизведения информации. Их наносят на тонкий алюминиевый диск или барабан. Информацию записывают и воспроизводят примерно так же, как и в обычном магнитофоне. Запись информации в ЭВМ можно производить и на магнитные ленты.

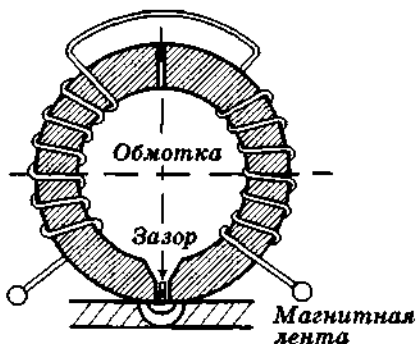


Рис. 6.13

## Применение ферритов

В § 6.4 отмечалось, что существуют магнитные изоляторы — ферриты. При перемагничивании в ферритах не возникают вихревые токи. В результате потери энергии на выделение теплоты сводятся к минимуму. Это особенно важно для радиоэлектронной аппаратуры, работающей в области очень высоких частот (миллионы колебаний в секунду). Здесь применение сердечников катушек из отдельных пластин уже не дает нужного эффекта, так как в каждой пластине возникают большие токи Фуко. Поэтому из ферритов делают сердечники высокочастотных трансформаторов, магнитные антенны транзисторов и др.

Ферритовые сердечники изготавливают из смеси порошков исходных веществ. Смесь прессуется и подвергается термической обработке.

Существенно, кроме того, что при очень быстром изменении магнитного поля в обычном ферромагнетике возникают индукционные токи, магнитное поле которых препятствует изменению магнитного потока в сердечнике катушки. Из-за этого поток магнитной индукции практически не меняется и сердечник не перемагничивается.

В ферритах вихревые токи не создаются, и поэтому их можно очень быстро перемагничивать. Это свойство ферритов используется в электронных устройствах, работающих на сверхвысоких частотах.

*Наряду с обычными ферромагнетиками широко используются ферриты — ферромагнетики, не проводящие электрического тока.*

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Изучение электродинамики не заканчивается знакомством с электромагнитной индукцией и магнитными свойствами вещества. Мы рассмотрели пока лишь электромагнитные явления в случае неподвижных электрических зарядов (постоянное электрическое поле) и в случае, когда заряды движутся с постоянной скоростью (постоянное магнитное поле). Только в главе «Электромагнитная индукция» мы приступили к знакомству с переменным во времени электромагнитным полем. Очень обширная, наиболее интересная и практически наиболее важная область переменных и быстропеременных электромагнитных явлений осталась нерассмотренной.

В дальнейшем, опираясь на фундаментальные законы электродинамики, которые уже изучены, мы рассмотрим свойства, получение и применение переменного электрического тока. Затем расскажем еще об одном фундаментальном свойстве электромагнитного поля: порождении магнитного поля переменным электрическим полем (явлении, обратном электромагнитной индукции). После этого перейдем к изучению быстропеременных электромагнитных полей и электромагнитных волн. Лишь тогда знакомство с электродинамикой можно будет считать законченным.

## ОТВЕТЫ К УПРАЖНЕНИЯМ

### Упражнение 1

- $N = \frac{r}{e} \sqrt{4\pi\epsilon_0 F} \approx 8,8 \cdot 10^6.$
- $F = 2,6$  кН.
- $F = 2,25$  дин.
- $x = \frac{n+1}{2\sqrt{n}} r.$
- $T = \frac{2\pi R}{e} \sqrt{4\pi\epsilon_0 r m_e} \approx 1,4 \cdot 10^{-16}$  с.
- $\frac{|q|}{m} = \frac{\omega^2 r^3}{Q} = 40$  СГСЭ<sub>q</sub>/г.
- $|q| = r \frac{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m g r}}{\sqrt{4L^2 - r^2}} = 3 \cdot 10^{-8}$  Кл.
- На расстояние 7 см.
- $|q| = 2l \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{4\pi\epsilon_0 m g \sin \frac{\alpha}{2}} \approx 5,2 \cdot 10^{-8}$  Кл.
- $Q = -\frac{q}{\sqrt{3}} = 5,2 \cdot 10^{-9}$  Кл.
- $a = q \sqrt{\frac{2}{F}} \cos 30^\circ = 0,83$  см.
- $Q = 4$  СГСЭ<sub>q</sub>;  $x = \frac{r \sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_1|} + \sqrt{|q_2|}} = 1$  м.
- $F = \frac{q^2}{a^2} \left( \sqrt{2} + \frac{1}{2} \right) = 1,9$  дин.
- $\frac{m_2}{m_3} = \frac{2 + \cos 60^\circ}{1 + \cos 60^\circ} = 3.$
- $q = \frac{l}{2} \sqrt{m g} = 100$  СГСЭ<sub>q</sub>.

### Упражнение 2

- $E_B = 5,3 \cdot 10^5$  Н/Кл.
- $E_C = 16$  Н/Кл.
- а)  $E_1 = \frac{1,15q}{4\pi\epsilon_0 l^2}$ ; б)  $E_2 = \frac{1,06q}{4\pi\epsilon_0 l^2}.$



$$4. N = \frac{m_e q}{e E} = 2000.$$

$$5. r = 8 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

$$6. E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q + Q}{a^2}.$$

$$7. \text{ а) } E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q| - q}{a^2}; \text{ б) } E_2 = 0; \text{ в) } E_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q - |Q|}{a^2}.$$

$$8. \alpha \approx 45^\circ.$$

$$9. \text{ а) } T_1 = \sqrt{(mg)^2 + 2qmgE \cos \alpha + (qE)^2} = 2,9 \cdot 10^3 \text{ дин, если напряженность электрического поля направлена вниз; б) } T_2 = \sqrt{(mg)^2 - 2qmgE \cos \alpha + (qE)^2} = 1,2 \cdot 10^3 \text{ дин, если напряженность электрического поля направлена вверх.}$$

10. Нет, не может. Для того чтобы, к примеру, положительный заряд находился в состоянии устойчивого равновесия, необходимо, чтобы при смещении заряда в любом направлении на него действовала сила, возвращающая заряд в положение равновесия. Следовательно, линии напряженности поля должны сходиться в точке, где расположен заряд. Но линии напряженности электрического поля начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных. В точке же, где расположен рассматриваемый заряд, отрицательных зарядов нет, и, следовательно, линии напряженности внешнего по отношению к заряду поля не могут сходиться в точке, где он расположен.

$$11. E = \frac{q}{2\pi^2 \epsilon_0 R^2} = 10 \text{ Н/Кл.}$$

$$12. E = \frac{q\sqrt{6}}{4\pi\epsilon_0 a^2}.$$

$$13. E = \frac{|q|}{2\epsilon_0 ab}.$$

$$14. E_B = \frac{|Q_1 - Q_2|}{2\epsilon_0 S}; E_A = E_C = \frac{Q_1 + Q_2}{2\epsilon_0 S}.$$

$$15. F = \frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0 S} = 5,7 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

16. Напряженность поля на малом участке поверхности пузыря, созданного всеми зарядами пузыря, за исключением зарядов на самом участке,  $E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  (см. задачу 5 из § 1.16). Сила, действующая

щая на участок поверхности единичной площади, равна  $E_2\sigma =$   
 $= \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$  (здесь  $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$  — поверхностная плотность заряда).

$$17. \operatorname{tg} \alpha = \frac{|q||\tau|}{2\pi\epsilon_0 mgr}.$$

$$18. \text{а) } x = \sqrt{\frac{|q||Q|(m+M)}{4\pi\epsilon_0 E(m|Q|+M|q|)}}; \text{ б) } a = \frac{(|Q|-|q|)E}{M+m}.$$

$$19. E_1 = \frac{q}{r^2} = 0,1 \text{ СГСЭ}_E = 3000 \text{ Н/Кл}; E_2 = \frac{q}{R^2} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ СГСЭ}_E =$$
  
 $= 750 \text{ Н/Кл}.$

$$20. \text{При } |x| \leq \frac{a}{2} \quad E = \frac{p|x|}{\epsilon_0}; \quad \text{при } |x| > \frac{a}{2} \quad E = \frac{px}{2\epsilon_0}.$$

### Упражнение 3

$$1. A = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = 2,25 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

$$2. A \approx 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

$$3. \Delta q = \frac{mgdU_2}{U_1(U_1+U_2)} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

$$4. \Delta q = q \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} = 10 \text{ нКл}.$$

$$5. \varphi = N^{2/3} \varphi_1.$$

$$6. r_2 = \frac{r_1}{1 + \frac{m_1 m_2}{2k(m_1 + m_2)} \cdot \frac{(v_1 + v_2)^2}{q_1 q_2}} r_1.$$

$$7. v'_1 = \frac{v_1^2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = 1,8 \text{ м/с}; v'_2 = \frac{v_2^2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = 3,2 \text{ м/с}.$$

8. Согласно условию задачи электроны вначале будут сближаться, двигаясь по траекториям одинаковой формы. Эти траектории симметричны относительно оси  $X$ , проходящей через середину отрезка  $AB$  и расположенной перпендикулярно к нему (рис. 1). После сближения на минимальное расстояние  $r$  электроны начнут удаляться друг от друга. Вследствие симметрии на минимальном рас-

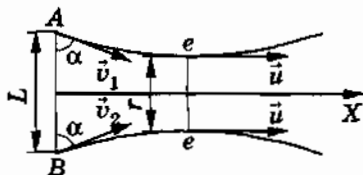


Рис. 1

стоянии электроны имеют одинаковые скорости  $\vec{v}$ , параллельные оси  $X$ . Эта скорость определяется из закона сохранения импульса:

$$m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = 2m\vec{v}.$$

В проекциях на ось  $X$  имеем:

$$2mv \sin \alpha = 2mv.$$

Отсюда  $u = v \sin \alpha$ . Теперь применим закон сохранения энергии:

$$2\frac{mv^2}{2} + k\frac{e^2}{L} = 2\frac{mu^2}{2} + k\frac{e^2}{r}.$$

Заменив модуль  $u$  скорости его выражением  $u = v \sin \alpha$ , получим:

$$r = \frac{ke^2}{(ke^2/L) + mv^2(1 - \sin^2 \alpha)} = \frac{ke^2}{(ke^2/L) + mv^2 \cos^2 \alpha}.$$

$$9. v = \frac{mv_0}{m+M} + \sqrt{\left(\frac{Mv_0}{m+M}\right)^2 - \frac{2kqQm}{Rm(m+M)}}.$$

$$10. R = \frac{2kqQ}{mv^2} \approx 0,5 \text{ м.}$$

$$11. v = 2\sqrt{\frac{2eL}{3m}(E_r^2 + E_n^2)}^{\frac{1}{4}} = 8 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$$

$$12. A = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a} \approx 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

$$13. A = \frac{q_0(q_2 - q_1)(l_2 - l_1)}{4\pi\epsilon_0 l_1 l_2} \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

$$14. q_1 = \frac{q}{4}.$$

$$15. \varphi'_1 = \varphi_2.$$

$$16. \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{L} + \frac{q_2}{R_2} \right) = 1800 \text{ В.}$$

$$17. \Delta\varphi = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 + q_2}{R_2} = 3,6 \text{ кВ.}$$

$$18. v = |q| \sqrt{\frac{7k}{ma(4 - \sqrt{2})}}.$$

$$19. W = -\frac{kq^2}{4d}; v = \frac{q}{2} \sqrt{\frac{k}{md}}. \text{ Указание. Воспользоваться решением задачи 7 в § 1.16.}$$

$$20. A = \frac{5kq^2}{3l}.$$

## Упражнение 4

1. Будет. Каждая из пластин обладает определенной, обычно небольшой, емкостью относительно Земли. (Это происходит из-за того, что вблизи краев пластин линии напряженности искривляются и достигают Земли.) Эквивалентная схема показана на рисунке 2. Емкость пластин относительно Земли изображена в виде конденсаторов  $C1$  и  $C2$ .

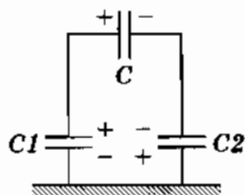


Рис. 2

При заземлении левой пластины нейтрализуется часть заряда, находящегося на ней. Это же произойдет

при заземлении правой пластины. Конденсатор будет разряжаться тем медленнее, чем больше емкость конденсатора по сравнению с емкостью каждой пластины относительно земли.

$$2. U_2 = U_1 \frac{d_2}{d_1} = 200 \text{ В.}$$

$$3. C = \frac{\epsilon_0 S(1 + \epsilon)}{2d}.$$

$$4. \frac{C_0}{C} = \frac{1 + 3\epsilon}{2(1 + \epsilon)} = \frac{7}{6}.$$

$$5. \delta = \frac{\epsilon(1 - E/E_{np})}{\epsilon - 1} = \frac{2}{3}.$$

6. Приблизительно оценить емкость тела человека можно, полагая, что человек имеет форму шара. Плотность его тела примерно равна плотности воды, т. е.  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Для человека, масса которого  $m = 80 \text{ кг}$ , можно записать:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho = m.$$

Отсюда

$$R = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}}.$$

Искомая емкость

$$C = 4\pi\epsilon_0 3 \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} = 3 \cdot 10^{-11} \text{ Ф} = 30 \text{ пФ.}$$

$$7. C = \frac{4\pi\epsilon_0 \epsilon r}{1 + \frac{r}{R}(\epsilon - 1)}.$$

$$8. U_1 = U \frac{\epsilon_2 d_1}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2} \approx 47 \text{ В}; U_2 = U \frac{\epsilon_1 d_2}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2} \approx 253 \text{ В.}$$

$$9. C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 S}{(\epsilon_1 \epsilon_2 + \epsilon_1 \epsilon_3 + \epsilon_2 \epsilon_3) d}.$$

10. Образовавшийся сложный конденсатор можно рассматривать как батарею, состоящую из трех одинаковых

конденсаторов емкостью  $C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ :

конденсатора *I* с пластинами 1 и 2, конденсатора *II* с пластинами 2 и 3 и конденсатора *III* с пластинами 3 и 4 (см. рис. 1.116). Конденсаторы *I* и *II* соединены параллельно (пластины

1 и 3 имеют равные потенциалы, так как они соединены проводником, а пластина 2 у них общая). Конденсатор *III* присоединен к этой паре последовательно: его «плюсовая» пластина 3 является одновременно и «минусовой» пластиной конденсатора *II*. В результате получаем схему соединения конденсаторов (рис. 3), из которой находим:

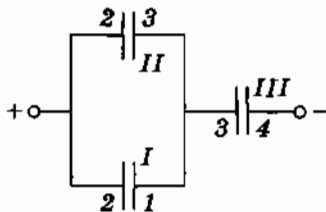


Рис. 3

$$C = \frac{1}{\frac{1}{2C_0} + \frac{1}{C_0}} = \frac{2C_0}{3} = \frac{2\epsilon_0 S}{3d}.$$

11.  $C \approx 4,5$  мкФ.

12.  $1,2C$ .

13.  $\frac{NC}{2}$ .

14.  $\Delta W_p = \frac{CU^2}{2} \frac{1-\epsilon}{\epsilon} = -2,5 \cdot 10^{-8}$  Дж.

15.  $W_p = \frac{1+2\epsilon}{\epsilon} \frac{q^2}{2C} = 1,25 \cdot 10^{-2}$  Дж;  $U = \frac{1+2\epsilon}{\epsilon} \frac{q}{C} = 250$  В.

16.  $\epsilon = 1 + \frac{A}{W_p} = 4,5$ .

17. К ошибочному результату мы пришли потому, что не учли одно из фундаментальных свойств электростатического поля — его потенциальный характер: работа сил поля при перемещении заряженной частицы по замкнутой траектории равна нулю.

При движении заряженной частицы внутри конденсатора электрическое поле ускоряет, а вне конденсатора — тормозит ее, и, когда частица подлетает к отверстию в верхней пластине, ее энергия принимает прежнее значение. Это означает, что в рассматриваемом примере мы не можем пренебрегать электростатическим полем вне плоского конденсатора. Оно, правда, значительно слабее поля между обкладками, но в нем частица пролетает гораздо больший путь. В результате в тормозящем поле вне конденсатора частица теряет как раз ту энергию, которую приобретает внутри конденсатора.

18. Энергия конденсаторов до соединения была равна:

$$W_0 = \frac{1}{2}(C_1 U_1^2 + C_2 U_2^2).$$

После соединения заряд батареи конденсаторов стал равен  $q = q_1 + q_2$ , а энергия батареи

$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_1 + C_2} = \frac{1}{2} \frac{(C_1 U_1 + C_2 U_2)^2}{C_1 + C_2}.$$

Разность энергий

$$W_0 - W = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} (U_1 - U_2)^2 > 0.$$

Энергия конденсаторов уменьшилась вследствие того, что при их соединении проводниками заряды перетекали с одного конденсатора на другой. В проводниках, соединяющих конденсаторы, выделялась при этом теплота. Количество выделенной теплоты не зависит от сопротивления соединительных проводов. При малом сопротивлении проводов в них будут протекать большие токи и наоборот. Если соединительные провода и обкладки не обладают сопротивлением (сверхпроводимость), то в системе возникнут электромагнитные колебания. Они в конце концов затухнут за счет излучения электромагнитных волн.

19. Когда диэлектрик втянут на расстояние  $x$ , конденсатор можно рассматривать как батарею, состоящую из двух параллельно соединенных конденсаторов (см. рис. 1.120). Ее емкость равна:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \left( 1 + (\epsilon - 1) \frac{x}{l} \right),$$

а заряд  $q = \frac{\epsilon_0 S}{d} U$ . Энергия конденсатора в этом случае равна:

$$W_1 = \frac{q^2}{2C} = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2d} \frac{1}{1 + (\epsilon - 1) \frac{x}{l}}.$$

Если  $x$  увеличить на  $\delta$ , то энергия конденсатора уменьшится. Она станет равной:

$$W_2 = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2d} \frac{1}{1 + (\epsilon - 1) \frac{x + \delta}{l}}.$$

Работа искомой силы  $F$  на пути  $\delta$  равна изменению энергии, взятому с противоположным знаком:

$$A = -\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2d} \frac{(\epsilon - 1) \frac{\delta}{l}}{\left[ 1 + (\epsilon - 1) \frac{x + \delta}{l} \right] \left[ 1 + (\epsilon - 1) \frac{x}{l} \right]}.$$

Значение силы  $F$ , вообще говоря, изменяется. Но если путь  $\delta$  достаточно мал, то можно считать, что

$$A = F\delta = W_1 - W_2.$$

Отсюда следует, что

$$F = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2dl} \frac{\epsilon - 1}{\left[1 + (\epsilon - 1) \frac{x}{l}\right]^2},$$

если пренебречь величиной  $\delta$  в знаменателе.

*Примечание.* В то время как при подсчете энергии мы считали, что поле внутри конденсатора однородно, и пренебрегали краевыми эффектами для физического объяснения происхождения силы, действующей на диэлектрик, обязательно надо учитывать неоднородность поля у краев.

20. Энергия конденсатора в случае, когда диэлектрик втянулся на расстояние  $x$  внутрь конденсатора, равна:

$$W_1 = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} U^2 \frac{\epsilon_0 S}{d} \left(1 + (\epsilon - 1) \frac{x}{l}\right).$$

Если  $x$  увеличить на  $\delta$ , то энергия конденсатора увеличится на

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{\epsilon_0 U^2 S}{2d} (\epsilon - 1) \frac{\delta}{l}.$$

Заряд на обкладках конденсатора при перемещении диэлектрика на расстояние  $\delta$  увеличится на

$$q_2 - q_1 = \frac{\epsilon_0 U S}{d} (\epsilon - 1) \frac{\delta}{l}.$$

Работа, совершаемая источником напряжения при перемещении такого количества электричества, равна:

$$A = (q_2 - q_1)U = \frac{\epsilon_0 U^2 S}{d} (\epsilon - 1) \frac{\delta}{l}.$$

За счет этой работы увеличивается электростатическая энергия конденсатора и совершается работа по втягиванию диэлектрика. Если через  $F$  обозначить силу, с которой втягивается диэлектрик в конденсатор, то на основании закона сохранения энергии имеем:

$$A = W_2 - W_1 + F\delta,$$

т. е.

$$\frac{\epsilon_0 U^2 S}{d} (\epsilon - 1) \frac{\delta}{l} = \frac{\epsilon_0 U^2 S}{2d} (\epsilon - 1) \frac{\delta}{l} + F\delta.$$

Отсюда  $F = \frac{\epsilon_0 U^2 S}{2dl} (\epsilon - 1)$ .

В этом случае, как мы видим, сила постоянна и не зависит от  $x$ .

## Упражнение 5

- $j = \frac{U}{\rho l} = 1,8 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$ .
- $I = \frac{qv}{2d_0}$ . Ток течет в направлении от положительно заряженной пластины первого конденсатора к положительно заряженной пластине второго конденсатора.
- $q = \frac{It}{2} = 25 \text{ Кл}$ .
- $\rho = \frac{US}{\Pi} = \frac{\pi d^2 U}{4 \Pi l} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .
- $t_1 = \frac{R_1(1 + \alpha t) - R}{\alpha R} \approx 45 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- $I = \frac{\pi d^2 \Delta U}{4 \rho_0(1 + \alpha t)} \approx 0,15 \text{ А}$ .
- Мощность, потребляемая прибором в момент его включения, во много раз больше номинальной, так как сопротивление холодной спирали мало. Соответственно велико падение напряжения на проводах, идущих от магистрали в квартиру. По мере нагревания спирали потребляемая мощность падает, приближаясь к номинальной.
- Способ переделки ясен из рисунка 4.
- $t = \frac{mgh}{\eta IU} \approx 35 \text{ с}$ .
- $m = \frac{\eta IU \tau}{c|\epsilon| + \lambda} \approx 0,9 \text{ кг}$ .
- $n = \frac{U^2 d_2^2 \eta \tau}{4 \rho \rho_s c V d_1 (t_x - t)} = 13$  (здесь  $\rho_s = 10^3 \text{ кг/м}^3$  — плотность воды,  $t_x = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  — температура кипения воды).
- $S = \frac{2 \rho l P}{\beta(1 - \beta)U^2} = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ .
- а)  $t_{\text{щп}} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6 \text{ мин}$ ;  
б)  $t_{\text{не}} = t_1 + t_2 = 25 \text{ мин}$ .
- $\frac{R}{3}$ .
- $R_2 = \frac{8}{9} R_1 = 90 \text{ Ом}$ .
- $R_3 = \frac{(U - I_3 R_1) R_2}{I_3 (R_1 + R_2)} = 40 \text{ Ом}$ .

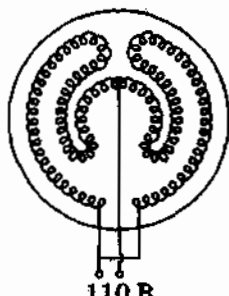


Рис. 4



17. При установке движка в точке  $A$ :  $I = 0$ ;  $U = 0$ ; в точке  $B$ :  
 $I = 0,109$  А;  $U = 10,9$  В; в точке  $C$ :  $I = 0,208$  А;  $U = 20,8$  В; в точке  
 $D$ :  $I = 0,5$  А;  $U = 50$  В.

$$18. r = R(\sqrt{3} - 1) \approx 0,73R.$$

$$19. R_0 = \frac{R}{3}.$$

$$20. R_0 = \frac{5}{6}R.$$

$$21. R_0 = \frac{7}{6}r.$$

$$22. q = \frac{CUR_2}{R_1 + R_2}.$$

$$23. l = \frac{\pi d^2}{4\rho} \left( \frac{U}{I} - R \right) \approx 16 \text{ м.}$$

$$24. R_x = R \frac{U_1(U - U_2)}{U_2(U - U_1)} \approx 79 \text{ кОм.}$$

$$25. \delta = \frac{R}{R + R_0}.$$

### Упражнение 6

$$1. q = \frac{\varepsilon RC}{R + r} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Кл.}$$

$$2. \varepsilon = \frac{(R_2 - R_1)I_1 I_2}{I_1 - I_2} = 2 \text{ В.}$$

$$3. I = \frac{\varepsilon U}{\varepsilon(R_1 + R_2) - UR_1} \approx 0,055 \text{ А.}$$

$$4. r = \frac{R_1 R_2}{R} \approx 13,3 \text{ Ом.}$$

5. Сопротивления внешнего и внутреннего участков цепи должны быть равны между собой.

$$6. r = \frac{(m + 1)(n - 1)R}{m - n + 1} \approx 3,3 \text{ Ом.}$$

7. См. рис. 5, а, б.

$$8. \varepsilon = \frac{IU(R_1 - R - R_2)}{IR_1 - U} = 2,1 \text{ В.}$$

9. При зарядке аккумулятора  $U_1 = \varepsilon + Ir = 5$  В, а при разрядке  
 $U_2 = \varepsilon - Ir = 3$  В.

10. Соответствующие распределения потенциала изображены на рисунке 6, а-г.

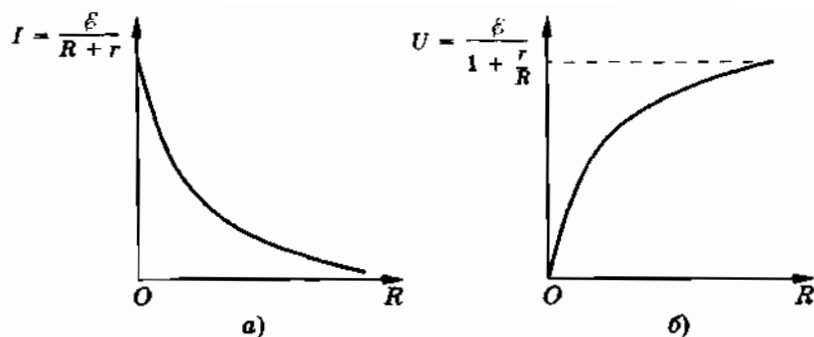


Рис. 5

$$\text{a) } I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2}; \varphi_B - \varphi_A = \frac{\varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}; \quad \text{б) } I = \frac{\varepsilon_1}{r_1}; \varphi_B - \varphi_A = 0;$$

$$\text{в) } I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2}; \varphi_B - \varphi_A = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}; \quad \text{г) } I = 0; \varphi_B - \varphi_A = \varepsilon_1 = \varepsilon_2.$$

$$11. U_2 = \frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2 + U_1(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = 1,86 \text{ В.}$$

$$12. U_2 = \frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2 - U_1(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = 1,57 \text{ В.}$$

$$13. \text{Если } \frac{\varepsilon_2}{r_2} < \frac{\varepsilon_1}{R + r_1}.$$

$$14. R = \frac{\varepsilon_2 r}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = 1 \text{ Ом}; R > \frac{\varepsilon_2 r}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = 1 \text{ Ом.}$$

$$15. \varphi_A - \varphi_B = 0.$$

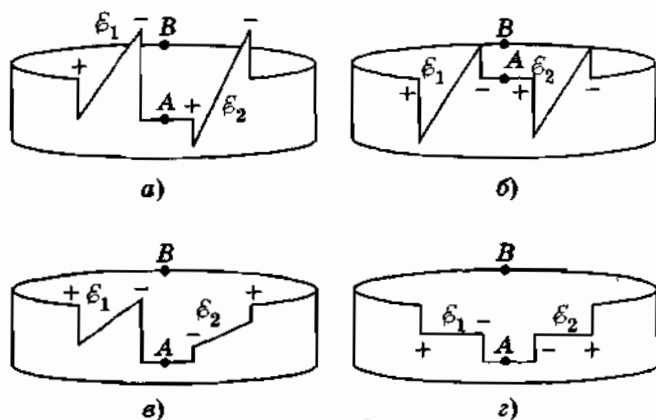


Рис. 6

$$16. U_{AC} = \frac{5R + 24r}{3R + 10r} \varepsilon; U_{BD} = \frac{11R + 40r}{3R + 10r} \varepsilon.$$

$$17. P_1 = \frac{\varepsilon(U - \varepsilon)}{r}; P_2 = \frac{(U - \varepsilon)^2}{r}.$$

$$18. I_1 = \frac{(\varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_2 r_1) R_1}{R_1 R_2 (r_1 + r_2) + r_1 r_2 (R_1 + R_2)} = 0,73 \text{ A.}$$

$$19. I = \frac{U - n\varepsilon}{R + nr} = 2,7 \text{ A.}$$

$$20. I = \frac{(N - 2k)\varepsilon}{R + Nr}.$$

$$21. r = 0; \varepsilon = \varepsilon_2.$$

$$22. \varepsilon' = \varepsilon \frac{R}{R+r}; r' = \frac{Rr}{R+r}.$$

23. При условии, что внешнее сопротивление цепи равно внутреннему сопротивлению одного элемента.

24. Последовательно.

$$25. N = \frac{n^2 R}{2} = 96; I = \frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{N}{Rr}} = 7,36 \text{ A.}$$

### Упражнение 7

$$1. E = \frac{m\omega^2 r}{e}; U = \frac{m\omega^2 R^2}{2e}.$$

$$2. n = \frac{1}{2\pi R} \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 380 \text{ с}^{-1}.$$

$$3. \frac{v_a}{v_m} = 1,4.$$

$$4. Q = \frac{m^2 R}{k^2 t} = 40 \text{ Дж.}$$

$$5. m_1 = \frac{m_a k_c}{k_m} - m_2 = 80,6 \text{ мг.}$$

$$6. \approx 2,4 \text{ г.}$$

7. Определенная концентрация ионов есть результат динамического равновесия: количество ионов, возникающих вследствие электролитической диссоциации, равно убыли числа ионов вследствие обратного процесса — рекомбинации (ионы противоположных знаков, столкнувшись, могут образовать нейтральную молекулу).

Вблизи электродов концентрация ионов падает, и это равновесие нарушается. Число ионов, возникших вследствие диссоциации, оказывается больше числа рекомбинированных ионов. Именно

этот процесс поставляет ионы в раствор электролита. Процесс происходит вблизи электродов. Внутри раствора электролита динамическое равновесие не нарушается.

8. За секунду к катоду прибывает и на нем выделяется  $n_+ v_+ S$  положительных ионов ( $S$  — площадь катода). Одновременно удаляется  $n_- v_- S$  отрицательных ионов. В процессе ухода отрицательных ионов динамическое равновесие между нейтральными молекулами раствора электролита и ионами, на которые они распадаются, нарушается (см. задачу 7). Вновь возникает  $n_- v_- S$  отрицательных и столько же положительных ионов. Положительные ионы также выделяются на катоде, и в результате заряд, переносимый положительными ионами, выделившимися на катоде в секунду, оказывается численно равным полному току.

9.  $j = \frac{\rho d}{kt} = 120 \text{ А/м}^2$ .

10.  $\approx 66$ .

11.  $5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$ .

12.  $3 \cdot 10^6 \text{ В/м}$ ;  $2,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ .

13.  $I_p = \frac{It}{\tau} = 300 \text{ А}$ ;  $U_s = \frac{It}{C} = 3 \cdot 10^4 \text{ В}$ .

14. При охлаждении отрицательного уголя дуга погаснет, так как горение дуги обеспечивается сильной термоэлектронной эмиссией с катода, которая прекращается при его охлаждении. Охлаждение положительного уголя не будет влиять на работу дуги.

15. Полная энергия электрона равна сумме кинетической и потенциальной энергий.

При приближении к кольцу потенциальная энергия электрона в поле кольца уменьшается, и за счет этого растет кинетическая энергия. Пройдя сквозь кольцо, электрон удаляется от него. При этом потенциальная энергия электрона увеличивается, а скорость постепенно уменьшается до нуля.

16. Первый диод начинает проводить ток только при  $U_a > 0$ , т. е. при  $U > \varepsilon_1$ , второй — при  $U > \varepsilon_2$  и третий — при  $U > \varepsilon_3$ . Поэтому график зависимости полного тока от напряжения представляет собой ломаную линию (рис. 7):

$I = 0$  при  $U < \varepsilon_1$ ;

$I = k(U - \varepsilon_1)$  при  $\varepsilon_1 \leq U \leq \varepsilon_2$ ;

$I = k(U - \varepsilon_1) + k(U - \varepsilon_2)$  при

$\varepsilon_2 \leq U \leq \varepsilon_3$ ;

$I = k(U - \varepsilon_1) + k(U - \varepsilon_2) +$

$+ k(U - \varepsilon_3)$  при  $U \geq \varepsilon_3$ .

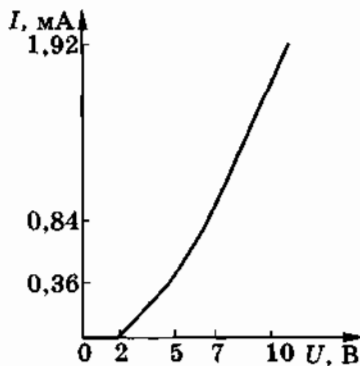


Рис. 7

17. Анода достигают электроны с энергиями от 74 до 80 эВ. От потенциала сетки эта энергия не зависит. (1 эВ =  $1,6 \times 10^{-19}$  Дж — это энергия, приобретаемая электроном при прохождении им разности потенциалов в 1 В.)

$$18. y = \frac{eI^2 U}{4dW_k} = 0,8 \text{ см.}$$

$$19. U_1 = \frac{4hdU}{I(2I_1 + I)} = 54 \text{ В.}$$

$$20. R = \frac{rdmv_0^2 \operatorname{tg} \alpha}{e\ell l - dmv_0^2 \operatorname{tg} \alpha}.$$

$$21. n = \frac{n_{\text{In}} M_{\text{In}}}{N_A \rho_{\text{Ge}}} = 3,6 \cdot 10^{-7} = 3,6 \cdot 10^{-5} \%.$$

22. Нет, так как олово также четырехвалентно.

23. Правая часть — в пропускном, а левая часть — в запирающем направлении;  $\approx 2,7 \text{ Ом}$ ;  $\approx 1,1 \text{ МОм}$ .

### Упражнение 8

$$1. M = \pi R^2 B I \approx 6 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

$$2. B = \mu_0 \frac{I}{2R}.$$

$$3. \frac{B_2}{B_1} = \frac{3}{2}.$$

4. В произвольной точке линии  $AB$  любой малый элемент тока проводника  $ACB$  создает магнитное поле, индукция которого перпендикулярна плоскости чертежа. Симметричный ему элемент проводника  $ADB$  создает такое же поле, но с индукцией, направленной в противоположную сторону. Суммарная индукция от двух любых симметрично расположенных элементов поэтому будет равна нулю. Следовательно, в произвольной точке на линии  $AB$  индукция поля, созданного всем проводником, равна нулю, так как прямолинейные участки проводника также не создают поля на  $AB$ .

$$5. \text{ а) } 0; \text{ б) } B = \frac{2\mu_0 I}{\pi a} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Тл.}$$

$$6. I = \frac{\pi^2 \rho D^2 d R g}{2\mu_0 \ell} = 550 \text{ А.}$$

7. а) Если токи  $I$  и  $i$  текут в одну сторону, то расстояние между ши-

ной и проводом может быть:  $x_1 = \frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{\mu_0 I i l}{4\pi k}}$  (устойчивое рав-

новесие) или  $x_2 = \frac{h}{2} - \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{\mu_0 I l l}{4\pi k}}$  (неустойчивое равновесие).

Если  $\frac{h^2}{4} < \frac{\mu_0 I l l}{4\pi k}$ , т. е.  $k < \frac{\mu_0 I l l}{\pi h^2}$ , провод притянется к шине.

б) Если токи  $I$  и  $i$  текут в противоположных направлениях, то провод отталкивается от шины и будет в устойчивом равновесии на расстоянии

$$x = \frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{\mu_0 I l l}{4\pi k}}.$$

8.  $\alpha = \arctg \frac{BIl}{mg} \approx 56^\circ.$

9.  $B = \frac{2\rho Sg}{I} \operatorname{tg} \alpha \approx 0,08 \text{ Тл.}$

10. Контур притягивается к проводу с силой  $F = \frac{\mu_0 I I_1 a h}{2\pi x(x+h)}.$

11.  $A = 2BIab.$

12.  $F = 2\pi R B I \sin \alpha.$

13.  $B = \frac{\mu mg}{Il\sqrt{1+\mu^2}}; \alpha = \arctg \mu.$

14.  $R = \frac{El}{v_0 B} \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$

15.  $n = \frac{Be}{2\pi m} \approx 1,0 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}.$

16. Прямолинейное движение протона возможно в двух случаях:

а) Вектор  $\vec{E}$  направлен вдоль траектории протона. Тогда вектор  $\vec{B}$  также должен быть направлен вдоль траектории и его модуль может быть любым, так как магнитное поле на частицу не будет действовать.

б) Векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{v}$  взаимно перпендикулярны, и сила, действующая на протон со стороны электрического поля, равна по модулю и противоположна по направлению силе Лоренца, действующей на протон со стороны магнитного поля (рис. 8).  
Так как  $e\vec{E} + \vec{F}_L = 0$ , то  $eE - evB = 0$  и

$$B = \frac{E}{v}.$$

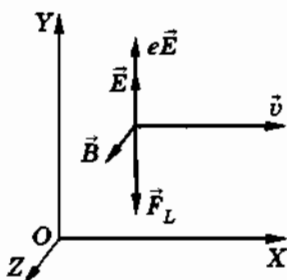


Рис. 8

17.  $\Phi_M - \Phi_N = \frac{BaI}{neS}.$

18.  $F = BIR.$

19.  $I = \sqrt{\frac{mgIL}{\mu_0 \omega_1 \omega_2 S}}.$

20. На рисунке 9 изображено сечение проводника. Определим магнитную индукцию  $\vec{B}$  в произвольной точке  $A$ , находящейся на расстоянии  $r$  от оси проводника  $O$ . Проведем через точку  $A$  замкнутый контур в виде окружности радиусом  $r$ , центр которой лежит на оси проводника и плоскость которой перпендикулярна этой оси (см. рис. 9). Применим к этому контуру теорему о циркуляции (4.11.7)

$$\sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = \mu_0 I,$$

где  $I$  — сила тока, пронизывающего этот контур. Из соображений симметрии

$$\sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = B \cdot 2\pi r,$$

где  $B$  — модуль искомой магнитной индукции. Выбранный контур охватывает часть проводника в виде цилиндра, радиус сечения которого равен  $r$ . Поэтому  $I = j\pi r^2$ . Следовательно,

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 j\pi r^2.$$

Отсюда

$$B = \frac{\mu_0 j r}{2}.$$

Из полученной формулы следует, что индукция магнитного поля внутри проводника с током прямо пропорциональна расстоянию от его оси. На оси проводника магнитная индукция равна нулю, а на его поверхности она максимальна. На рисунке 10 эта зависимость представлена графически.

21.  $B = \frac{\mu_0 j d}{2}$ . Поле однородно (рис. 11), линии индукции перпендикулярны плоскости, проходящей через оси симметрии полости и проводника.
22. Магнитная индукция в произвольной точке внутри трубы равна нулю.

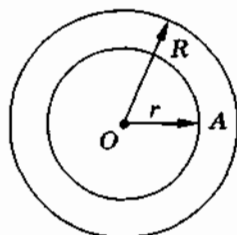


Рис. 9

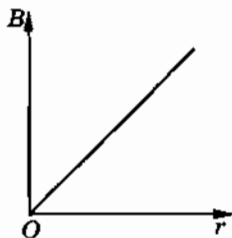


Рис. 10

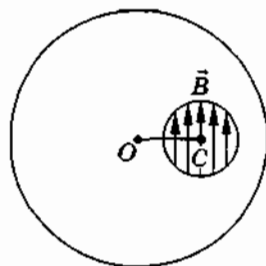


Рис. 11

### Упражнение 9

1.  $q = \frac{BSv}{R}$ .

2. Во втором случае.

3. За время  $\Delta t$  контур переместится в положение  $A'B'C'D'$  (рис. 12) на расстояние  $\Delta x$ . При этом магнитный поток, пронизывающий контур, изменится на

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \Phi_{DCC'D'} - \Phi_{ABBA'} = B_{AB}a\Delta x - B_{CD}a\Delta x = \\ &= \left( \mu_0 \frac{I}{2\pi(x+b)} - \mu_0 \frac{I}{2\pi x} \right) a\Delta x = - \frac{\mu_0 I ab \Delta x}{2\pi x(x+b)}. \end{aligned}$$

Так как  $I_1 = -\frac{1}{R} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ , а  $\Delta x = v\Delta t$ , то

$$I_1 = \frac{\mu_0 ab I v}{2\pi x(x+b)R}.$$

Ток, индуцированный в контуре, направлен по часовой стрелке.

4.  $U = \frac{L^2 B \omega}{2} = 0,01 \text{ В}$ .

5. В контуре  $ABCD$  действует ЭДС индукции  $\mathcal{E}_1 = ka^2$ , а в контуре

$BEFC$  — ЭДС индукции  $\mathcal{E}_2 = \frac{ka^2}{2}$ . Простейшая эквивалентная схема с гальваническими элементами, заменяющими ЭДС индукции, для нашей цепи имеет вид, изображенный на рисунке 13. На основании второго правила Кирхгофа можно записать:

$$I_3 ar = \mathcal{E}_1 - I_1 \cdot 3ar = I_2 \cdot 2ar - \mathcal{E}_2.$$

По первому правилу Кирхгофа  $I_1 = I_2 + I_3$ . Решая полученные уравнения, находим:

$$I_1 = \frac{3\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{11ar}, \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}_1 + 4\mathcal{E}_2}{11ar}, \quad I_3 = \frac{2\mathcal{E}_1 - 3\mathcal{E}_2}{11ar}.$$

Учитывая выражения для  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ , окончательно имеем:

$$I_1 = \frac{7ka}{22r}; \quad I_2 = \frac{3ka}{11r}; \quad I_3 = \frac{1ka}{22r}.$$

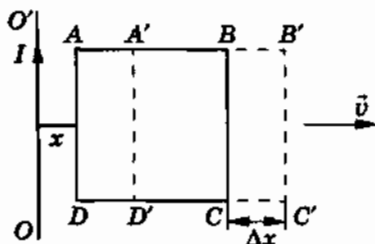


Рис. 12

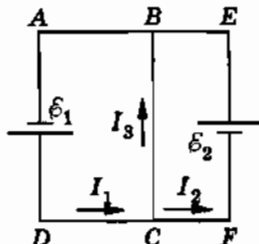


Рис. 13



$$6. I_{ACB} = \frac{\mathcal{E}R_1}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}.$$

$$7. A = \frac{B^2 a^2 v^2}{R} \Delta t, \text{ если } \Delta t \leq \frac{b}{v}. \text{ В нашей задаче } \Delta t > \frac{b}{v}, \text{ поэтому}$$

$$A = \frac{B^2 a^2 v^2 b}{R v} = \frac{B^2 a^2 b v}{R} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

8. Сначала проводник будет двигаться (падать) ускоренно с уменьшающимся по модулю ускорением. Когда скорость проводника достигнет значения

$$v = \frac{mgR}{B^2 l^2},$$

она дальше изменяться не будет — проводник начнет двигаться равномерно.

$$9. F = \frac{B^2 l^2 v}{R}.$$

$$10. I_{\max} = \frac{Bav\sqrt{3}}{2R} = 1,3 \text{ А.}$$

11.  $a = \frac{F}{m + B^2 l^2 C}$ . За счет совершения работы силой  $\vec{F}$  на пути  $s$  увеличиваются кинетическая энергия проводника и электростатическая энергия конденсатора. (Так как  $L = 0$ , то энергия тока равна нулю.)

12. Так как, согласно условию,  $I = kt$ , то  $B = \mu_0 \frac{wkt}{l}$  и  $L = \frac{BSw}{l} = \mu_0 \frac{w^2 S}{l}$ , где  $S = \pi r^2$ .

ЭДС самоиндукции

$$|\mathcal{E}_i| = L \frac{\Delta I}{\Delta t} = Lk = \mu_0 \frac{w^2}{l} kS.$$

Напряжение на зажимах соленоида должно быть равно:

$$U = \mu_0 \frac{w^2}{l} kS + kRt.$$

13. Скорость нарастания магнитного потока в соленоиде (и катушке) постоянна. Следовательно, постоянна и ЭДС индукции в катушке. Если катушка включена в замкнутую цепь, то сила тока в ней будет постоянна. Ток установится не сразу. Время его установления определяется коэффициентом самоиндукции катушки и ее сопротивлением.

$$14. q = \sqrt{C(U^2 + LI^2)} \approx 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

15.  $\Phi = \mu B r^2$ .

16. Если сопротивлением кольца можно пренебречь, то полный магнитный поток через кольцо не будет изменяться (см. задачу 6 в § 5.9). А это значит, что магнитное поле, созданное индукционными токами в кольце, всегда противодействует полю электромагнита. Следовательно, кольцо будет отталкиваться.

17. Силы токов в кольцах уменьшатся в два раза, т. е.  $I = \frac{I_0}{2}$ .

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение . . . . .	3
Роль электромагнитных сил в природе и технике . . . . .	3
Электрический заряд и элементарные частицы . . . . .	8
Глава 1. Электростатика . . . . .	14
§ 1.1. Заряженные тела. Электризация тел . . . . .	14
§ 1.2. Основной закон электростатики — закон Кулона . . . . .	19
§ 1.3. Единицы электрического заряда . . . . .	23
§ 1.4. Взаимодействие неподвижных электрических зарядов внутри однородного диэлектрика . . . . .	26
§ 1.5. Оценка предела прочности и модуля Юнга ионных кристаллов . . . . .	28
§ 1.6. Примеры решения задач . . . . .	31
Упражнение 1 . . . . .	38
§ 1.7. Близкодействие и действие на расстоянии . . . . .	40
§ 1.8. Электрическое поле . . . . .	43
§ 1.9. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции полей . . . . .	48
§ 1.10. Линии напряженности электрического поля . . . . .	53
§ 1.11. Теорема Гаусса . . . . .	58
§ 1.12. Поле заряженной плоскости, сферы и шара . . . . .	63
§ 1.13. Проводники в электростатическом поле . . . . .	68
§ 1.14. Диэлектрики в электростатическом поле . . . . .	72
§ 1.15. Поляризация диэлектриков . . . . .	75
§ 1.16. Примеры решения задач . . . . .	79
Упражнение 2 . . . . .	88
§ 1.17. Потенциальность электростатического поля . . . . .	91
§ 1.18. Потенциальная энергия заряда в однородном электрическом поле. Энергия взаимодействия точечных зарядов . . . . .	92

§ 1.19. Потенциал электростатического поля и разность потенциалов . . . . .	98
§ 1.20. Связь между напряженностью электростатического поля и разностью потенциалов. Эквипотенциальные поверхности . . . . .	102
§ 1.21. Измерение разности потенциалов . . . . .	106
§ 1.22. Экспериментальное определение элементарного электрического заряда . . . . .	109
§ 1.23. Примеры решения задач . . . . .	113
Упражнение 3 . . . . .	118
§ 1.24. Электрическая емкость . . . . .	121
§ 1.25. Конденсаторы . . . . .	126
§ 1.26. Различные типы конденсаторов. Соединения конденсаторов . . . . .	132
§ 1.27. Энергия заряженных конденсаторов и проводников. Применения конденсаторов . . . . .	135
§ 1.28. Примеры решения задач . . . . .	141
Упражнение 4 . . . . .	147
<b>Глава 2. Постоянный электрический ток . . . . .</b>	<b>152</b>
§ 2.1. Что такое электрический ток? . . . . .	152
§ 2.2. Плотность тока. Сила тока . . . . .	155
§ 2.3. Электрическое поле проводника с током . . . . .	160
§ 2.4. Закон Ома для участка цепи. Сопротивление проводника . . . . .	166
§ 2.5. Зависимость электрического сопротивления от температуры . . . . .	174
§ 2.6. Сверхпроводимость . . . . .	178
§ 2.7. Работа и мощность тока. Закон Джоуля—Ленца . . . . .	183
§ 2.8. Электрические цепи. Последовательное и параллельное соединения проводников . . . . .	186
§ 2.9. Измерение силы тока, напряжения и сопротивления . . . . .	192
§ 2.10. Примеры решения задач . . . . .	198
Упражнение 5 . . . . .	210
§ 2.11. Электродвижущая сила . . . . .	214
§ 2.12. Гальванические элементы . . . . .	218
§ 2.13. Аккумуляторы . . . . .	225
§ 2.14. Закон Ома для полной цепи . . . . .	229
§ 2.15. Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС . . . . .	231
§ 2.16. Работа и мощность тока на участке цепи, содержащем ЭДС . . . . .	233

§ 2.17. Расчет сложных электрических цепей . . . . .	236
§ 2.18. Примеры решения задач . . . . .	237
Упражнение 6 . . . . .	250
<b>Глава 3. Электрический ток в различных средах . . . . .</b>	<b>255</b>
§ 3.1. Электрическая проводимость различных веществ . . . . .	255
§ 3.2. Электронная проводимость металлов . . . . .	257
§ 3.3. Почему справедлив закон Ома? . . . . .	260
§ 3.4. Электрический ток в растворах и расплавах электролитов . . . . .	265
§ 3.5. Закон электролиза . . . . .	269
§ 3.6. Техническое применение электролиза . . . . .	273
§ 3.7. Электрический ток в газах . . . . .	276
§ 3.8. Несамостоятельный и самостоятельный разряды . . . . .	279
§ 3.9. Различные типы самостоятельного разряда и их техническое применение . . . . .	284
§ 3.10. Плазма . . . . .	292
§ 3.11. Электрический ток в вакууме . . . . .	296
§ 3.12. Двухэлектродная электронная лампа — диод . . . . .	299
§ 3.13. Трехэлектродная электронная лампа — триод . . . . .	303
§ 3.14. Электронные пучки. Электронно-лучевая трубка . . . . .	305
§ 3.15. Электрический ток в полупроводниках . . . . .	309
§ 3.16. Примесная электропроводность полупроводников . . . . .	312
§ 3.17. Электронно-дырочный переход ( $n-p$ -переход) . . . . .	315
§ 3.18. Полупроводниковый диод . . . . .	318
§ 3.19. Транзистор . . . . .	321
§ 3.20. Термисторы и фоторезисторы . . . . .	325
§ 3.21. Примеры решения задач . . . . .	329
Упражнение 7 . . . . .	334
<b>Глава 4. Магнитное поле токов . . . . .</b>	<b>340</b>
§ 4.1. Магнитные взаимодействия . . . . .	340
§ 4.2. Магнитное поле токов . . . . .	344
§ 4.3. Вектор магнитной индукции . . . . .	349
§ 4.4. Линии магнитной индукции. Поток магнитной индукции . . . . .	354
§ 4.5. Закон Био—Савара—Лапласа . . . . .	360
§ 4.6. Закон Ампера . . . . .	365
§ 4.7. Системы единиц для магнитных взаимодействий . . . . .	369
§ 4.8. Применения закона Ампера. Электроизмерительные приборы . . . . .	373
§ 4.9. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца . . . . .	376

§ 4.10. Применение силы Лоренца. Циклический ускоритель . . . . .	381
§ 4.11. Примеры решения задач . . . . .	386
Упражнение 8 . . . . .	394
<b>Глава 5. Электромагнитная индукция . . . . .</b>	<b>399</b>
§ 5.1. Открытие электромагнитной индукции . . . . .	399
§ 5.2. Правило Ленца . . . . .	403
§ 5.3. Закон электромагнитной индукции . . . . .	405
§ 5.4. Вихревое электрическое поле . . . . .	408
§ 5.5. ЭДС индукции в движущихся проводниках . . . . .	412
§ 5.6. Индукционные токи в массивных проводниках . . . . .	414
§ 5.7. Самоиндукция. Индуктивность . . . . .	417
§ 5.8. Энергия магнитного поля тока . . . . .	421
§ 5.9. Примеры решения задач . . . . .	424
Упражнение 9 . . . . .	430
<b>Глава 6. Магнитные свойства вещества . . . . .</b>	<b>434</b>
§ 6.1. Магнитная проницаемость — характеристика магнитных свойств вещества . . . . .	434
§ 6.2. Три класса магнитных веществ . . . . .	436
§ 6.3. Объяснение пара- и диамагнетизма . . . . .	440
§ 6.4. Основные свойства ферромагнетиков . . . . .	442
§ 6.5. О природе ферромагнетизма . . . . .	447
§ 6.6. Применения ферромагнетиков . . . . .	451
<b>Заключение . . . . .</b>	<b>454</b>
<b>Ответы к упражнениям . . . . .</b>	<b>455</b>

*Учебное издание*

**Мякишев Геннадий Яковлевич  
Синяков Арон Залманович  
Слободсков Борис Анатольевич**

## **ФИЗИКА**

**Электродинамика**

**10—11 классы**

**Профильный уровень**

**Учебник для общеобразовательных учреждений**

*Ответственный редактор Е. Н. Тихонова*

*Оформление Л. П. Копачева*

*Компьютерная графика О. И. Колотова*

*Художественный редактор Е. П. Кузнецова*

*Технический редактор М. В. Биденко*

*Компьютерная верстка Г. М. Татарина*

*Корректоры Е. Е. Никулина, Г. И. Мосякина*

**Санитарно-эпидемиологическое заключение  
№ 77.99.60.953.Д.009733.08.09 от 18.08.2009.**

**Подписано в печать 24.03.10. Формат 60 × 90 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Бумага офсетная. Гарнитура «Школьная». Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 30,0. Тираж 8000 экз. Заказ № О-465.  
ООО «Дрофа», 127018, Москва, Сушевский вал, 49.**



**Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги  
просим направлять в редакцию общего образования  
издательства «Дрофа»: 127018, Москва, а/я 79.  
Тел.: (495) 795-05-41. E-mail: chief@drofa.ru**

**По вопросам приобретения продукции  
издательства «Дрофа» обращаться по адресу:  
127018, Москва, Суцеский вал, 49.  
Тел.: (495) 795-05-50, 795-05-51. Факс: (495) 795-05-52.**

**Торговый дом «Школьник».  
109172, Москва, ул. Малые Каменники, д. 6, стр. 1А.  
Тел.: (495) 911-70-24, 912-15-16, 912-45-76.**

**Сеть магазинов «Переплетные птицы».  
Тел.: (495) 912-45-76.**

**Интернет-магазин: <http://www.drofa.ru>**

**Отпечатано в полном соответствии с качеством  
предоставленного электронного оригинал-макета в типографии  
филиала ОАО «ТАТМЕДИА» «ПИК «Идел-Пресс».  
420066, г. Казань, ул. Декабристов, 2.  
e-mail: idelpress@mail.ru**



ΠΡΟΦΑ

ISBN 978-5-358-08550-3



9 785358 085503

